Filozofia Nauki
Rok IV, 1996, Nr 4(16)

Maciej Gos

Modele matematyczne czasoprzestrzeni w fizyce współczesnej a podstawowe problemy ontologii czasoprzestrzeni

Pomimo dużego stopnia wyrafinowania aparatu pojęciowego fizyki matematycznej (począwszy od rachunku tensorowego, stanowiącego język stosowny do wyrażenia fizycznej treści ogólnej teorii względności), w obrębie której konstruowane są matematyczne modele czasoprzestrzeni, jest rzeczą niezbędną opis tych modeli, odwołujący się do podstawowych pojęć matematyki współczesnej. Nie wdając się w zbędny formalizm (prace, gdzie można znaleźć pełne konstrukcje formalne, wskazane są w przypisach), warto mieć intuicyjny wgląd w matematyczną istotę tych modeli, jeśli chcemy zrozumieć przejście od nich do tego, co one implikują w ontologii czasoprzestrzeni oraz ogólnie w ontologii przyrody. Najważniejsze będzie tu podjęcie próby wykazania równoważności ontologii czasoprzestrzeni i ontologii przyrody i znalezienie nowego pojęcia substancji. Możliwość realizacji obu tych zadań daje polowa teoria materii, której początek dała ogólna teoria względności i której idea w pełni wykrystalizowała się w klasycznej już dzisiaj pracy Weyla — *Raum, Zeit, Matterie.*[1]

1. MODELE MATEMATYCZNE CZASOPRZESTRZENI W FIZYCE WSPÓŁCZESNEJ

Jednym z najważniejszych zadań współczesnej fizyki jest wypracowanie spójnej i jednolitej (czyli obowiązującej zarówno w świecie klasycznym, jak i kwantowym) teorii czasoprzestrzeni. Punktem wyjścia dla współczesnych teorii czasoprzestrzeni jest układ równań Einsteina-Hilberta, znany jako ogólna teoria względności (OTW). OTW

[1] H. Weyl, *Space, Time, Matter*, Dover Publications Inc., New York 1950.

miała przełomowe znaczenie dla rozwoju XX-wiecznej fizyki czasoprzestrzeni jako empirycznie weryfikowalna teoria, prezentująca model matematyczny hipotezy Riemanna,[2] przedstawionej w jego wykładzie habilitacyjnym o nieeuklidesowości fizycznej czasoprzestrzeni i o możliwym powiązaniu struktury metrycznej czasoprzestrzeni z rozkładem materii. Hipoteza ta pozostawała w zapomnieniu do chwili, gdy nawiązał do niej Einstein. Drugim źródłem OTW, tym razem już nie matematycznym, lecz filozoficznym, była zasada Macha.[3]

Określenie fizycznej czasoprzestrzeni jako czterowymiarowej rozmaitości pseudoriemannowskiej ze strukturą metryczną, zależną od rozkładu materii-energii, stanowi fizyczną treść OTW. OTW powiązała pole metryczne na 4-wymiarowej rozmaitości (czasoprzestrzeni fizycznej) z rozkładem materii poprzez utożsamienie tego pola z polem grawitacyjnym (ściśle — z potencjałem grawitacyjnym),[4] podobnie jak elektrodynamika Maxwella zdefiniowała ładunek elektryczny, powiązawszy go z polem elektrycznym i ogólniej — elektromagnetycznym. Dzięki temu OTW stanowiła dobry punkt wyjścia dla podjęcia próby sformułowania czysto polowej teorii materii. W mocnej postaci próba taka miała na celu sformułowanie zunifikowanej, fundamentalnej teorii materii poprzez wyrażenie wszystkich pojęć fizyki w kategoriach polowych, a po powstaniu OTW, w kategoriach modyfikacji pola metrycznego. Próbę taką podjęli m. in. Einstein, Mie i Weyl. W istocie modyfikacja pola metrycznego oznacza lokalną modyfikację geometrii czasoprzestrzeni. Wielkością, opisującą tę geometrię, jest tensor metryczny czasoprzestrzeni — wielkość wiążąca ilościowo rozkład pędu-energii ze strukturą metryczną, utożsamioną z potencjałem grawitacyjnym czasoprzestrzeni. W polowej teorii materii jako charakterystyczne wyróżniki materialności mniejsze znaczenie niż w mechanice klasycznej punktów materialnych i brył mają pojęcia bezwładności i nieprzenikliwości. Istotną cechą, pozwalającą definiować wszystkie obiekty fizyczne, jest ich całkowita sprowadzalność do modyfikacji pola metrycznego, które będąc najogólniejszym i *de facto* jedynym przedmiotem badań fizyki, jest niejako «substratem» świata materialnego. Weyl rolę pola metrycznego w fizyce po OTW przyrównał do roli, jaką w XIX-wiecznej fizyce spełniało pojęcie eteru.[5] Po powstaniu OTW stało się oczywiste, że nie można dłużej substancjalizować materii i energii. Próba opisu również pola elektromagnetycznego w kategoriach modyfikacji pola metrycznego — próbę taką podjęli zarówno Mie, jak i Weyl — implikuje dodatkowo, że wszystkie zdarzenia świata fizycznego w makroskali redukują się do przejawów istnie-

[2] B. Riemann, *Über die Hypothesen welche der Geometrie zugrunde liegen*, 1854.

[3] Por. M. Heller, *Fizyka ruchu i czasoprzestrzeni*, PWN, Warszawa 1993, s. 135-140.

[4] Fundamentalne równanie OTW wiążące rozkład energii-pędu z potencjałem grawitacyjnym (tensorem metrycznym — g_{ij}) ma postać: $(R_{ij} - 0.5Rg_{ij}) = 8\pi G/c^4 \cdot T_{ij}$. Rozmaitość pseudoriemannowska to rozmaitość różniczkowalna z zadaną na niej następującą kwadratową formą metryczną: $ds^2 = dx^i dx^j g_{ij}$, gdzie g_{ij} jest tensorem metrycznym. Jeżeli tensorem metrycznym jest delta Kroneckera, widzimy, że otrzymujemy zwykłą przestrzeń euklidesową, która stanowi zatem szczególny przypadek przestrzeni Riemanna.

