Filozofia Nauki
Rok VIII, 2000, Nr 3–4(31–32)

Józef Andrzej Stuchliński

Systemy dedukcyjne Leśniewskiego — podstawy filozofii i matematyki

1. KILKA UWAG O SYSTEMACH DEDUKCYJNYCH STANISŁAWA LEŚNIEWSKIEGO

Stanisław Leśniewski opracował trzy teorie dedukcyjne, nazywane od jego nazwiska „systemami Leśniewskiego". Są to: *Prototetyka*, *Ontologia* i *Mereologia*.[1]

---

[1] **Prototetyka**: S. Leśniewski: „O podstawach matematyki. Rozdział I. O pewnych kwestiach dotyczących sensu tez «logistycznych»", *Przegląd Filozoficzny*, r. 30, 1927, s. 169—181; „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. §§1—11", *Fundamenta Mathematicae*, t. 14, 1929, s. 1—81; „Über Definitionen in der sogenannten Tehorie der Deduktion", *Comptes Rendus des séances de la Sociéte des Sciences et des Lettres de Varsovie*, XXIII, Classe III, Warszawa 1930, s. 289—309; „Einleitende Bemerkungen zur Fortsetzung meiner Mitteilung u.d.T. „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik", *Collectanea Logica*, t. 1, 1938, s. 1—60; „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. §12", *Collectanea Logica*, t. 1 (1938), s. 61—144; *Collected Works*, vol. I—II, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 44/I—II, Warszawa 1992. E.C. Luschei, *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam 1962. Jan T.J. Srzednicki & Zbigniew Stachniak (wyd.), *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 24, Dordrecht 1988. Jan T.J. Srzednicki & Zbigniew Stachniak (wyd.), *Leśniewski's Systems. Protothetics*, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 54, Dordrecht 1998. **Ontologia**: S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział XI. O zdaniach «jednostkowych» typu "A b", *Przegląd Filozoficzny*, r. 34, 1931, s. 153—170; „Über die Grundlagen der Ontologie", *Comptes Rendus des séances de la Sociéte des Sciences et des Lettres de Varsovie*, XXIII, Classe III, Warszawa 1930, s. 111—132; „Über Definitionen in der sogenannten Theorie der Deduktion", *Comptes Rendus des séances de la Sociéte des Sciences et des Lettres de Varsovie*, XXIV, Classe III, Warszawa 1931, s. 289-309; *Collected Works*, vol. I—II, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 44/I—II, Warszawa 1992. T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Lwów 1929; wyd. II, przejrzane i uzupełnione o „Aneks" —

Systemy Leśniewskiego są czysto *formalnymi* teoriami aksjomatyczno-dedukcyjnymi, w ostatecznym stadium rozwoju metodologicznego nauk dedukcyjnych w ogóle, tj. w stadium aksjomatycznym *abstrakcyjnym*.[2] Abstrahuje się w nich całkowicie od — ewentualnego — zastanego znaczenia swoistych terminów pierwotnych języka tych systemów, jeśli terminy te w ogóle miały już wcześniej jakiekolwiek znaczenie. Znaczenie terminów pierwotnych konstytuuje się dopiero, i to zupełnie od nowa, w aksjomatach danej teorii dedukcyjnej.

Określenie „*Prototetyka*" daje się wywieść z określenia greckiego: αἱ πρῶται θέσεις — „twierdzenia pierwotne"; można więc nazwać ten system „teorią pierwszych zasad". Określenie „*Ontologia*" pochodzi z określeń greckich: τὸ ὄν — „byt", „to, co jest", „istnieje", oraz ὁ λόγος — „nauka", „wiedza"; w ujęciu rozwiniętym: ὁ περὶ τοῦ ὄντος λόγος — „nauka o bycie", „nauka o tym, co istnieje". Określenie „*Mereologia*" pochodzi z określeń greckich: τὸ μέρος — „część", oraz ὁ λόγος: —

Warszawa1961. E.C. Luschei, *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam 1962. Jan T.J. Srzednicki & V.F. Rickey (wyd.), *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology* Nijhoff International Philosophy Series, vol. 13, Wrocław 1984. Jan T.J. Srzednicki & Zbigniew Stachniak (wyd.), *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 24, Dordrecht 1988. **Mereologia**: S. Leśniewski: *Podstawy ogólnej teorii mnogości. I*, Moskwa 1916; „O podstawach matematyki. Wstęp", *Przegląd Filozoficzny*, r. 30, 1927, s. 164—169; „O podstawach matematyki. Rozdział I. O pewnych kwestiach dotyczących sensu tez «logistycznych»", *Przegląd Filozoficzny*, r. 30, 1927, s. 169-181; „O podstawach matematyki. Rozdział II. O antynomii p. Russella, dotyczącej «klasy klas nie będących własnymi elementami»", *Przegląd Filozoficzny*, r. 30, 1927, s. 182—189; „O podstawach matematyki. Rozdział III. O różnych sposobach rozumienia wyrazów „klasa" i „zbiór"", *Przegląd Filozoficzny*, r. 30, 1927, s. 190—206; „O podstawach matematyki. Rozdział IV. O „Podstawach ogólnej teorii mnogości. I"", *Przegląd Filozoficzny*, r. 31, 1928, s. 261—291; „O podstawach matematyki. Rozdział V. Dalsze twierdzenia i definicje «ogólnej teorii mnogości», pochodzącc z okresu do r. 1920 włącznie", *Przegląd Filozoficzny*, r. 32, 1929, s. 60—101; „O podstawach matematyki. Rozdział VI. Aksjomatyka «ogólnej teorii mnogości», pochodząca z r. 1918", *Przegląd Filozoficzny*, r. 33, 1930, s. 77—81; „O podstawach matematyki. Rozdział VII. Aksjomatyka «ogólnej teorii mnogości», pochodząca z r. 1920", *Przegląd Filozoficzny*, r. 33, 1930, s. 82—86; „O podstawach matematyki. Rozdział VIII. O pewnych ustalonych przez pp. Kuratowskiego i Tarskiego warunkach, wystarczających i koniecznych do tego, by *P* było klasą p-tów *a*", *Przegląd Filozoficzny*, r. 33, 1930, s. 87—90; „O podstawach matematyki. Rozdział IX. Dalsze twierdzenia «ogólnej teorii mnogości», pochodzące z lat 1921—1923", *Przegląd Filozoficzny*, r. 33, 1930, s. 90—105; „O podstawach matematyki. Rozdział X. Aksjomatyka «ogólnej teorii mnogości», pochodząca z r. 1921", *Przegląd Filozoficzny*, r. 34, 1931, s. 142—153; *Collected Works, vol. I—II*, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 44/I—II, Warszawa 1992. T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk* Lwów 1929; wyd. II, przejrzane i uzupełnione o „Aneks": Warszawa1961. E.C. Luschei, *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam 1962. Jan T.J. Srzednicki & V.F. Rickey (wyd.), *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 13, Wrocław 1984. Jan T.J. Srzednicki & Zbigniew Stachniak (wyd.), *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, Nijhoff International Philosophy Series, vol. 24, Dordrecht 1988.

[2] Por. K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, Warszawa 1965, s. 188 i n.

„nauka", „wiedza"; w ujęciu rozwiniętym: ὁ περὶ τοῦ μέρεος (καὶ ὅλου) λόγος — „teoria części (i — w domyśle — całości)".

Prototetyka jest postacią rozszerzoną i uogólnioną pierwszego podstawowego systemu *logiki formalnej* jako takiej w ogóle, tj. logiki *zdań* — i zawiera jako część właściwą odpowiednik *klasycznego rachunku zdań*. *Ontologia* jest z kolei postacią rozszerzoną i uogólnioną drugiego podstawowego systemu *logiki formalnej* jako takiej w ogóle, tj. logiki *nazw*. Zawiera bowiem odpowiednik *klasycznego rachunku nazw*, tj. logiki nazw *ogólnych*, opracowanej w postaci *sylogistyki Arystotelesa*, uzupełnionego o logikę *nazw jednostkowych* i *pustych*, wraz z — przeprowadzoną po raz pierwszy w dziejach logiki i filozofii — kodyfikacją *wewnątrz*logiczną podstawowych *wyrażeń egzystencjalnych* (*istnienie*, *jedność*, *byt-przedmiot*), swoistych dla ontologii (metafizyki) jako działu głównego tradycyjnie pojętej od-Arystotelesowej „filozofii teoretycznej". *Prototetyka* i *Ontologia* są więc systemami *logicznymi* Leśniewskiego.

Natomiast *Mereologia* jest pozalogiczną formalną teorią dedukcyjną, dotyczącą zależności określanych przede wszystkim za pomocą pojęcia *części* oraz pojęcia *klasy* przedmiotów rozumianej w sensie *kolektywnym*, występującego w roli formalnego odpowiednika tradycyjnego pojęcia *całości*. System ten kodyfikuje zatem w sposób formalny i aksjomtyczno-dedukcyjny określenia pewnego działu związków podstawowych, zachodzących między przedmiotami jako indywiduami, istotnych z punktu widzenia filozofii i nauki w ogóle, a także z punktu widzenia myślenia potocznego, codziennego.

Ontologia jest oparta — pod względem metalogicznym i metodologicznym — na *Prototetyce*, *Mereologia* zaś oparta jest w ten sposób bezpośrednio na *Ontologii*, a przez to, pośrednio, także na *Prototetyce*. Łącznie razem biorąc, te trzy systemy można by nazwać *systemami dedukcyjnymi Leśniewskiego*. Wielostronna charakterystyka systemów dedukcyjnych Leśniewskiego jako formalnych teorii dedukcyjnych jest zawarta w szeregu prac różnych autorów. Pełny w zasadzie zestaw tych prac, obejmujący okres aż do początku lat dziewięćdziesiątych XX w., jest podany, na ogół z cennymi krótkimi omówieniami, w bibliografii zamieszczonej w tomie II wydanych w języku angielskim przekładów wszystkich niemal prac Stanisława Leśniewskiego.[3] Do tego to źródła informacji podstawowej, dającej możliwość pogłębienia istotnego wiedzy o systemach dedukcyjnych Leśniewskiego, odsyłam Czytelnika zainteresowanego poznaniem tych własności metalogicznych i metodologicznych owych teorii dedukcyjnych, których tu w ogóle nie omawiam.

Podsumowując uwagi wprowadzające — wszystkie trzy systemy Leśniewskiego opracowane zostały przez ich twórcę w postaci *czysto formalnych i abstrakcyjnych teorii dedukcyjnych*, merytorycznie nie zinterpretowanych w żaden określony sposób. Jako takie, brane niejako w «kontekście uzasadniania» właściwym formalnym teoriom dedukcyjnym, mają one swą autonomiczną wartość poznawczą. Z kolei, brane

[3] Por. S. Leśniewski, *Collected Works*, vol. II, s. 711—785.

niejako we — właściwym im, a ściślej: właściwym ich genezie — «kontekście odkrycia», cechują się tym, że opracowanie systemów Leśniewskiego było inspirowane pewnymi istotnymi względami i okolicznościami, o charakterze merytorycznym, zupełnie pozalogicznym, a do pewnego stopnia także i poza-formalnym.

Przede wszystkim, Leśniewski zaprojektował pierwotnie swe systemy dedukcyjne jako *nowe* podstawy matematyki.[4] Stał bowiem na stanowisku, że metody standardowe opracowywania podstaw matematyki, oparte przede wszystkim na teorii mnogości, dają rezultaty merytorycznie nietrafne i formalnie niepoprawne.[5] Uznał zatem, że konieczne jest opracowanie podstaw matematyki *na nowo* — potrzebę taką sygnalizuje sam tytuł jednej z podstawowych prac Leśniewskiego, pierwszej w porządku teoretycznym opracowywania jego teorii dedukcyjnych, szczególnie *Prototetyki*: „Grundzüge eines **neuen** Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik".[6] W taki też właśnie sposób zagadnienie to stawiał wyraźnie sam Leśniewski.[7]

Równocześnie zaś Leśniewski traktował w szczególności swój system logiki (rachunku) nazw, *Ontologię*, jako rzeczywistą *„teorię «ogólnych zasad bytu»"*, a więc jako — opracowany do końca pod względem logicznym — jeden z działów podstawowych filozofii w najbardziej tradycyjnym tego słowa znaczeniu. Uwydatnił to w pełni Tadeusz Kotarbiński, wykładając podstawy tego systemu, przy całkowitej aprobacie ze strony samego Leśniewskiego.[8] Z kolei wiele pojęć podstawowych metafizyki tradycyjnej — w szczególności pojęcia *całości* i *części* — rozwija także system *Mereologii*. Jak się poniżej okaże, system *Prototetyki* również ma istotne znaczenie dla filozofii tradycyjnej — pozwala bowiem z kolei w sposób ścisły sprecyzować takie podstawowe pojęcia *epistemologii* tradycyjnej, jak pojęcie *prawdy logicznej*

---

[4] Por. S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Wstęp", s. 165—166 — oraz „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik. §§1—11", Einleitung, s. 4—5; por. też „Einleitende Bemerkungen zur Fortsetzung meiner Mitteilung u.d.T. „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik"", s. 2, (1)—(3).

[5] Por. S. Leśniewski: „Czy klasa klas, nie podporządkowanych sobie, jest podporządkowana sobie?", „O podstawach matematyki. Rozdział II. O antynomii p. Russella, dotyczącej «klasy klas nie będących własnymi elementami»„ oraz „O podstawach matematyki. Rozdział III. O różnych sposobach rozumienia wyrazów „klasa" i „zbiór"".

[6] Por. przytaczane już prace Leśniewskiego: „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik. §§1—11" oraz „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik. §12" (podkreślenie słowa „neuen" we wspólnej części tytułu obu prac moje — J.A.S.).

[7] S. Leśniewski: „O podstawach matematyki. Wstęp", s. 165—166 — oraz „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik. §1—11", Einleitung, s. 4—5; por. też „Einleitende Bemerkungen zur Fortsetzung meiner Mitteilung u.d.T. „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik"„ s. 2, (1)—(3).

[8] Por. T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Lwów 1929, s. 253-254; por. też S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział XI. O zdaniach «jednostkowych» typu „Aεb"", s. 162—163.

i pojęcie *fałszu logicznego*, pozwalające precyzować pojęcie *prawdy* w ogóle. Wszystkie te zagadnienia będą przedmiotem rozważań w kolejnych punktach niniejszej pracy.

Wychodząc od stwierdzenia faktu owej dwoistej — tj. matematycznej i zarazem filozoficznej — roli podstawowej systemów dedukcyjnych Leśniewskiego, postaram się wyjaśnić w zarysie, odpowiednio to ilustrując, na czym ta rola polega. Okazuje się przy tym zaraz na wstępie, że znaczenie pierwszoplanowe — w sensie teoretycznym, a nie czasowym — ma w ujęciu Leśniewskiego nowe opracowanie podstaw filozofii tradycyjnej, bowiem na nim to zasadza się dopiero nowe opracowanie podstaw matematyki. W ten sposób bliższym wydaje się być urzeczywistnienie idei uporządkowania i jedności od-Arystotelesowej «*filozofii teoretycznej*», której podstawę i punkt wyjścia stanowi «*filozofia pierwsza*» (*metafizyka*), a rozwinięciem ostatecznym jest *matematyka*.[9]

Zanim jednak przejdę do tych zagadnień — jeszcze słów parę o terminologii kanonicznej systemów dedukcyjnych Leśniewskiego. Język tych systemów zawiera terminy i wyrażenia *kategorii semantycznej*[10] zdań, nazw i funktorów zdanio- i nazwopochodnych, układających się w nieograniczenie złożoną hierarchię — co jest ujęciem ściślejszym i wszechstronniejszym w porównaniu z tzw. teorią *typów logicznych*.[11] Dla systemu *Prototetyki* jako logiki zdań Leśniewski opracował postać naoczną *ideografii logicznej*, służącej do zapisywania symboli spójników zdaniowych jedno- i dwuargumentowych w sposób sygnalizujący naocznie *prawdziwościowe* łączenie za ich pomocą zdań w nowe zdania złożone.

I tak, budowa prawdziwościowa symboli *spójników jednoargumentowych* przedstawia się następująco: każdy z symboli czterech wchodzących tu w grę spójników jest zbudowany z *linii pionowej* '–', do której końców dołącza się, lub nie dołącza, razem, lub oddzielnie, *pionową kreskę* '|' jako *wyznacznik* roli prawdziwościowej spójnika. W ten sposób otrzymujemy jedną z czterech wyraźnie prawdziwościowych postaci ideograficznych:

„⊢⊣", „⊣", „⊢", „–",

w myśl zasady:

1.a. *lewa kreska pionowa* znaczy, że przy *fałszywym* argumencie zdanie złożone przechodzi w zdanie *prawdziwe*;

---

[9] Por. 'Αριστοτέλους 'Τὰ μετὰ τὰ φυσικά', E.1.1026a18—25 oraz K.4.1061b.17—27.

[10] Por. określenie pojęcia przynależności terminów i wyrażeń do takiej samej kategorii semantycznej: S. Leśniewski, „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik. §§1—11.", §11., T.E. XXXIV—XXXV, s. 67—69; tegoż autora, „Über die Grundlagen der Ontologie", T.E. XXXIV^0—XXXV^0, s. 116. Zagadnienia te od strony składniowej opracowywał Kazimierz Ajdukiewicz w rozprawie „O spójności syntaktycznej"; por. jego *Język i poznanie*. Tom I. *Wybór pism z lat 1920—1939*, s. 222—242.

[11] Por. np. A. N. Whitehead i B. Russell, *Principia mathematica*, Cambridge 1925, vol. I., „Introduction", ch. I, s. 37 i n. — oraz „Part I", sect. B., *12., s. 161 i n.

1.b. *prawa kreska pionowa* znaczy, że przy *prawdziwym* argumencie zdanie złożone przechodzi w zdanie *prawdziwe*.

Na przykład negację zdaniową zapiszemy za pomocą formuły: „⊢(*p*)”.