[5] Por. H. Weyl, *op. cit.*, s. 311.

nia pola metrycznego. Na tym właśnie polega substancjalność pola metrycznego (Weyl zdał sobie z tego sprawę już w 1918 roku). W polowej koncepcji materii, zwłaszcza w jej mocnej wersji, nad którą intensywnie pracował Weyl, podstawową rolę odgrywa obiekt geometryczny — tensor metryczny czasoprzestrzeni. Charakterystyczna jest tu zwięzła i całościowa definicja Weyla określającego świat jako (3+1)-wymiarową rozmaitość, zaś zdarzenia fizyczne jako modyfikacje i sposób przejawiania się pola metrycznego, określonego składowymi tensora metrycznego i tożsamego ze strukturą metryczną czasoprzestrzeni.[6]

Do chwili obecnej nie powstała jednak jednolita, polowa teoria materii; prace Einsteina, Mie i Weyla wyznaczyły wszakże horyzont badawczy kilku pokoleniom fizyków teoretyków i stały się, wraz z rozwojem mechaniki kwantowej, *spiritus movens* prac nad kwantową teorią pola — jednolitą, polową teorią mikroświata, która częściowo jest już obecnie sformułowana (w zakresie unifikacji oddziaływań elektromagnetycznych, słabych i częściowo silnych). Nasze rozważania dotyczą jednak ontologicznych konsekwencji współczesnej fizyki czasoprzestrzeni i kwantowa teoria pola jest w nich o tyle istotna, o ile takie konsekwencje dają się z niej wyciągnąć. Najdoskonalszy dział kwantowej teorii pola stanowi obecnie elektrodynamika kwantowa. Podstawowa konstrukcja teoretyczna tej dyscypliny, prowadząca do pojęcia pola kwantowego (elektromagnetycznego), utożsamia pole kwantowe z nieprzeliczalną liczbą kwantowych oscylatorów harmonicznych. Próżnia, jako stan o najniższej energii, utożsamiona jest ze stanem, w którym oscylatory nie są wzbudzone. Jednak takie oscylatory w mechanice kwantowej posiadają niezerową energię tzw. drgań zerowych, w przeciwieństwie do oscylatorów klasycznych, co wynika z zasady nieoznaczoności.[7] Fakt ten prowadzi do paradoksu, polegającego na tym, że każda skończona objętość próżni ma nieskończenie wielką energię drgań zerowych. Eliminacja tego paradoksu wymaga zastosowania w formalizmie kwantowej teorii pola techniki tzw. iloczynu normalnego, którego fizycznym odpowiednikiem jest właśnie odjęcie nieskończonej i nieobserwowalnej energii drgań zerowych oscylatorów pola.[8] Metoda ta daje doskonałą zgodność z doświadczalnymi prognozami elektrodynamiki kwantowej. Próżnia jest definiowana jako stan pola kwantowego o najniższej, nieobserwowalnej energii, która jednak jest niezerowa. Wzbudzony stan pola kwantowego jest równoważny stanowi cząstkowemu. W wielu wersjach kwantowej teorii pola duże znaczenie mają niestandardowe modele czasoprzestrzeni, w szczególności zaś modele o innej niż 4 liczbie wymiarów, np. tzw. teorie typu Kaluzy-Kleina. W dyskutowanej obecnie szczególnie

[6] Por. H. Weyl, *op. cit.*, s. 283. Kluczowy cytat podaję za Weylem: „Świat jest (3+1)-wymiarową rozmaitością różniczkowalną, metryczną; wszystkie zaś zdarzenia fizyczne tworzące świat są przejawami metryzacji świata".

[7] Por. I. Białynicki-Birula, M. Cieplak, J. Kamiński, *Teoria kwantów*, PWN, Warszawa 1991, s. 219.

[8] Formalna konstrukcja zawarta jest w: A. Bechler, *Kwantowa teoria oddziaływań elektromagnetycznych*, PWN, Warszawa 1991, s. 37.

żywo teorii superstrun, aspirującej do miana jednolitej, kwantowej teorii czterech oddziaływań, takie modele czasoprzestrzeni odgrywają podstawową rolę. Alternatywny w stosunku do klasycznego jest także model opracowany w kwantowej teorii grawitacji Ashtekara,[9] który przedstawia czasoprzestrzeń skonstruowaną z pętli, grafów i obiektów o mniejszym topologicznym wymiarze niż 3 lub 4. W związku z rozwojem mechaniki kwantowej podjęto również próby konstrukcji rozmaitości dyskretnych jako modeli matematycznych czasoprzestrzeni fizycznej. Także tutaj prekursorem był Riemann.[10] Teorie takie na razie nie mają żadnego potwierdzenia empirycznego; Penrose w swojej klasyfikacji teorii fizycznych zaliczył je do grupy teorii próbnych,[11] nie będziemy się przeto do nich zasadniczo odwoływać w naszych rozważaniach.

OTW i kwantowa teoria pola dotyczą jednak szczególnych struktur fizycznych. Pierwsza daje precyzyjne przewidywania w skali kosmicznej oraz w wypadku skrajnie silnych pól grawitacyjnych, natomiast druga dostarcza siatki pojęciowej niezbędnej do konstrukcji fizyki cząstek elementarnych. I choć zarówno kosmologia, jak i fizyka cząstek elementarnych stanowią obecnie najbardziej podstawowe działy badań fizyków teoretyków, większości dyscyplin fizycznych całkowicie wystarcza model matematyczny czasoprzestrzeni jako płaskiej czasoprzestrzeni mechaniki klasycznej. Stosownie do wymagań badawczych rozważa się w nim 3-wymiarową przestrzeń euklidesową i oddzielnie czas (struktura taka, wzięta jako całość, nie posiada metryki a jedynie strukturę afiniczną, zatem nie stanowi czasoprzestrzeni *sensu stricto*, a tylko *continuum* afiniczne) lub też 4-wymiarową przestrzeń Minkowskiego (pseudometryczną).