Z kolei budowa prawdziwościowa symboli *spójników dwuargumentowych* przedstawia się następująco: każdy z symboli szesnastu spójników jest zbudowany z *koła* ‘ o ’, od którego odchodzą, lub nie odchodzą, razem, lub oddzielnie, w czterech kierunkach *kreski pionowe* lub *kreski poziome*, tj. *na prawo*, *w dół*, *na lewo*, *w górę*, służąc za *wyznaczniki* roli prawdziwościowej spójnika. W ten sposób otrzymujemy jedną z szesnastu wyraźnie prawdziwościowych postaci ideograficznych:

„-ϕ-”, „-ϙ-”, „-ϕ”, „ϕ-”, „-δ-”, „ϙ-”, „-ϙ”, „ϕ”, „-o-”, „-δ”, „δ-”, „ϙ”, „-o”, „o-”, „δ”, „o”,

w myśl zasady:

2.a. *lewa kreska pozioma* występuje wtedy, gdy dana funkcja przechodzi w zdanie *prawdziwe* przy *pierwszym* argumencie *prawdziwym* a *drugim fałszywym*;

2.b. *górna kreska pionowa* występuje wtedy, gdy dana funkcja przechodzi w zdanie *prawdziwe* przy *obu* argumentach *fałszywych*;

2.c. *prawa kreska pionowa* występuje wtedy, gdy dana funkcja przechodzi w zdanie *prawdziwe* przy *pierwszym* argumencie *fałszywym* i *drugim prawdziwym*;

2.d. *dolna kreska pionowa* występuje wtedy, gdy dana funkcja przechodzi w zdanie *prawdziwe* przy *obu* argumentach *prawdziwych*.

Na przykład koniunkcję, alternatywę, implikację i równoważność zapiszemy odpowiednio na pomocą formuł: „ϙ(*pq*)”, „-ϙ-(*pq*)”, „ϕ-(*pq*)” i „ϕ(*pq*)”.

W systemie *Ontologii* stosowana jest także pewna prosta *ideografia semantyczna*, właściwa nazwowym lub nazwotwórczym symbolom stałym i zmiennym. Ideografia ta wiąże się z funkcją *oznaczania*, cechującą wyrażenia nazwowe. Symbole terminów zmiennych „*A*” i „*a*”, używanych w Ontologicznej formule podstawowej zdania jednostkowego typu „ε{*Aa*}”, reprezentują wyrażenia nazwowe, przy czym symbol „*A*” reprezentuje nazwę jednostkową, zaś symbol „*a*” nazwę jednostkową lub ogólną. Jeśli dany termin stały jest nazwą jednostkową, lub, jako funktor, tworzy nazwę jednostkową ze swym argumentem bądź argumentami, to jego symbol jest także zapisywany począwszy od dużej litery.

Język *Prototetyki*, będącej systemem rozszerzonym i uogólnionym w stosunku do standardowej logiki zdań, jaką jest klasyczny rachunek zdań, wykazuje szereg *podobieństw*, ale i zarazem zasadniczych *różnic* w stosunku do języka owego systemu *cząstkowego*. Wymienię tylko najważniejsze z tych cech obu wariantów logiki zdań w obu grupach tych cech. *Podobieństwa* polegają na tym, że w obu omawianych systemach logiki zdań występują (1) zmienne terminy zdaniowe o nieograniczonym zasięgu: *p*, *q*, *r*, ..., jak też (2) stałe spójniki zdaniowe, zapisywane standardowo: ~, ≡, →, ∧, ∨; natomiast w języku *Prototetyki* stosuje się do ich zapisu omówioną wyżej ideografię logiczną. Z kolei *różnice* między obu ujęciami logiki zdań polegają na tym, że w języku *Protetyki* — czego nie ma w języku klasycznego rachunku zdań — występują (3) zmienne terminy spójnikowe: *f*, w funkcjach zdaniowych typu: *f*(*p*), *f*(*pq*), oraz (4) stałe i zmienne terminy funkcji zdaniopochodnych: funktorowe-predykatowe od-spójnikowe, itd.; natomiast jeśli chodzi o (5) kwantyfikatory, zapisywane np. tradycyjnie: ∀ i ∃, to w systemach Leśniewskiego występuje tylko kwantyfikator *ogólny*, wiążący jednak zmienne terminy nie tylko zdaniowe, lecz i funktorowe dowolnych kategorii semantycznych. Kwantyfikator *ogólny* jest zapisywany w systemach Leśniewskiego za pomocą *narożników dolnych*: „⌊...⌋", a *zasięg kwantyfikatora ogólnego* — za pomocą *narożników górnych*: „⌈...⌉". Formuła zdaniowa z kwantyfikatorem ogólnym ma więc postać schematyczną: „⌊...⌋ ⌈....⌉". Natomiast odpowiednik — nie występującego w języku kanonicznym SL jako odrębny prosty znak — kwantyfikatora szczegółowego standardowych ujęć logicznych ma postać schematyczną, wyrażoną za pomocą podwójnego użycia znaku negacji zdaniowej i kwantyfikatora ogólnego: „⊢(⌊...⌋ ⌈⊢(...)⌉)"; wreszcie (6) definicje w systemach Leśniewskiego występują jako twierdzenia tych systemów, nie ma zatem potrzeby wprowadzania specjalnego symbolu definicyjnego typu: $p = q$ Df., przy czym definiensy definicji występują zawsze jako człony-argumenty pierwsze równoważności stanowiącej definicję, a ich definienda — jako człony-argumenty drugie takiej równoważności.

Opierając się na tych elementarnych objaśnieniach językowych, spróbuję dać odpowiedź na podjęte w tej pracy pytanie: w jakim sensie systemy Leśniewskiego służyć mogą za podstawę metodologiczną zarówno tradycyjnej filozofii — szczególnie ontologii, ale po części i epistemologii — jak też matematyki.

2. PROBLEM NACZELNY BADAŃ LEŚNIEWSKIEGO: ZBIORY A INDYWIDUA

Rola poznawcza systemów dedukcyjnych Leśniewskiego, wykraczająca daleko poza czysto formalny walor dedukcyjny, wynika z faktu, że *problemem naczelnym* zarówno podstaw filozofii, jak też matematyki — tak to przede wszystkim widział Leśniewski — jest na równi kwestia charakteru zależności *zbiorów indywiduów* od samych owych *indywiduów*. Wiąże się to bezpośrednio z zagadnieniem, które stanowiło inspirację, i zarazem punkt wyjścia, do budowy systemu *Mereologii*, ale miało swe oparcie fundamentalne już w *Prototetyce*, a tym bardziej w *Ontologii*; dotyczyło przy tym zarówno podstawowych kwestii formalnych, jak też merytorycznych tych teorii. Znalazło to w pełni wyraz przede wszystkim w dokonanej przez Leśniewskiego analizie krytycznej standardowego (podanego przez Russella) rozwiązania antynomii klasy klas nie będących własnymi elementami.[12] Jakkolwiek Leśniewski uznał potrzebę przyjęcia odpowiednika teorii typów logicznych w postaci swej teorii kategorii semantycznych za podstawę usunięcia groźby takich zawikłań, to sądził jednak, że ów paradoks Russellowski — w jego najgłębszym przekonaniu: tylko rzekomy, po-

[12] Por. S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział II. O antynomii p. Russella, dotyczącej «klasy klas nie będących własnymi elementami»".

zorny, a nie rzeczywisty — wynika nie z pomieszania typów logicznych czy kategorii semantycznych używanych w metamatematyce wyrażeń, lecz z braku uświadomienia sobie faktu, że pojęcie klasy jakichkolwiek obiektów jest używane dwuznacznie.[13] Właśnie w celu wyjaśnienia tej dwuznaczności Leśniewski opracował dwie spośród wymienionych teorii dedukcyjnych, tj. *Ontologię* oraz *Mereologię*. Teorie te zostały pierwotnie oparte na rozróżnieniu dwu sposobów interpretacji wyrażeń, określających klasy czegokolwiek: z jednej strony jest to rozumienie *dystrybutywne*, stosowane wprost i we właściwej mu postaci *semantycznej* w teorii mnogości, które do pewnego stopnia odpowiada — ale tylko domyślnie i w dalekim przybliżeniu — czysto *przedmiotowym* określeniom *Ontologii*; z drugiej strony, mamy rozumienie *kolektywne*, stosowane w *Mereologii*. Oba znaczenia pojęcia klasy czy zbioru indywiduów można streścić w ujęciu następującym: wyrażenie „*A* jest elementem klasy *b*-ów", w którym terminy „element (czegoś)" i „klasa (czegoś)" używane są w sposób dystrybutywny, znaczy po prostu, że indywiduum *A* jest jednym z *b*-ów; natomiast terminy „element (czegoś)" i „klasa (czegoś)" używane są w sposób kolektywny, jeżeli wyrażenie „*A* jest elementem klasy *b*-ów" znaczy, że indywiduum *A* jest jedną z części (właściwych lub niewłaściwych) całości złożonej z *b*-ów, tj. że indywiduum *A* jest częścią przedmiotu, mającego dwie właściwości: (1) każdy z *b*-ów jest jego częścią i (2) każda jego część ma jakąś część wspólną z jednym z *b*-ów. Klasa dowolnych przedmiotów pojmowana kolektywnie *składa* się zatem z tych przedmiotów *niekoniecznie* w sposób *rozłączny*.

Wysunięte przez Leśniewskiego propozycje nowych podstaw filozofii i nowych podstaw matematyki są określonymi rozwinięciami powyższego ujęcia problemu naczelnego, leżącego u podstaw filozofii i wszelkiej wiedzy w ogóle.

3. NOWE PODSTAWY FILOZOFII

3.1. Logika zdań a epistemologia — pojęcie prawdy

Kazimierz Ajdukiewicz wyraził swego czasu pogląd, że spośród trzech dyscyplin, wchodzących w skład współczesnej logiki formalnej, tj. rachunku zdań, teorii klas i relacji oraz metalogiki

> rachunek zdań posiada stosunkowo niewielkie znaczenie dla filozofii. Bez porównania donioślejsza jest teoria klas i relacji [...]. Nie mniejsza jest też doniosłość [...] metalogiki.

W dwu ostatnich wypadkach chodziłoby o doniosłość filozoficzną wymienionych działów szeroko pojętej logiki, odpowiednio, w ontologii lub w epistemologii.[14] A jed-

---

[13] Por. S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział III. O różnych sposobach rozumienia wyrazów „klasa" i „zbiór"".

[14] Por. K. Ajdukiewicz, „Problemat transcedentalnego idealizmu w sformułowaniu semantycznym", w: *Język i poznanie*. Tom I. *Wybór pism z lat 1920—1939*, s. 264—277; uwagi na omawiane tematy mieszczą się na s. 264 i 265.

nak pogląd ten nie jest całkiem słuszny — i co więcej, nie był słuszny już w czasie, gdy Ajdukiewicz słowa te pisał. Albowiem rachunek zdań, a ściślej: system uogólniony logiki zdań, jakim jest *Prototetyka* Leśniewskiego, z pewnością ma istotne znaczenie filozoficzne, przede wszystkim w epistemologii. To tylko system ograniczony logiki zdań, jakim jest klasyczny rachunek zdań, takiego znaczenia rzeczywiście nie ma.

Ugruntowując podstawy *Prototetyki* w początku lat dwudziestych XX w., Leśniewski, promując doktorat Alfreda Tarskiego[15] i opierając się na osiągniętych przezeń wynikach, podał następujące *definicje prawdy logicznej* i *fałszu logicznego*[16] (zapisuję to zarówno w symbolice oryginalnej ujęć wyjściowych, jak też w późniejszej symbolicznej wersji kanonicznej, właściwej językowi rozwiniętego systemu *Prototetyki*):

$$Vr \equiv .\, [\, q\,]\, .\, q \equiv q \text{ lub } \phi(\llcorner p \lrcorner \ulcorner \phi(pp) \urcorner V),$$

względnie

$$Vr \equiv .\, [\, \exists\, q\,]\, .\, q \text{ lub } \phi(\vdash(\llcorner p \lrcorner \ulcorner \vdash(p) \urcorner)\, V),$$

oraz

$$Fl \equiv .\, [\, q\,]\, .\, q \text{ lub } \phi(\llcorner p \lrcorner \ulcorner \mathrm{p} \urcorner \Lambda).$$

Każda z obu podanych definicji prawdy logicznej pozwala dowieść pewnego doniosłego twierdzenia *Prototetyki*, symbolicznie niezwykle prostego:

$$V.$$

Twierdzenie to nie daje się natomiast wyrazić słownie wprost w języku potocznym, jeśli miałoby to być zgodne z zasadami logiki zdań, ponieważ mówienie w tym języku o prawdzie w ogóle związane jest zwyczajowo — jako ujęcie prostsze i przez to wygodniejsze — z używaniem wyrażeń nazwowych. Tymczasem w systemie *Prototetyki* nie mamy jeszcze w ogóle do czynienia z żadnymi wyrażeniami nazwowymi — te pojawiają się bowiem dopiero w *Ontologii* — lecz tylko z wyrażeniami zdaniowymi i z funkcjami zdaniopochodnymi. Twierdzenie powyższe można tylko skomentować w języku metalogiki właściwej logice zdań, tu: właściwej systemowi *Prototetyki*, ponieważ w metalogice wszelkich systemów logicznych i dedukcyjnych wyrażenia nazwowe już z konieczności występują, nosząc na ogół charakter określeń strukturalno-opisowych. Podane twierdzenie *Prototetyki* daje się skomentować metalogicznie: „Zawsze jest tak, że istnieje prawda logiczna", lub w sposób mniej hipostazujący: „Zawsze jest tak, że wypowiada się zdania logicznie prawdziwe o wszyst-

---

[15] Por. A. Tarski, „O wyrazie pierwotnym logistyki", *Przegląd Filozoficzny*, r. 36, 1923, nadbitka z własną paginacją — s. 4—25.

[16] Por. S. Leśniewski, „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. Abschnitt I. Die Grundlagen der Protothetik. §§1—11", § 1., s. 9—13; postaci wyjściowe omawianych definicji prawdy logicznej i fałszu logicznego są podane na s. 13.

kim"; można to twierdzenie nazwać zatem „twierdzeniem o istnieniu prawdy logicznej".

Na podobnych zasadach można dowieść, na podstawie definicji fałszu logicznego, odpowiednie „twierdzenie o wykluczeniu (nieistnieniu) fałszu logicznego":

$$\vdash(\Lambda).$$

Również to twierdzenie *Prototetyki* daje się wysłowić potocznie, z wyłuszczonych już względów, tylko w komentarzu metalogicznym.

Pojęcie prawdy po prostu, w ogóle, bez ograniczania się do dziedziny logicznej, daje się określić w postaci definicji funkcji *asercji* jako jednoargumentowego spójnika zdaniowego:

$$\llcorner p \lrcorner \ulcorner \phi(\phi(p\,V) \dashv (p))\urcorner.$$

Porównajmy teraz podaną wyżej Tarskiego—Leśniewskiego definicję prawdy logicznej i fałszu logicznego z Tarskiego definicją semantyczną zdania prawdziwego z jego późniejszych o dziesięć lat badań logiczno-filozoficznych: w gruncie rzeczy jest to definicja semantyczno-*mnogościowa* zdania prawdziwego:[17]

x jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko wtedy gdy p;

a wyraźniej:

$x \in Vr$ zawsze i tylko wtedy, gdy p.

W omawianym właśnie ujęciu definicyjnym pojęcia prawdy, czasowo późniejszym, już metalogicznym — a nie logiczno-zdaniowym jak ujęcie czasowo pierwsze, zastosowane w podstawach *Prototetyki* — opracowanym w płaszczyźnie semantycznej, termin stały „*Vr*" został jednak przez Tarskiego użyty w definiendum w sposób *zasadniczo dwuznaczny*. Wynika to po prostu z faktu oparcia się w podanej definicji semantycznej zdania prawdziwego na ujęciach *mnogościowych*. Rzecz w tym, że pojęcia klasy i elementu w ujęciu mnogościowym same mają sens czysto i ściśle *semantyczny*. W tym celu wystarczy rozważyć wprowadzenie symboliki mnogościowej za pomocą *operatora abstrakcji*, co stanowi wszak metodę właściwą ustalania znaczeń wyrażeń mnogościowych:

$$x \in \{z \mid \Phi z\} \equiv \Phi x;$$

formuła ta znaczy: x jest elementem (należy do) zbioru wyznaczonego przez funkcję zdaniową Φz zawsze i tylko wtedy, gdy x spełnia tę funkcję, a więc gdy zdanie Φx, z określeniem przedmiotu x użytym w miejsce terminu zmiennego funkcji zdaniowej

[17] Por. A. Tarski, *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, Warszawa 1933. Ujęcie rozszerzone tej pracy zostało opublikowane w tomie rozpraw Tarskiego *Pisma logiczno-filozoficzne*. Tom 1. *Prawda*, Warszawa 1995, s. 13-172; podane formuły występują: pierwsza, na s. 18 późniejszego z podanych dwu wydań pracy Tarskiego, a druga jest fragmentem formuły definicji zdania prawdziwego w języki algebry klas, podanej na s. 69 tegoż wydania pracy Tarskiego.

Φz, jest zdaniem prawdziwym.[18] Zatem podana przez Tarskiego semantyczno-mnogościowa definicja zdania prawdziwego powinna zostać rozwinięta za pomocą formuły operatora abstrakcji do schematycznej postaci symbolicznej:

$$x \in \{z \mid z \in Vr\} \equiv \Phi x.$$

Należy jednak pamiętać, że termin definiowany „*Vr*" został użyty w tej ostatniej formule — w ramach funkcji zdaniowej „$z \in Vr$" — do objaśnienia siebie samego, tj. „*Vr*", z formuły poprzedniej, realizuje zatem w ten sposób jedną z postaci błędu *ignotum per ignotum*; tym bardziej, że w ostatniej formule drugi argument równoważności, tj. „*Φx*", jest użyty w znaczeniu ściśle semantycznym: „*Φx* jest prawdziwe". Oznacza to dodatkowo groźbę *błędnego koła bezpośredniego* — a w efekcie, doprowadzić to może do nawrotu groźby antynomii, nie tylko tych znanych z przeszłości, lecz być może jeszcze bardziej zawiłych i groźnych.

Rzecz w tym, że wszystkie bez wyjątku terminy *mnogościowe* mają sens *semantyczny*, a więc *językowy*, *logiczny*, a nie pozajęzykowy, są zatem wprowadzane do języka teorii mnogości na podstawie — co najmniej milcząco — *założonego* pojęcia *prawdy*. Zatem pojęcie prawdy nie może być definiowane za pomocą terminów mnogościowych bez groźby popadnięcia we wskazane wyżej trudności zasadnicze. W tym znaczeniu uznaję czasowo pierwsze, tj. logiczno-zdaniowe ujęcie pojęcia prawdy przez Tarskiego za teoretycznie właściwe, bo formalnie w pełni poprawne i powszechnie ważne — jakkolwiek nie wyraża ono wprost podstawowych intuicji ujęcia tradycyjnego *klasycznej definicji prawdy*, głoszącego, iż:[19]

> zdanie prawdziwe jest to zdanie, które wyraża, że tak a tak rzeczy się mają, i rzeczy mają się tak właśnie.