Właśnie w zakresie badania takich struktur osiągnięto w ostatnich latach interesujące rezultaty matematyczne. Ich istota polega na postulowaniu abstrakcyjnej, zespolonej przestrzeni unitarnej (przestrzeni spinorów), mającej fundamentalny charakter w stosunku do 3-wymiarowej, rzeczywistej przestrzeni euklidesowej. U podstaw tej konstrukcji leży pojęcie spinora jako najbardziej podstawowego obiektu geometrycznego, z którego można skonstruować wszystkie przedmioty geometryczne niezależne od wyboru układu współrzędnych (wektory, tensory) poprzez kombinację liniową, której bazę stanowią macierze Pauliego, zaś współczynnikami są składowe spinorów. Zarówno zaś 3-wymiarowa przestrzeń euklidesowa, jak i 4-wymiarowa przestrzeń Minkowskiego są rzeczywistymi przestrzeniami wektorowymi z metryką określoną iloczynem skalarnym (a więc przestrzeniami Hilberta). Istnieje zatem fundamentalna dla nich struktura — dwuwymiarowa, zespolona przestrzeń unitarna, której bazę stanowią macierze Pauliego. Rzeczywista, 3-wymiarowa przestrzeń euklidesowa jest przestrzenią liniową operatorów samosprzężonych w przestrzeni zespolonej (długości wektorów, będących elementami przestrzeni E^3 są wartościami własnymi tych operatorów), zaś norma wek-

[9] Por. J. Horgan, „Kwantowanie grawitacji", *Świat Nauki*, 1992, nr 11, s. 6-7.

[10] B. Riemann, *op. cit.*

[11] R. Penrose, *Nowy umysł cesarza*, PWN, Warszawa 1995, s. 173.

torów będących elementami przestrzeni Minkowskiego (mogą być to wektory dodatnie, zerowe lub ujemne) również wyraża się przez wartości własne operatorów w przestrzeni zespolonej.[12]

Współcześnie badania nad konstrukcją zespolonego modelu matematycznego fizycznej czasoprzestrzeni z dużymi sukcesami prowadzi Penrose. W takim modelu podstawowymi obiektami geometrycznymi, transformującymi się w niebanalny sposób przy przejściu między układami współrzędnych, są relatywistyczne bispinory i twistory.[13] Tutaj najlepiej spełnione jest założenie jednorodności czasoprzestrzeni, które można precyzyjnie sformułować przy użyciu aparatu pojęciowego analizy zespolonej. Wykorzystana zostaje w szczególności tzw. zasada tożsamości, zgodnie z którą każde dwie funkcje holomorficzne lub meromorficzne pokrywające się na dowolnie małym otoczeniu, pokrywają się na całej rozmaitości holomorficznej.[14] Zasada tożsamości wiąże zatem lokalne właściwości rozmaitości z jej cechami globalnymi. Warto tu zauważyć, że w mechanice klasycznej długo przed pracami Penrose'a sformułowane zostało twierdzenie Noether, wiążące zasady zachowania energii z materią, pędu i momentu pędu z grupami symetrii czasoprzestrzeni. Są to grupy symetrii względem przesunięcia w czasie, przesunięcia w przestrzeni oraz obrotu w przestrzeni. Te właśnie grupy symetrii stanowią precyzyjne matematycznie wyrażenie jednorodności czasu i przestrzeni. Twierdzenie Noether powiązało je zaś z lokalnymi, podstawowymi prawami przedrelatywistycznej mechaniki klasycznej.

Modelem matematycznym czasoprzestrzeni jest według Penrose'a dwuwymiarowa rozmaitość różniczkowalna holomorficzna (czyli o rzeczywistym wymiarze 4).[15]

Cechą charakterystyczną wszystkich powyższych modeli matematycznych jest próba opisu fizycznej czasoprzestrzeni w kategoriach analizy na wielowymiarowych rozmaitościach różniczkowalnych zespolonych (w przypadku ogólnym). Jeżeli zaś model geometryczny mechaniki klasycznej (czyli w najważniejszym pod względem praktycznym przypadku szczegółowym) — przestrzeń euklidesowa lub przestrzeń Minkowskiego — jest konstrukcją o jednej, wspólnej podstawie w postaci dwuzespolonej przestrzeni unitarnej, to podstawa ta posiada w opisie rzeczywistości fizycznej znaczenie podstawowe w sensie heurystycznym.

---

[12] Formalna konstrukcja zawarta jest w: A. I. Kostrikin, J. I. Manin, *Algebra liniowa i geometria*, PWN, Warszawa 1993, s. 169-186. Jej podstawą jest kombinacja liniowa reprezentująca samosprzężone operatory (f) w przestrzeni unitarnej: $f = \mathrm{Re}b\sigma_1 + \mathrm{Im}b\sigma_2 + a\sigma_3$, gdzie σ_1, σ_2 i σ_3 stanowią bazę kombinacji liniowej — są to macierze Pauliego, natomiast $a \in R$ i $b \in C$.

[13] Por. I. Białynicki-Birula, M. Cieplak, J. Kamiński, *op. cit.*, str. 430; także R. Penrose, W. Rindler, *Spinors and Twistor Methods in Space-Time Geometry*, Cambridge University Press, Cambridge 1986.

[14] Tak formułuje postulat Penrose'a K. Maurin w tekście „Matematyka a fizyka", [w:] *Leksykon matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1995, s. 953.

[15] Por. przyp. 14.

2. MODELE MATEMATYCZNE CZASOPRZESTRZENI A ONTOLOGIA FORMALNA CZASOPRZESTRZENI I ONTOLOGIA PRZYRODY

„Matematyka, fizyka i filozofia — stanowią całość." „Matematyka jest tak uniwersalna, jak filozofia. Matematycy przeważnie nie są świadomi tego, że wszystkie pojęcia matematyki dochodzą, na drodze postępującej abstrakcji, do pewnego stanu dojrzałości, w którym mogą z ulgą odrzucić maskę nagiej abstrakcji, by okazać się organami filozoficznego myślenia. Filozofia bez matematyki jest wolą bez wyobrażenia. Matematyka bez filozofii jest wyobrażeniem bez woli. Konieczne jest, by wola współpracowała z wyobrażeniem".[16]

Ponieważ najbardziej fundamentalnym modelem czasoprzestrzeni, będącym praktycznie zawsze punktem wyjścia pracy fizyków, jest model opisywany przez OTW, przeto analizę naszą rozpocznie się od próby sformułowania konsekwencji OTW w zakresie ontologii czasoprzestrzeni i ogólnie ontologii przyrody. Wstępna uwaga, jaką należy tu poczynić, mieć będzie jednak charakter epistemologiczny. Oto bowiem wraz z powstaniem OTW upadło ostatecznie dogmatyczne przeświadczenie o szczególnym charakterze 3-wymiarowej geometrii euklidesowej, jako jedynej struktury geometrycznej, adekwatnej do opisu przyrody.