Intuicja ta znajduje natomiast wyraz bezpośredni w czasowo późniejszym określeniu semantycznym pojęcia zdania prawdziwego, które — jak to pokazałem powyżej — jest jednak ujęciem logicznie wadliwym.

Sygnalizuję tu tylko to złożone zagadnienie epistemologiczno-logiczne, wymagające badań odrębnych i obszerniejszych. Dowodzi to jednak dostatecznie znaczenia istotnego logiki zdań, szczególnie *Prototetyki* Leśniewskiego, dla potrzeb nowego ugruntowania filozofii — także w dziedzinie epistemologii.

---

[18] Np. Whitehead i Russell tak komentują w sposób ściśle i wyraźnie semantyczny w *Principia mathematica* definicję elementu mnogościowego podanego typu: *i.e.* „'*x* is a member of the class determined by $\phi\hat{z}$' is equivalent to '*x* satisfies $\phi\hat{z}$', or 'ϕx is true' ""; por. vol. I, s. 25.

[19] A. Tarski, „Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych", w: *Pisma logiczno-filozoficzne*. Tom 1. *Prawda*, s. 18.

3.2. Logika nazw a ontologia — normy logiczne wypowiedzi egzystencjalnych

Ontologia Leśniewskiego, jako system pełny logiki nazw, jest formalną teorią dedukcyjną układu znaczeń słowa „*jest*", występującego w roli łącznika tworzącego zdanie z jednej lub dwu nazw. Pozwala to zbudować teorię dedukcyjną, obejmującą swym zasięgiem całokształt związków wynikania logicznego, zależnych od posługiwania się w zdaniach wszelkimi odmianami semantycznymi nazw, a więc zarówno nazwami jednostkowymi, ogólnymi czy pustymi, jak też wyrażeniami powszechnymi, jakimi są słowa i wyrażenia egzystencjalne. Należy pamiętać, że klasyczny rachunek nazw Arystotelesa obejmował swym zasięgiem tylko takie zależności logiczne, które były uwarunkowane używaniem w zdaniach nazw ogólnych w roli ich podmiotu i orzecznika — w *Ontologii* Leśniewskiego odpowiednik tego rachunku jest częścią właściwą całego systemu. Na gruncie *Ontologii* Leśniewskiego cała podstawowa aparatura pojęciowa ontologii tradycyjnej jako działu filozofii poddana zostaje wreszcie ścisłej normatywnej kontroli logicznej.

Słowo „*jest*" okazuje się zaś słowem niezwykle bogatym pod względem znaczeniowym. Można przykładowo wyróżnić jego znaczenie jednostkowe, różne odmiany znaczeń ogólnych, szczegółowych, twierdzących, przeczących, egzystencjalnych o różnej mocy, tożsamościowych o różnej mocy egzystencjalnej itp. Z punktu widzenia czysto formalnych wymogów aksjomatyzacyjnych teorii dedukcyjnej, właściwie wyraz każdego z tych znaczeń może być przyjęty w roli jedynego terminu pierwotnego budowanego systemu logiki nazw. Leśniewski wybrał do tej roli w swym systemie *Ontologii* znaczenie *jednostkowe* słowa „*jest*". Pozwoliło to w sposób najpełniejszy uwidocznić charakter *ontologiczny* tego systemu, przy znaczeniu tego określenia właściwym podstawowej i najstarszej tradycji filozoficznej.

Schemat zdaniowy typu „*A jest a*" jako orzekanie, lub inkluzja jednostkowa, czy też '*relacja indywidualnego bycia*', tj. bycia *czymś, czymkolwiek jednostkowym*, występując w roli formuły zdania *jednostkowego*, jest rozumiana kanonicznie w sposób następujący, w zgodzie z jedynym aksjomatem *Ontologii*:[20]

$$\text{AO: } \llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi (\varepsilon\{Aa\} \; \underset{|}{\circ} (\vdash(\llcorner B \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{BA\})\urcorner) \llcorner BC \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\underset{|}{\circ} (\varepsilon\{BA\}\varepsilon\{CA\})\varepsilon\{BC\})\urcorner$$
$$\llcorner B \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\varepsilon\{BA\}\varepsilon\{Ba\})\urcorner))\urcorner;$$

symbol 'ε' przyjęto tu jako pierwszą literę greckiego łącznika ἐστί, tworzącego zdanie z dwu nazw — słownie: dla wszelkich *A* i *a*, *A* jest *a* zawsze i tylko jeżeli: 1) dla pewnego *B*, *B* jest *A*, 2) dla wszelkich *B* i *C*, jeżeli *B* jest *A* i *C* jest *A*, to *B* jest *C*, 3) dla wszelkiego *B*, jeżeli *B* jest *A*, to *B* jest *a*.

W myśl podanej kodyfikacji aksjomatycznej znaczenie zdania jednostkowego można np. wyrażać za pomocą takich oto ujęć: (jedyne) *A* jest (jednym z, lub jedynym) *a*; (indywiduum) *A* jest (jednym z wielu, lub jedynym) *a*; *A* jest (jednym z wielu

[20] S. Leśniewski: „Über die Grundlagen der Ontologie", s. 115; tegoż autora, „O podstawach matematyki. Rozdział XI. O zdaniach «jednostkowych» typu „Aεb"", s. 158.

takich indywiduów, lub jedynym takim indywiduum, które jest) *a*; bycie *a* cechuje (indywiduum) *A*; istnieje dokładnie (tj. co najmniej i zarazem co najwyżej) jedno *A*, i (dowolne) *A* jest *a*.[21]

Na gruncie podanego aksjomatu *Ontologii* można logicznie zdefiniować przede wszystkim — podstawowe dla ontologii jako działu filozofii — słowa i wyrażenia *egzystencjalne*, ustalając ich kategorię semantyczną jako kategorię funktorów zdaniotwórczych od jednego argumentu nazwowego, a nawet, ewentualnie, jako kategorię nazw.

I tak, pierwszy z funktorów egzystencjalnych symbolizuje logicznie *istnienie* czegokolwiek:

$$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \phi(\vdash(\llcorner B \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{Ba\})\urcorner)\, ex\{a\})\urcorner\,;$$

symbolowi „*ex*" (łac. „existit" — „istnieje") odpowiada powiedzenie słowne „*istnieje przynajmniej jedno (lub więcej)*", albo w skrócie: „*istnieje*" lub „*istnieją*".[22]

Drugi z definiowanych funktorów egzystencjalnych symbolizuje logicznie *jedyność* lub *jednoznaczność* czegokolwiek:

$$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \phi(\llcorner BC \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\varphi(\varepsilon\{Ba\}\ \varepsilon\{Ca\})\varepsilon\{BC\})\urcorner\, sol\{a\})\urcorner\,;$$

symbol „*sol*" (łac. „solus" — „jedyny") może być czytany słowami „*co najwyżej jedno istnieje (lub żadne nie istnieje).*"[23]

Koniunkcja definiendów lub definiensów definicji obu tych funktorów egzystencjalnych pozwala z kolei zdefiniować trzeci funktor egzystencjalny, «najmocniejszy» w sensie filozoficzno-ontologicznym spośród wszystkich trzech omawianych określeń egzystencjalnych, symbolizujący logicznie pojęcie podstawowe ontologii jako działu filozofii, tj. pojęcie *przedmiotu* czyli *bytu* w ściśle tradycyjnym, podstawowym i naczelnym tego słowa znaczeniu:

$$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\varphi(ex\{A\}\ sol\{A\})\, ob\{A\})\urcorner\,;$$

symbol „*ob*" (łac. „obiectum" — „przedmiot") może być czytany „*jest przedmiotem*" lub w sposób wyraźniejszy w sensie *egzystencjalnym*: „*istnieje dokładnie jedno*",[24] i w ten sposób łączyć w swym znaczeniu znaczenia obu pozostałych funktorów egzystencjalnych: „*istnieje przynajmniej jedno*" i „*istnieje co najwyżej jedno*". Ostatnia definicja może bowiem mieć także postać bardziej rozwiniętą, gdy w miejsce definiendów definicji funktorów „*ex*" i „*sol*" wstawi się ich definiensy:

---

[21] Por. E.C. Luschei, „The Logical Systems of Leśniewski", Amsterdam 1962, s. 10.

[22] Por. T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Lwów 1929, s. 235—237: Df.8.; zostało to w zasadzie, choć tylko pośrednio, zaaprobowane przez Leśniewskiego, podobnie jak i pozostałe, zaproponowane przez Kotarbińskiego we wskazanej książce, ujęcia pojęć podstawowych Ontologii elementarnej, omawianych niżej — por. S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział XI. O zdaniach «jednostkowych» typu „Aεb"", s. 161—162.

[23] Por. Kotarbiński, tamże, s. 237: Df.10.

[24] Por. tamże, s. 237: Df.9. oraz 239: 1.

$$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi (\varphi (\vdash (\llcorner B \lrcorner \ulcorner \vdash (\varepsilon\{BA\}) \urcorner) \llcorner BC \lrcorner \ulcorner \phi (\varphi (\varepsilon\{BA\}\ \varepsilon\{CA\}) \varepsilon\{BC\}) \urcorner)\ ob\{A\}) \urcorner.$$

Okazuje się zatem, że logicznie określone i wprowadzone w ten sposób podstawowe ontologiczne pojęcie filozoficzne przedmiotu, czyli bytu, egzystencjalnie najmocniejsze, daje się z kolei określić przy pomocy koniunkcji dwu słabszych odeń co do mocy egzystencjalnej, ale także logicznie zdefiniowanych w sposób precyzyjny podstawowych ontologicznych pojęć filozoficznych.

Funktor „*ob*" daje się jednak zdefiniować niezależnie od obu pozostałych funktorów egzystencjalnych:

$$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi (\vdash (\llcorner a \lrcorner \ulcorner \vdash (\varepsilon\{Aa\}) \urcorner)\ ob\{A\}) \urcorner$$

i wówczas symbol „*ob*" może być czytany dodatkowo w znaczeniu „*jest czymś*".[25] W tym też znaczeniu śmiało można stwierdzić, że wyrażeniem naczelnym, a więc podstawowym i zarazem najbardziej charakterystycznym języka systemu *Ontologii*, jako formalnego systemu aksjomatyczno-dedukcyjnego logiki nazw, jest najmocniejsze, i logicznie najściślejsze, określenie egzystencjalne: „*przedmiot*", odpowiadające w języku *Ontologii*, jako systemie abstrakcyjnym czystej *logiki nazw*, wyrazowi metafizyki tradycyjnej „*byt (jako taki)*".

Formalno-logiczne pojęcie przedmiotu w *Ontologii* Leśniewskiego może jednak zostać zdefiniowane nie tylko jako określony wyżej funktor zdaniotwórczy od jednego argumentu nazwowego, ale także jako wyrażenie kategorii nazwowej, tj. jako stała nazwa ogólna „*V*". Ujęcie takie jest stosowane czasami dla uproszczenia rozważań. Definiens definicji tej nazwy może przy tym być ten sam, co w podanej wyżej definicji funktora egzystencjalnego „*ob*", ponieważ oba określenia są logicznie równoważne, jakkolwiek dotyczą wyrażeń różnych kategorii semantycznych — zamiast *funktora zdaniotwórczego* od *jednego argumentu nazwowego* „*ob*" mamy *nazwę ogólną* „*V*":[26]

$$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi (\vdash (\llcorner a \lrcorner \ulcorner \vdash (\varepsilon\{Aa\}) \urcorner)\ \varepsilon\{AV\}) \urcorner.$$

Dzięki takiej kodyfikacji logicznej ontologicznych słów i wyrażeń egzystencjalnych, znikają — jako pozorne tylko — rzekome trudności logiczne z *przeczącymi* zdaniami egzystencjalnymi,[27] których sam Leśniewski dopatrywał się jeszcze w najwcześniejszym okresie swych badań filozoficzno-logicznych.[28] Jeśli bowiem określe-

[25] Por. tamże, s. 237: Df.9.; por. też J. Łukasiewicz, *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, Warszawa 1987, s. 10. Leśniewski w pełni akceptował przyjęte w tej pracy "tendencje terminologiczne p. Łukasiewicza, z którymi — jak pisał — się przez szereg lat zżyłem" — por. jego „O podstawach matematyki. Rozdział XI. O zdaniach «jednostkowych» typu „Aεb"", s. 163.

[26] Por. np. L Borkowski, *Logika formalna*, Warszawa 1977, s. 280, Df.6.

[27] Por. w tej sprawie np. A.N. Whitehead i B. Russell, dz. cyt., vol. I, s. 66; W.v.O. Quine, *Z punktu widzenia logiki*, Warszawa 1969, s. 9 i n.; nawet T. Kotarbiński nadal dostrzegał, w pewnych przynajmniej przypadkach, te — rzekome — trudności, jakkolwiek opierał swe rozważania właśnie m.in. na Ontologii Leśniewskiego, por. dz. cyt., wyd. II, Warszawa 1961, s. 508 i n.

[28] Por. S. Leśniewski, „Przyczynek do analizy zdań egzystencjalnych", *Przegląd Filozoficzny*,

niom egzystencjalnym przypiszemy kategorię semantyczną *funktorów zdaniotwórczych* od argumentu nazwowego, to *zaprzeczenie* wypowiedzi egzystencjalnej wystąpi na płaszczyźnie negacji *zdaniowej*, nie będzie więc pozostawało w sprzeczności z *pozytywną* formą argumentu *nazwowego* tej wypowiedzi — są to bowiem wyrażenia *różnej* kategorii semantycznej. Jeśli natomiast posłużymy się postacią nazwową wyrażenia egzystencjalnego, np. zdefiniowanym powyżej terminem „*V*”, to i w tym wypadku nie grozi sprzeczność, ponieważ definicja określa rolę semantyczną tego terminu tylko w orzeczniku zdania jednostkowego, a ścisłe wymogi egzystencjalne wiążą się z podmiotem tego zdania. Zgodnie zaś z regułami znaczeniowymi języka *Ontologii*, nie ma nigdy potrzeby używania nazwy egzystencjalnej „*V*” lub jakiejkolwiek innej nazwy tego typu w podmiocie zdania jednostkowego po to, aby móc wyrazić wszystkie przedmiotowo i filozoficznie istotne treści poznawcze w dowolnej dziedzinie zastosowań systemu *Ontologii*.

Zgodnie z tym można zatem wyrazić — jako nie tylko sensowne, a więc niesprzeczne, ale także jako, ewentualnie, prawdziwe — przeczące zdania egzystencjalne o postaciach:

$$\vdash(\varepsilon\{AV\})$$

lub też

$$\varepsilon\{A \sim(V)\}.$$

W pierwszym wypadku przecząca wypowiedź egzystencjalna oparta jest na negacji zdaniowej — między rolą semantyczną podmiotu i orzecznika takiego zdania nie ma sprzeczności, wyklucza się tylko zbieżność czy tożsamość tych ról. W wypadku drugim, opartym na objaśnianej niżej negacji nazwowej, formalnie występuje bezpośrednia niezgodność logiczna między rolą semantyczną podmiotu i orzecznika, ale zdanie takie może być — w myśl reguł języka *Ontologii* — prawdziwe, gdy podmiot takiego zdania jest terminem lub wyrażeniem bezprzedmiotowym.

Możliwy jest też wypadek trzeci, gdy wprowadzamy definicyjnie nowy termin dodatkowy, o przeczącym znaczeniu egzystencjalnym: „nie-przedmiot”, odpowiadający tradycyjnemu pojęciu „niebytu”, symbolicznie „*Λ*”:

$$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\}))\, \varepsilon\{A\Lambda\})\urcorner.$$

Również w tym wypadku będą nie tylko sensowne, a więc niesprzeczne, ale także — ewentualnie — prawdziwe, przeczące zdania egzystencjalne o postaciach:

$$\vdash(\varepsilon\{A\Lambda\})$$

lub też

$$\varepsilon\{A \sim(\Lambda)\}.$$

---

r. 14, 1911, s. 329—345.

W pierwszym wypadku przecząca wypowiedź egzystencjalna oparta jest na negacji zdaniowej — ale między rolą semantyczną podmiotu i orzecznika takiego zdania zachodzi sprzeczność, którą ta negacja wyklucza. W wypadku drugim, opartym także na objaśnianej niżej negacji nazwowej, występuje pełna bezpośrednia zgodność logiczna między rolą semantyczną podmiotu i orzecznika, a zdanie takie może być — w myśl reguł języka *Ontologii* — prawdziwe, gdy podmiot takiego zdania jest terminem lub wyrażeniem przedmiotowym.

Dalsze korzyści z kodyfikacji logicznej podstawowych pojęć ontologii tradycyjnej w ramach systemu *Ontologii* Leśniewskiego uwidaczniają kolejne definicje tego systemu, ustalające znaczenia różnicy i tożsamości przedmiotów, ich wielorakości czy porównań liczebnych między nimi.

I tak, do wyrażania *różnic* między przedmiotami służy funkcja nazwotwórcza od jednego argumentu nazwowego, formalnie określająca *negację nazwową*, a treściowo, choć w znaczeniu zupełnie ogólnym — właśnie *różność przedmiotów*: symbolicznie „$\sim\!(a)$" — czytana: *przedmiot, który jest nie-a*. Ma ona sens logiczny, który w ujęciu kanonicznym określa definicja *Ontologii*:[29]

$$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi(\, \varphi(\vdash(\llcorner b \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{Ab\})\urcorner) \vdash(\varepsilon\{Aa\}))\, \varepsilon\{A \sim\!(a)\})\urcorner.$$

Wyraz ten czytamy „nie" przed tą nazwą, a określamy go logicznie przy pomocy negacji przyzdaniowej, którą notujemy i czytamy analogicznie. Definicję czyta się: dla wszelkich *A* i *a*, *A* jest nie *a* — to tyle, co: 1) dla pewnego *b*, *A* jest *b* i 2) nie (*A* jest *a*). Innymi słowy zdanie „*A* jest nie *a*" znaczy tyle, co twierdzenie, że *A* jest czymś (nazwa „*A*" jest jednostkowa), wraz z zaprzeczeniem całości zdania „*A* jest *a*". Jest to zatem rozumienie negacji nazwowej mające sens egzystencjalnie mocny — to coś, czemu w takiej negacji odmawiamy bycia czymś określonym, musi być jednak przedmiotem.