Takiemu właśnie przeświadczeniu w najbardziej znamienny sposób dał wyraz Kant, uważając taką właśnie strukturę geometryczną za aprioryczną formę naoczności.[17] Miała więc ona uprawomocniać naukę. Epistemologia Kanta tworzona była przecież głównie w intencji ostatecznego uprawomocnienia nauki, której najlepiej rozwiniętą postać reprezentowała wtedy mechanika klasyczna. Jednakże stosunek do kantyzmu twórców nowej koncepcji fizycznej, jaką była teoria pola (mająca swoją wagę także w ontologii przyrody), nie był bynajmniej jednoznacznie negatywny. Najlepiej dowodzą tego słowa samego Weyla, który chociaż stwierdził, iż matematyk zdominował w nim filozofa, to jednak swoją *Raum, Zeit, Matter* rozpoczął właśnie od filozoficznych rozważań poświęconych problematyce czasu i przestrzeni, rozważań utrzymanych w kantowskiej konwencji: „Skoro czas jest formą strumienia świadomości, to można też zasadnie twierdzić, że przestrzeń jest formą zewnętrznej rzeczywistości materialnej. Wszystkie cechy rzeczy materialnych (np. kolor) w aktach zewnętrznej percepcji przedstawiają się nam jako rozdzielne pod względem rozciągłości przestrzennej; ale tylko, gdy konstruujemy z wszystkich naszych doświadczeń jednolity świat rzeczywisty, ta przestrzenna rozciągłość, która jest składnikiem każdej percepcji, staje się częścią jednej wszystko obejmującej przestrzeni. Dzięki temu przestrzeń jest formą świata

[16] Pierwszy cytat pochodzi z K. Maurin, „Posłowie", [w:] *Leksykon matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1995, s. 956. Drugi cytat: E. Kahler, *Mathematik*, Hamburg 1973; cyt. za K. Maurin, *Analiza*, cz. I, PWN, Warszawa 1991, s. 23.

[17] I. Kant, *Prolegomena do wszelkiej przyszłej metafizyki*, PWN, Warszawa 1960, s. 50.

zewnętrznego".[18] Powstanie OTW miało jednak wielkie znaczenie dla ontologii czasoprzestrzeni przede wszystkim jako zwieńczenie słynnej dyskusji Leibniza z Newtonem (a właściwie z jego uczniem Clarke'em), dotyczącej statusu ontologicznego czasoprzestrzeni. W dyskusji tej, która była jednym z najgłośniejszych sporów filozoficznych tego okresu, Clarke bronił stanowiska Newtona, przyznającego przestrzeni i czasowi niezależność i absolutność bytową w stosunku do zdarzeń fizycznych, których są one tylko areną, przeciw relacjonistycznej doktrynie Leibniza, który czas i przestrzeń traktował jako relacje zachodzące między zdarzeniami, nie mające w tej doktrynie substancjalnego, niezależnego od zdarzeń, samoistnego bytu.[19]

OTW wiążąc geometrię czasoprzestrzeni z rozkładem energii-pędu (czyli zdarzeń fizycznych) początkowo wydawała się ostatecznie rozstrzygać kwestię związku czasu i przestrzeni z kategorią zdarzeń fizycznych na korzyść poglądu leibnizowskiego. Wkrótce jednak de Sitter opublikował rozwiązanie równań OTW, przedstawiające świat o dobrze określonej geometrii czasoprzestrzeni i zerowej gęstości energii-materii. Chociaż zatem ontologia czasoprzestrzeni, którą generuje OTW, bliższa jest doktrynie leibnizowskiej dzięki koronnemu równaniu Einsteina-Hilberta, to owo «puste» rozwiązanie tego równania ustanawia pewien niewielki kompromis z doktryną Newtona-Clarke'a.[20]

W kwestii zależności czasoprzestrzeni od zdarzeń, bardzo ważne dla ontologii wnioski związane są również z pojęciem próżni w kwantowej teorii pola. Wnioski owe są zresztą zbieżne z wnioskami wynikającymi bezpośrednio z OTW. Oto bowiem w kwantowej teorii pola pojęcie całkowicie niezależnej od zdarzeń czasoprzestrzeni nie ma sensu. Próżnia — «pusta» czasoprzestrzeń — jest jedynie stanem pola kwantowego o najniższej energii, która jednak przejawia się w powstawaniu cząstek wirtualnych. Wynika to bezpośrednio z zasady nieoznaczoności Heisenberga.

W znacznej więc mierze teoria makroświata (OTW) i teoria mikroświata prowadzą do identycznego wniosku o zależności ontycznej czasoprzestrzeni od zdarzeń.

[18] Por. H. Weyl, *op. cit.*, s. 5-6.

[19] Por. G. W. F. Leibniz, *Wyznanie wiary filozofa i inne pisma filozoficzne*, PWN, Warszawa 1969, s. 336.

[20] Por M. Heller, *Fizyka ruchu i czasoprzestrzeni*, PWN, Warszawa 1993, s. 109-114; Heller omawia tam znaczenie (dla ontologii czasoprzestrzeni) rozwiązania równań OTW dla świata z zerową gęstością materii-energii. Przedstawienie tego rozwiązania przez de Sittera w 1917 roku sprawiło fizykom wielki kłopot. Według Hellera stwarza ono pewien kompromis między doktryną Leibniza a koncepcją Newtona i Clarke'a, gdyż dowodzi możliwości istnienia pustej czasoprzestrzeni o dobrze określonej strukturze geometrycznej — a zatem, mimo że rozkład materii-energii określa strukturę metryczną i ogólniej geometryczną czasoprzestrzeni, istnienie tej materii nie jest warunkiem *sine qua non* istnienia czasoprzestrzeni. Heller nazywa to „silnym efektem antymachowskim" rozwiązania de Sittera. Ogólniej można by określić go mianem „efektu antypozytywistycznego", gdyż w jego świetle widać, że rozważanie czasu i przestrzeni w abstrakcji od zdarzeń, których są one areną i z którymi według podstawowych rozwiązań równań OTW są w sprzężeniu zwrotnym, nie jest całkowicie nieuprawnione. Szczegółowo o kwestii zależności między OTW a leibnizowską doktryną czasu i przestrzeni pisze M. Heller, *op. cit.*, s. 109-115; nawiązujący do koncepcji Leibniza model matematyczny czasoprzestrzeni, nazwany przez autora „relacjonizmem" przedstawił Z. Chyliński, *Kwanty a relatywistyka*, Uniwersitas, Kraków 1992.