Tożsamość przedmiotów określa w czysto formalnym wymiarze logicznym definicja funktora nazwotwórczego — symbolicznie „Id(*A*)" — znaczącego tyle, co: *ten sam przedmiot co (identyczny z) A*. W czysto formalnym, jeszcze w ogóle niezinterpretowanym symbolicznym ujęciu kanonicznym, sens tego wyrażenia określa definicja *Ontologii*, głosząca, że przedmioty są (bytowo) ze sobą tożsame wówczas, gdy jeden z nich, jako indywiduum, jest tym drugim, a drugi, także jako indywiduum, jest tym pierwszym:

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\, \varphi(\varepsilon\{AB\}\varepsilon\{BA\})\, \varepsilon\{A\ \mathrm{Id}(B)\})\urcorner,$$

czyli: *A* jest tożsame z *B* zawsze i tylko wtedy, gdy (jedyne) *A* jest *B* i (jedyne) *B* jest *A*, *A* jest tym samym indywiduum co *B*; bądź: *A* jest tożsame z (indywiduum) *B* zawsze i tylko wtedy, gdy (jedyne) *A* jest jedynym *B*; lub też: (indywiduum) *A* jest *B*, i na odwrót; tylko jedyne *A* jest *B*.[30] Funktor nazwotwórczy „Id" wyraża tożsamość

[29] Por. T. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. I, s. 231—232: Df.3.; por. też E.C. Luschei, dz. cyt., s. 10.

[30] Por. E.C. Luschei, dz. cyt., s. 10.

przedmiotu *indywidualną, jednostkową*, ściśle *ontologiczną* i jest logicznie równoważny — ale nie równoznaczny — funktorowi zdaniotwórczemu „*id*" z formuły funkcji zdaniowej „*A id B*", definiensy definicji obu funktorów są bowiem takie same.[31]

Do podstawowych postulatów znaczeniowych tego funktora należą m.in. twierdzenia systemu *Ontologii*:

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\text{ϙ} (\varepsilon\{AB\}\ ob\{B\})\ \varepsilon\{A\ \mathrm{Id}\lfloor B \rfloor\}) \urcorner$$

oraz

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\text{ϙ} (\varepsilon\{AB\}\ \llcorner CD \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\text{ϙ} (\varepsilon\{CB\}\varepsilon\{DB\})\ \varepsilon\{C\ \mathrm{Id}\lfloor D \rfloor\}) \urcorner)\ \varepsilon\{A\ \mathrm{Id}\lfloor B \rfloor\}) \urcorner,$$

które można by nazwać wymogami *istnienia* i *jednoznaczności* (*jedyności*) tożsamych ontologicznie przedmiotów, a ściślej — *ontologicznie tego samego przedmiotu* (tyle że być może określanego za pomocą — znaczeniowo lub numerycznie tylko — różnych nazw).[32]

W myśl definicji, ten funktor nazwotwórczy daje nazwę oznaczającą indywiduum od nazwy-argumentu oznaczającego także indywiduum. Tak zdefiniowana formalnie tożsamość przedmiotu będzie pojmowana ostatecznie w interpretacji konkretnej jako określenie *jedyności numerycznej konkretnego* przedmiotu indywidualnego, czyli jako określenie *rzeczy fizycznie jakiejś i czasowo oraz przestrzennie w sposób jednoznaczny zlokalizowanej wśród innych rzeczy*. Słowa i wyrażenia języka kanonicznego systemów Leśniewskiego są np. rzeczami tożsamymi w takim właśnie numerycznym i ściśle indywidualnym znaczeniu.

Funktory tożsamości egzystencjalnie słabe lub mocne, którymi sam Leśniewski na ogół się wprost nie posługuje, można zdefiniować odpowiednio:[33]

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \phi (\text{ϙ} (\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\}) \urcorner \llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\varepsilon\{Ab\}\varepsilon\{Aa\}) \urcorner)\ \bigcirc\{ab\}) \urcorner,$$

co znaczy: wszelkie *a* są *b* i na odwrót — niezależnie do tego, czy jakiekolwiek *a* lub *b* istnieje czy też nie; oraz

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \phi (\text{ϙ} (\vdash\!(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash\!(\varepsilon\{Aa\}) \urcorner)\ \llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\}) \urcorner \llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\varepsilon\{Ab\}\varepsilon\{Aa\}) \urcorner)\ \square \{ab\}) \urcorner,$$

co znaczy: wszelkie *a* są *b* i na odwrót — a przy tym istnieje co najmniej jedno *a*.

Przedmioty mogą być *jakieś* w sposób nie tylko jednoraki, lecz *wielorako*, i to bądź *zarazem*, bądź też *alternatywnie*. Wyjść można najprościej od ich możliwej *dwojakości* — chodzi o określenia pojęć *koniunkcji* (*iloczynu, produktu logicznego*)

---

[31] Por. T. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. I, s. 237: Df.11.; Cz. Lejewski, „On Leśniewski's Ontology", w: *Ratio* (Oxford), 1, 1958, s. 158: (c) 9.; E.C. Luschei, dz. cyt., s. 11.

[32] Por. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział IV. O „Podstawach ogólnej teorii mnogości. I"", *Przegląd Filozoficzny*, r. 31, 1928, s. 274 odnośnik 1 — oraz s. 276 odnośnik 1.

[33] Por. T. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. I, s. 234: Df.6.; Cz. Lejewski, dz. cyt., s. 158: (c) 9—11.; E.C. Luschei, dz. cyt., s. 11.

nazw względnie *alternatywy* (*sumy logicznej*) *nazw*. W ujęciu przedmiotowym możemy powiedzieć, że w określeniach tych chodzi o *iloczyn ontologiczny* względnie o *sumę ontologiczną* przedmiotów. W *Ontologii* elementarnej definicje te mają postaci następujące:[34]

$$\llcorner Aab \lrcorner \ulcorner \phi (\varphi (\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\}) \, \varepsilon\{A \, \lfloor\!\cap_2 ab \rfloor_2\}) \urcorner ;$$
$$\llcorner Aab \lrcorner \ulcorner \phi (-\!\varphi\!-(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\}) \, \varepsilon\{A \cup\!\lfloor_2 ab \rfloor_2\}) \urcorner .$$

Natomiast w ujęciu uogólnionym odpowiednie określenia wielorakości przybierają w symbolicznym ujęciu kanonicznym postać:

$$\cap_2 \lfloor a \cap\!\lfloor_2 b \ldots \cap\!\lfloor_2 \ldots k \rfloor_2 \ldots \rfloor_2 \rfloor_2 \text{ lub prościej } \cap\!\lfloor_k ab \ldots k \rfloor_k,$$

tj. *przedmiot, który jest zarówno przedmiotem* a, *jak też przedmiotem* b, *jak też...*, *jak też przedmiotem* k, bądź też

$$\cup\!\lfloor_2 a \cup\!\lfloor_2 b \ldots \cup\!\lfloor_2 \ldots k \rfloor_2 \ldots \rfloor_2 \rfloor_2 \text{lub prościej } \cup\!\lfloor_k ab \ldots k \rfloor_k,$$

tj. *przedmiot, który jest bądź przedmiotem* a, *bądź przedmiotem* b, *bądź ...*, *bądź przedmiotem* k, a odpowiadają im następujące schematy definicyjne *Ontologii*:[35]

$$\llcorner Aab \ldots k \lrcorner \ulcorner \phi (\varphi (\varepsilon\{Aa\} \, \varepsilon\{Ab\} \, \ldots . \, \varepsilon\{Ak\}) \, \varepsilon\{A \cap\!\lfloor_k ab \ldots k \rfloor_k \}) \urcorner,$$

oraz

$$\llcorner Aab \ldots k \lrcorner \ulcorner \phi (-\!\varphi\!- (\varepsilon\{Aa\} \, \varepsilon\{Ab\} \, \ldots . \, \varepsilon\{Ak\}) \, \varepsilon\{A \cup\!\lfloor_k ab \ldots k \rfloor_k \}) \urcorner .$$

W ujęciu przedmiotowym możemy powiedzieć, że w określeniach tych chodzi o *uogólnioną sumę ontologiczną* względnie o *uogólniony iloczyn ontologiczny* przedmiotów.

W *Ontologii* nieelementarnej (tj. wprowadzającej i kwantyfikującej zmienne funktory nazwotwórcze lub funktory nazwopochodne dowolnie wysokich rzędów kategorii semantycznych) daje się też zdefiniować pojęcie relacyjne *takiej samej ilości* przedmiotów względnie *mniejszej ilości* jednych przedmiotów w stosunku do innych. Znaczy to, że system ten zawiera także definicje pojęć podstawowych ogólnych *liczebności porównawczo-relacyjnych* przedmiotów, ważne także w ewentualnych badaniach nad podstawami arytmetyki — czym się tu zajmował na razie nie będę.[36]

---

[34] Por. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. I, s. 230—231: Df.2. i s.229—230: Df.1.; E.C. Luschei, dz. cyt., s. 10.

[35] Por. np. E.C. Luschei, dz. cyt., s. 230—231.