Jak już wspominaliśmy jednak, OTW stanowiła zaledwie punkt wyjścia dla podjęcia najbardziej może ambitnego usiłowania w dziejach ludzkiego umysłu: próby sformułowania czysto polowej teorii całej materii (przyrody). I chociaż teoria taka w kompletnej postaci nie powstała do dzisiaj, to zarówno sama jej idea, jak i jej dotychczasowa postać, «generują» pewną ontologię czasoprzestrzeni i, co więcej, owa ontologia czasoprzestrzeni wyznacza z kolei ontologię przyrody (świata zdarzeń fizycznych). Istotę tej koncepcji stanowi podana przez Weyla definicja świata jako (3+1)-wymiarowej rozmaitości, z określonym na niej polem metrycznym (pole metryczne jest ilościowo określone przez składowe obiektu geometrycznego — tensora metrycznego). Wszystkie zdarzenia fizyczne tworzące świat redukują się w tej koncepcji do przejawów pola metrycznego na rozmaitości (czyli po prostu przejawów geometrycznej struktury czasoprzestrzeni).

Podobną, polową teorię materii rozwijaną przez Mie, Maurin[21] uznał za teorię nawiązującą do pierwszej polowej tradycji postrzegania materii — stoickiej wizji Posejdoniosa. Jeżeli jednak wszelkie fenomeny tworzące przyrodę można ostatecznie zredukować do przejawów zaburzeń geometrycznej struktury czasoprzestrzeni (rozmaitości z określonym na niej polem metrycznym), to wraca podstawowa przez wieki idea ontologii — idea substancji. W polowej teorii przyrody — czasoprzestrzeń, rozumiana jako rozmaitość z określonym polem metrycznym, jest właśnie ową substancją: pierwotnym substratem zdarzeń. Mówiąc ściśle, substancjalność tak pojmowanej geometrycznej struktury czasoprzestrzeni przejawia się w jej niezmienniczości jako przestrzeni pseudoriemannowskiej o koneksji afinicznej; konkretne zdarzenia fizyczne są o tyle akcydentalne i w pełni redukowalne do tej formy substancjalnej, o ile zależą jedynie od wymiarowości oraz konkretnej metryzacji tej czasoprzestrzeni. Weyl zdawał sobie z tego sprawę już w 1918 roku pisząc, że tensor metryczny pełni w fizyce tę samą rolę, którą kiedyś pełnił w niej eter.

Głęboką konsekwencją ontologiczną jest tu powrót do kartezjańskiego definiowania cielesności (przynależności do świata przyrody) przez samą rozciągłość geometryczną,[22] określoną precyzyjnie w OTW jako rozmaitość pseudoriemannowska. Tak oto granica między fizyką i geometrią zostaje zatarta. Jak nieco emfatycznie pisał Weyl, „spełnił się sen Kartezjusza o czysto geometrycznej fizyce".

Nie jest to jednak jedyna konsekwencja ontologiczna teorii pola w wersji Einsteina, Mie i Weyla. Równie ważna jest, jak się wydaje, mocna, antyatomistyczna wymowa ontologii przyrody, w której jako substancja występuje czasoprzestrzeń o zmiennej geometrii. Jest bowiem oczywiste, że ontologia zakładająca jedną substancję, monistyczna ontologia przyrody, wyklucza traktowanie zdarzeń fizycznych jako swoistych

[21] K. Maurin, „Matematyka a fizyka", [w:] *Leksykon matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1993, s. 951.

[22] R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii*, PWN, Warszawa 1958, s. 104.

atomów ontycznych przyrody. Jako przejawy owej substancji mają one charakter akcydentalny — są do niej w pełni redukowalne (poprzez składowe tensora metrycznego oczywiście). Już sama OTW, jeśli przyjmiemy, że zakłada ona automatycznie akceptację zasady Macha, generuje ontologię przyrody, w której nie ma miejsca na atomizm ontyczny. Każde zdarzenie jest bowiem zależne — w myśl zasady Macha — od wszystkich innych zdarzeń fizycznych, tworzących świat: istnieje wyłącznie w układzie relacyjnym z nimi. Gdyby zatem próbować określić w sposób maksymalnie zwięzły naszkicowaną powyżej ontologię przyrody generowaną przez polową teorię materii, to należałoby uznać ją za ontologię fizykalistyczną, zgeometryzowaną i monistyczną (zatem sprzeczną z koncepcjami atomistycznymi) oraz kosmocentryczną (żeby użyć terminologii Hellera). Punktem wyjścia dla niej jest bowiem rozważanie przyrody jako kosmosu (porządku), nie zaś treści ludzkiej świadomości (taki punkt wyjścia owocowałby ontologią antropocentryczną).

Ta geometryczna substancjalizacja przyrody budzi reminiscencje znacznie dalsze nawet niż kartezjańskie, a mianowicie reminiscencje platońskie. Chodzi o dialog Platona *Timaios*, który zarówno w dziejach filozofii, jak i fizyki, odegrał niezwykłą rolę. Pomimo upływu przeszło dwudziestu pięciu wieków uderza podobieństwo ontologii przedstawionej w *Timaiosie*, do ontologii związanej z próbami sformułowania polowej teorii materii. Wspólnym mianownikiem obu teorii jest geometryzacja substratu przyrody. U Platona substancję stanowią niewielkie trójkąty, tworzące bryły o dużym stopniu symetrii, zwane dzisiaj ciałami platońskimi — sześcian, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan — które stanowią osnowę czterech elementów i całego świata przyrody.[23] Tę samą substancjalną rolę w polowej teorii materii pełni inny obiekt geometryczny — tensor metryczny czasoprzestrzeni, albo, ujmując problem językiem jakościowym, zmienna struktura geometryczna czasoprzestrzeni, której przejawami są wszystkie zdarzenia tworzące przyrodę: są one do niej całkowicie redukowalne.

Timaios okazuje się niezwykle aktualny we współczesnej ontologii czasoprzestrzeni nie tylko w odniesieniu do klasycznego już modelu OTW i polowej teorii materii, ale również w odniesieniu do najnowszych prac poświęconych matematyce i fizyce matematycznej, a zwłaszcza do badanych przez Penrose'a modeli czasoprzestrzeni opartych na analizie zespolonej — w szczególności na pojęciach przestrzeni spinorów i twistorów. To samo odnosi się w równej mierze do konstrukcji Manina przedstawiającego przestrzeń dwuzespoloną spinorów jako strukturę podstawową, w ramach której definiuje się 3-wymiarową przestrzeń euklidesową mechaniki newtonowsko-hamiltonowskiej i 4-wymiarową czasoprzestrzeń Minkowskiego — model geometryczny szczególnej teorii względności Einsteina.[24]

---

[23] Platon, *Timaios*, PWN, Warszawa 1986, s. 69-70; także W. Heisenberg, *Część i całość*, PIW, Warszawa 1987, s. 23-25.

[24] Por. A. I. Kostrikin, J. I. Manin, *op. cit.*, s. 181-186.

Związek ze światem Platona uwidacznia się tu poprzez podstawową w filozofii przyrody kwestię związku modelu matematycznego opisywanego przez teorię fizyczną ze światem. W fizyce współczesnej powiązanie to jest często z problemem jeszcze subtelniejszym, bo same modele matematyczne są wielopiętrowymi konstrukcjami o dużym stopniu wyrafinowania. Z takim właśnie przypadkiem mamy do czynienia, gdy rozpatrujemy zagadnienie powiązania wyżej wymienionej przestrzeni unitarnej ze strukturą czasoprzestrzeni fizycznej. Tutaj związek ten w szczególnie dużym stopniu ma charakter pośredni. W takim ujęciu przestrzeń euklidesowa i przestrzeń Minkowskiego są strukturami pośredniczącymi między fundamentalną strukturą matematyczną, jaką jest przestrzeń zespolona, a fizyczną czasoprzestrzenią. Fundamentalny charakter unitarnej przestrzeni zespolonej polega na tym, że w jej kategoriach można zdefiniować zarówno przestrzeń euklidesową, jak i czasoprzestrzeń Minkowskiego. Natomiast niezbędna rola pośrednicząca obu klasycznych struktur geometrycznych sprowadza się do ich związku z doświadczeniem i pomiarem, które mogą być dokonane jedynie w kategoriach tych struktur. Tutaj znów narzuca się analogia ze światem *Timaiosa*. Platońskim trójkątom i ciałom, stanowiącym geometryczny substrat świata, odpowiada głęboka struktura czasoprzestrzeni — abstrakcyjny zespolony model matematyczny, pozwalający zdefiniować jako szczególne przypadki pewnej struktury matematycznej dotychczas obowiązujące w mechanice klasycznej teorie czasoprzestrzeni. Znaczenie tych teorii jednak o tyle się nie zmniejsza, że adekwatnie opisują one — posłużmy się zwrotem zaczerpniętym z językoznawstwa — powierzchniową strukturę czasoprzestrzeni fizycznej, a tym samym umożliwiają w ogóle przeprowadzenie konkretnego pomiaru badawczego, który jest podstawą weryfikacji teorii fizycznej. Wiążą zatem świat idealny, platoński, ze światem fenomenów, podobnie jak w *Timaiosie* opis powierzchniowej struktury przyrody (konkretnych zdarzeń) mógł być dokonany w kategoriach czterech elementów, których geometryczną osnową była właściwa substancja przyrody. Jest rzeczą znamienną, że Penrose, który współcześnie wniósł zapewne największy wkład do badań nad zespolonymi przestrzeniami spinorowymi i twistorowymi, stoi na stanowisku mocnego platonizmu matematycznego.

Taka odwołująca się do Platona i Kartezjusza — a «generowana» przez współczesne modele matematyczne i fizyczne czasoprzestrzeni — ontologia przyrody, wiąże się ściśle z pewnym stanowiskiem epistemologicznym, najprecyzyjniej może sformułowanym przez Penrose'a. Tu również Penrose jest platonikiem, a na stanowisku tym utwierdza go dodatkowo twierdzenie Gödla oraz inne badania z zakresu matematyki współczesnej, które dowodzą niemożliwości algorytmizacji i mechanizacji kreatywnej i dowodowej pracy matematyka (w szczególności dowodzą tego badania dotyczące tzw. nieokresowych pokryć płaszczyzny i *quasi*-kryształów).[25] Prawdziwie twórcza część pracy matematyka ma zatem charakter nierekurencyjny (takiego określenia uży-

[25] Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza*, PWN, Warszawa 1995, s. 152-162.

wa Penrose); żródłem zaś wiedzy matematyczej jest ejdetyczny wgląd, nagły dostęp abstrakcyjnej, przestrzennej lub raczej topologicznej wyobrażni do świata Platona. Poznanie wielkich praw matematyki i fizyki matematycznej nie ma charakteru werbalnego, pojęciowego (to jest *cantus firmus* tez epistemologicznych Penrose'a). Teza Penrose'a ma swoiste platońskie «wsparcie» ontologiczne; warto jednak przypomnieć, że tak wybitni matematycy i myśliciele, jak Grzegorczyk, Lebesgue i Thom, postrzegają również rolę logiki i pełnej formalizacji w twórczości matematycznej jako wtórną i drugoplanową, chociaż nie odwołują się do ontologii Platona. Ta właśnie konstatacja niesie ze sobą ważną implikację ontologiczną. Zaprzecza ona bowiem koncepcjom atomistycznym w co najmniej równym stopniu, w jakim zaprzecza im przedstawiona powyżej ontologia przyrody substancjalizująca czasoprzestrzeń. Różnicą jest to, że zmienia się punkt wyjścia argumentacji, przesuwając się w stronę problemu roli języka w poznaniu. Oto bowiem podzielając pogląd Penrose'a zmuszeni jesteśmy w konsekwencji odrzucić tezę 5.6 *Traktatu*[26] Wittgensteina: „Granice mego języka oznaczają granice mego świata". Przynajmniej w odniesieniu do świata przyrody tak być nie może, skoro pojęciowy, logiczny dowód twierdzenia matematyki czy też fizyki matematycznej nie jest decydujący, lecz ma jedynie wtórny charakter, a naprawdę kreatywny jest platoński, ejdetyczny wgląd, związany nie z językiem, lecz z wysubtelnioną wyobraźnią abstrakcyjną matematyka.

3. RELACJA MIĘDZY LOKALNOŚCIĄ A GLOBALNOŚCIĄ W ŚWIETLE ONTOLOGII CZASOPRZESTRZENI

Relacja między lokalnością a globalnością nie tylko w ontologii, lecz w całej filozofii i nauce ma wielkie znaczenie. Z jednej strony bowiem ontologia bywa definiowana jako wiedza odnosząca się do kategorii „całości" — pojęcia o charakterze globalnym właśnie. Z drugiej strony przeciwstawienie lokalność-globalność coraz częściej stosowane bywa do definiowania i przeciwstawiania wiedzy naukowej i filozofii. Stanowisko takie reprezentuje m.in. Thom,[27] który za jeden z najbardziej podstawowych wyróżników teorii naukowej uważa jej lokalność, wyrażającą się w tym, że można ją zgeometryzować czy raczej stopologizować. Również Maurin pisze o kategorii całości jako o kategorii specyficznie teologicznej, lub nawet religijnej.[28]

[26] Por. L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, PWN, Warszawa 1970.

[27] Por. R. Thom, *Parabole i katastrofy*, PIW, Warszawa 1991, s. 65. Dodajmy tu, że sam Thom dochodzi do wniosków w zakresie ontologii czasoprzestrzeni podobnych do przedstawionych wyżej: „Można pytać, czy ontologicznie czasoprzestrzeń poprzedza byty fizyczne, czy też te ostatnie należy traktować jako byty pierwotne i czy czasoprzestrzeń nie jest tylko rodzajem superstruktury wydedukowanej z innych w sposób zresztą dość tajemniczy. W obliczu tego dylematu sam mam wiele wątpliwości: z jednej strony perspektywa teorii katastrof skłania mnie do traktowania czasoprzestrzeni jako wielkości pierwotnej, a cząstki, promieniowania, jako osobliwości tego jakby pierwotnego eteru. Taki był w gruncie rzeczy pogląd Einsteina, który legł u podstaw ogólnej teorii względności, i nim to powodowany zapragnął on dojść do jednolitej teorii pola".

[28] Por. K. Maurin, „Matematyka a fizyka", [w:] *Leksykon matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa

Co do ontologii czasoprzestrzeni, intencją naszą będzie wykazanie, iż najnowsze modele matematyczne wykorzystujące metody analizy globalnej na rozmaitościach zespolonych, dają podstawę do ważnych rezultatów w zakresie powiązania lokalnej jednorodności czasoprzestrzeni z jej jednorodnością globalną. O ile bowiem ta pierwsza jednorodność (dobrze potwierdzona przez całą fizykę klasyczną, a poprzez twierdzenie Noether związana z zasadami zachowania mechaniki klasycznej) ma charakter czysto naukowy, o tyle druga pozostawiona samej sobie byłaby wyłącznie arbitralnym postulatem metafizycznym, powszechnie przyjmowanym, dlatego że zapewnia w pewnym stopniu «wygodną» powszechność praw fizyki w całym wszechświecie. I tu w sukurs ontologii przychodzi matematyka współczesna. Przełomowe znaczenie dla wykazania wynikania globalnej jednorodności czasoprzestrzeni z jej jednorodności lokalnej ma mianowicie postulat Penrose'a, definiujący czasoprzestrzeń jako 2-wymiarową zespoloną czyli 4-wymiarową rzeczywistą rozmaitość holomorficzną. Jak wiemy, na takich rozmaitościach obowiązuje wzmiankowana zasada tożsamości. Właśnie taki model geometryczny czasoprzestrzeni osłabia znacznie arbitralność metafizycznego postulatu jej globalnej jednorodności. Następuje powiązanie tego, co lokalne — a zatem naukowe — z tym, co globalne czyli z ontologią. Pomostem umożliwiającym zaś to przejście jest matematyka, ściśle zaś — analiza globalna.[29]

4. KWESTIA STRZAŁKI CZASU W ONTOLOGII CZASOPRZESTRZENI

Gdyby sięgnąć do etymologii terminu schizofrenia (z gr. *schidzein* — rozszczepiać), to zdaje się, że współczesna kultura od przynajmniej dwóch stuleci jest coraz bardziej schizofreniczna. Jej rozszczepienie wyznacza rozpad na szeroko rozumianą kulturę humanistyczną z jednej strony i naukę — w szczególności zaś matematykę i przyrodoznawstwo, często redukowane niemal wyłącznie do funkcji służebnej, spełnianej względem techniki — z drugiej strony.

Kategorie czasu i przestrzeni, jako rozważane zarówno przez naukę, jak i kulturę humanistyczną, są wręcz idealnym przykładem takiego właśnie rozszczepienia kultury. Podstawowym zagadnieniem, w którym się ono ujawnia, jest kwestia tzw. strzałki czasu. Zagadnienie to stanowi poważny przedmiot badań zarówno fizyki matematycznej, ontologii czasoprzestrzeni, jak i oczywiście antropologii filozoficznej. I ono właśnie ujawnia podstawowy rozziew między wiedzą o czasie, której dostarczyły nam matematyczne modele czasoprzestrzeni w fizyce, a psychologią czasu i ontologią czasu. Istota trudności polega tu na niezmienniczości większości podstawowych równań fizyki względem odwrócenia kierunku upływu czasu (tj. zamiany w równaniach t na

1995, s. 952. Maurin wspomina tu o typowym dla ery po-oświeceniowej utożsamianiu ontologicznej kategorii całości z przyrodą czyli czasoprzestrzenią, czego właśnie usiłujemy dowieść.

[29] Por. *Leksykon matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1995, część „Analiza globalna".

–*t*).[30] Zarówno bowiem *continuum* metryczne, które stanowią hiperprzestrzenie równoczesności w czasoprzestrzeni przedrelatywistycznej mechaniki klasycznej, która to czasoprzestrzeń jako całość nie posiada metryki lecz jedynie strukturę afiniczną, jak i czasoprzestrzeń Minkowskiego, czy wreszcie czasoprzestrzeń OTW — które już posiadają strukturę metryczną — odrzucają w ogóle kategorie przeszłości, teraźniejszości i przyszłości jako pozbawione fizycznego sensu. Każde zdarzenie można zlokalizować, podając w ogólnym przypadku jego cztery współrzędne względem pewnego krzywoliniowego układu odniesienia.

To właśnie jest jaskrawo niezgodne z ludzką percepcją czasu i przestrzeni. Jak zauważa Penrose, „mając świadomość upływu czasu, nie dostrzegamy zarazem «upływu» jakiegokolwiek wymiaru przestrzeni".[31] Teorie czasoprzestrzeni w fizyce matematycznej, rozpatrując kontinua i rozmaitości metryczne, nie są w stanie wyjaśnić tej odmienności wymiaru czasowego i wymiarów przestrzennych, nie są też w stanie wyjaśnić w kategoriach czysto geometrycznych jednokierunkowości upływu czasu, która zrozumiała jest wyłącznie w kategoriach termodynamicznych. Wzmiankowana wyżej teoria przestrzeni twistorowych, nad którą pracuje Penrose, miałaby na celu właśnie głębsze wyjaśnienie problemu zarówno odrębności wymiaru czasowego, jak i kwestii strzałki czasu. Istnieją również hipotezy, iż do pełnego zrozumienia kwestii strzałki czasu przyczynić się mogą badania tzw. osobliwości fizycznych oraz powstanie asymetrycznej w czasie kwantowej teorii grawitacji — czyli teorii czasoprzestrzeni w mikroskali.[32]

5. METODY MATEMATYKI WSPÓŁCZESNEJ W SŁUŻBIE REKONSTRUKCJI HISTORII FIZYKI CZASOPRZESTRZENI

Podsumowując, należy zauważyć, że unifikująca rola matematyki w przyrodoznawstwie nigdy chyba nie była tak silna, jak dzisiaj, kiedy — jak się wyraża Maurin — stała się ona „głównym organem Logosu", a jedność matematyki i fizyki uwidacznia się szczególnie silnie.[33] Ta unifikująca rola matematyki ma również wielkie znaczenie dla filozofii przyrody, pozwala bowiem precyzyjnie formułować jej kwestie, a w konsekwencji ułatwia ich rozpatrywanie. Chociaż rozstrzygnięciem dyskusji Clarke'a z Leibnizem stała się OTW, to rekonstrukcja geometrycznego modelu czasoprzestrzeni mechaniki klasycznej bez grawitacji i z grawitacją, dokonana przy użyciu metod, jakimi dysponuje współczesna matematyka, wystarcza do zanegowania istnienia absolutnej, substancjalnej i niezależnej od rozkładu zdarzeń przestrzeni. Przejście od takiego modelu czasoprzestrzeni mechaniki klasycznej, wykorzystującego pojęcie

---

[30] Por. I. Białynicki-Birula, *op. cit.*, s. 68.

[31] Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza*, PWN, Warszawa, 1995, s. 338-383.

[32] Por. poprzedni przypis.

[33] Por. K. Maurin, *Analiza*, cz. I, PWN, Warszawa 1991, s. 13.

przestrzeni o koneksji afinicznej do OTW wymaga już tylko uzupełnienia go o pojęcie metryki.[34]

Rekonstrukcję taką, zapoczątkowaną przez Lange'go[35] i Cartana[36] oraz przeformułowaną po wprowadzeniu przez Weyla pojęcia koneksji afinicznej, przeprowadza wraz z filozoficznym komentarzem Heller.[37] Istotą tej rekonstrukcji jest rozpatrywanie kilku podstawowych modeli geometrycznych czasoprzestrzeni wraz z kinematyką i dynamiką z nimi stowarzyszoną; łączy się z tym tendencja do przechodzenia od modeli o niewygodnych założeniach (np. takich, w których istnieją wyróżnione układy odniesienia — jak układ absolutnego spoczynku w dynamice Arystotelesa, czy układ inercjalny w dynamice Newtona) do modeli prostszych logicznie. Ciągłość i «logika» ewolucji fizyki czasoprzestrzeni rekonstruowanej przez Hellera jest wyraźnie widoczna dzięki użyciu języka współczesnej matematyki.

«Logikę» rozwojową fizyki czasoprzestrzeni w ujęciu Hellera eksponuje użycie kategorii wiązek włóknistych i teorii rozmaitości różniczkowalnych. Pierwszym modelem podlegającym takiej rekonstrukcji jest czasoprzestrzeń dynamiki Arystotelesa: jest ona iloczynem kartezjańskim przestrzeni 3-wymiarowej i 1-wymiarowego czasu: $R^3 \times R^1$, przy czym zarówno przestrzeń, jak i czas mają określoną metrykę (pitagorejską) i topologię w sensie tej metryki. Czasoprzestrzeń mechaniki klasycznej (przedrelatywistycznej) musi być natomiast rozważana odrębnie dla przypadku z grawitacją i bez niej. Przy przejściu od czasoprzestrzeni dynamiki Arystotelesa do czasoprzestrzeni dynamiki Newtona bez grawitacji, czasoprzestrzeń traci strukturę iloczynu kartezjańskiego, lecz wiązka reperów nad czasoprzestrzenią ma strukturę produktową (jest to wiązka włóknista, gdyż zbiór reperów nad dowolnym punktem czasoprzestrzeni jest włóknem nad tym punktem) i jest to wiązka trywialna. W obecności grawitacji nawet wiązka reperów nad czasoprzestrzenią traci strukturę iloczynu kartezjańskiego. Dodatkowo użycie przez Hellera pojęcia koneksji afinicznej i tensora metrycznego (poprzez który wyrażone są składowe obiektu koneksji afinicznej) w rekonstrukcji czasoprzestrzeni mechaniki klasycznej przedrelatywistycznej z grawitacją prowadzi natychmiast do stwierdzenia krzywizny takiej czasoprzestrzeni, która nie jest czymś charakterystycznym dla OTW. W wypadku przejścia do czasoprzestrzeni OTW charakterystyczne jest powiązanie struktury metrycznej czasoprzestrzeni z jej krzywizną, podczas gdy czasoprzestrzeń mechaniki przed szczególną teorią względności nie posiadała metryki jako całość; przestrzeniami metrycznymi były tylko hiperprzestrzenie równoczesności (jako R^3) i czas (jako R^1). Jako całość posiadała ona jedynie strukturę afiniczną, co

[34] Do takich wniosków dochodzi Heller; por. M. Heller, *op. cit.*, s. 140 oraz 167.

[35] L. Lange, *Über die wissenschaftliche Fassung des Galileischen Beharrungsgesetzes*, Berlin 1885, s. 333-351.

[36] E. Cartan, „Sur les variétés a connexion affine et la theorie de la relativité generalisé", *Annales de l' cole Normale*, I:40, 1923, s. 325-412.

[37] M. Heller, *op. cit.*

wynika z dynamiki Newtona związanej z tym modelem czasoprzestrzeni (z wyróżnionym statusem inercjalnych układów odniesienia).