[36] Leśniewski podkreślał: „W zupełnej harmonii z utartymi enuncjacjami «teoretyków mnogości» z zakresu porównywania «zbiorów» pod względem «mocy», a jednocześnie w zupełnej harmonii z rozwijanym ... systemem «ontologii» — posługuję się tu wyrażeniami typu „p-tów *a* jest tyleż, ile jest przedmiotów *b*" — symbolicznie: „$a \infty b$" — ... „p-tów *a* jest mniej, aniżeli p-tów *b*..." — symbolicznie: „$a \smile\!\circ\, b$"; por. „O podstawach matematyki. Rozdział V. Dalsze twierdzenia i definicje «ogólnej teorii mnogości», pochodzące z okresu do r. 1920 włącznie", 98, odnośnik 1. Tam też są zamieszczone obie podane niżej definicje w ich ujęciu słownym, niesymbolicznym.

Słownie, definicja takiej samej ilości przedmiotów, symbolizowanej przez termin „∞", ma postać:

> p-tów a jest tyleż, ile jest przedmiotów b, zawsze i tylko wtedy, gdy przy pewnym φ — ((przy wszelkim X —, jeżeli X jest a, to przy pewnym Y — (Y jest b, i Y jest $\varphi(X)$)), (przy wszelkich X, Y, Z —, jeżeli X jest a, Y jest b, Z jest b, Y jest $\varphi(X)$, oraz Z jest $\varphi(X)$, to Y jest tym samym przedmiotem, co Z), (przy wszelkim X —, jeżeli X jest b, to przy pewnym Y — (Y jest a, i X jest $d(Y)$)) i przy wszelkich X, Y, Z —, jeżeli X jest b, Y jest a, Z jest a, X jest $\varphi(Y)$, oraz X jest $\varphi(Z)$, to Y jest tym samym przedmiotem, co Z).

Natomiast ta sama definicja w symbolicznym ujęciu kanonicznym ma postać:

$$\llcorner ab\lrcorner\ulcorner\phi(\vdash(\llcorner\varphi\lrcorner\ulcorner\vdash(\text{ϙ}(\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{A\,a\}\ \vdash(\llcorner B\lrcorner\ulcorner\vdash(\text{ϙ}(\varepsilon\{B\,b\}\ \varepsilon\{B\ \varphi(A)\}))\urcorner))\urcorner\llcorner ABC\lrcorner$$
$$\ulcorner\phi(\text{ϙ}(\varepsilon\{A\,a\}\ \varepsilon\{B\,b\}\ \varepsilon\{C\,b\}\ \varepsilon\{B\ \varphi(A)\}\ \varepsilon\{C\ \varphi(A)\})\ \varepsilon\{B\ \mathrm{Id}(C)\})\urcorner\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{A\,b\}$$
$$\vdash(\llcorner B\lrcorner\ulcorner\vdash(\text{ϙ}(\varepsilon\{B\,a\}\ \varepsilon\{A\ \varphi(B)\}))\urcorner))\urcorner\llcorner ABC\lrcorner\ulcorner\phi(\text{ϙ}(\varepsilon\{A\,b\}\ \varepsilon\{B\,a\}\ \varepsilon\{C\,a\}\ \varepsilon\{A\ \varphi(B)\}$$
$$\varepsilon\{A\ \varphi(C)\})\ \varepsilon\{B\ \mathrm{Id}(C)\urcorner))\urcorner)\infty\{a\,b\})\urcorner.$$

Z kolei słownie definicja mniejszej liczby przedmiotów jednych w stosunku do drugich, symbolizowana przez wyrażenie „$\smile\!\circ$", ma postać:

> p-tów a jest mniej, aniżeli p-tów b, zawsze i tylko wtedy, gdy ((przy pewnym c — ((przy wszelkim X —, jeżeli X jest c, to X jest b) i p-tów a jest tyleż, ile jest przedmiotów c)) i przy wszelkim c —, jeżeli przy wszelkim X —, jeżeli X jest c, to X jest a, to nie(p-tów b jest tyleż, ile jest p-tów c)).

Natomiast ta sama definicja w symbolicznym ujęciu kanonicznym ma postać:

$$\llcorner ab\lrcorner\ulcorner\phi(\text{ϙ}(\vdash(\llcorner c\lrcorner\ulcorner\vdash(\text{ϙ}(\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{A\,c\}\ \varepsilon\{A\,b\})\urcorner\infty\{a\,c\}))\urcorner)\llcorner c\lrcorner\ulcorner\phi(\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{A\,c\}$$
$$\varepsilon\{A\,a\})\urcorner\vdash(\infty\{b\,c\}))\urcorner)\smile\!\circ\{a\,b\})\urcorner.$$

Wyrażenia typu „$a \infty b$" obejmują również takie wypadki, gdy nie ma w ogóle ani desygnatów wyrażeń a, ani też desygnatów wyrażeń b, natomiast wyrażenia typu „$a \smile\!\circ b$" obejmują również takie wypadki, gdy nie ma w ogóle żadnych przedmiotów a, jest natomiast przynajmniej jeden przedmiot b.[37]

System podstawowych łączników (spójek) stałych *Ontologii* elementarnej obejmuje zaś m.in. definicje:

— *alternatywy* (*sumy*) *nazwowej*:[38]

$$\llcorner Aab\lrcorner\ulcorner\phi(-\text{ϙ}(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\})\ \varepsilon\{A\cup(_2ab_2)\})\urcorner;$$

— *koniunkcji* (*iloczynu, produktu*) *nazwowej*:

$$\llcorner Aab\lrcorner\ulcorner\phi(\text{ϙ}(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\})\ \varepsilon\{A\cap(_2ab_2)\})\urcorner;$$

---

[37] Por. Leśniewski, „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. §§1—11", s. 61.

[38] Por. T. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. I, s. 229—235, Df.1., Df.2., Df.4., Df.5., Df.7.

— *ogólnego kategorycznego zdania twierdzącego (inkluzji) mocnego egzystencjalnie*:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \phi(\varphi(\vdash(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{Aa\})\urcorner) \llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\})\urcorner) \sqsubset \{ab\})\urcorner ;$$

— *ogólnego kategorycznego zdania twierdzącego (inkluzji) słabego egzystencjalnie*:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \phi(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\})\urcorner \subset \{ab\})\urcorner ;$$

— *szczegółowego kategorycznego zdania twierdzącego (inkluzji)*:

$$\llcorner ab \lrcorner \ulcorner \phi(\vdash(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash(\varphi(\varepsilon\{Aa\}\varepsilon\{Ab\}))\urcorner) \vartriangle \{ab\})\urcorner .$$

Dwie ostatnie definicje dotyczą funktorów tworzących odpowiednio klasyczne zdania kategoryczne ogólnotwierdzące i szczegółowotwierdzące, właściwe sylogistyce Arystotelesa.

Na gruncie podanych podmiotowo-orzecznikowych zdań twierdzących (inkluzji) można z kolei zdefiniować funktory, które tworzą przeczące zdania podmiotowo-orzecznikowe (ekskluzje), w tym także oba klasyczne zdania kategoryczne przeczące, ogólne i szczegółowe, właściwe sylogistyce Arystotelesa.[39] Z racji zwięzłości rozważań zagadnieniami tymi nie będę się już tu jednak zajmował.

Sprecyzowana logicznie w sposób powyższy filozoficzna terminologia ontologiczna, pozwala nie tylko wyrazić w sposób ścisły i precyzyjny podstawowe *zasady ontologiczne* filozofii tradycyjnej, ale daje podstawy konieczne i wystarczające do przeprowadzenia ścisłych *dowodów logicznych* tych zasad. Ograniczymy się tu tylko do wyrażenia owych zasad naczelnych *ontologii* (działu filozofii) w języku kanonicznym *Ontologii* (rachunku nazw).

I tak, „*ontologiczną zasadą tożsamości*” można wyrazić następująco:[40]

$$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{A\, a\}\ \varepsilon\{A\, A\})\urcorner ;$$

„ontologiczna zasada sprzeczności” i „ontologiczna zasada wyłączonego środka” mają odpowiednio postać:[41]

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(ob\{A\}\ \varepsilon\{A \sim(\cap(B \sim(B)))\})\urcorner$$

oraz

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(ob\{A\}\ \varepsilon\{A \cup(B \sim(B))\})\urcorner .$$

Te właśnie fakty czynią z *Ontologii* teorię „ogólnych zasad bytu”, formułowanych mniej precyzyjnie przez filozofów od czasów Parmenidesa, Platona i Arystotelesa.

Warto w tym miejscu podkreślić,[42] że *Ontologia* — jakkolwiek jest kodyfikacją logiczną podstawowych ontologicznych wyrażeń egzystencjalnych — nie jest jednak

[39] Por. np. Cz. Lejewski, dz. cyt., s. 157 i n.

[40] S. Leśniewski, „Über die Grundlagen der Ontologie”, s. 129.

[41] Por. T. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. I, 242, formuły 18 i 19.

[42] Por. S. Leśniewski, „Über die Grundlagen der Ontologie”, s. 129—131.

oparta na żadnych uprzednich założeniach egzystencjalnych. Znaczy to, że samo użycie języka tego systemu nie implikuje żadnych twierdzeń egzystencjalnych, inaczej niż dzieje się to częstokroć w wypadku szeregu wyrażeń języka większości współczesnych systemów i badań logicznych. W systemie *Ontologii* nie ma też żadnych środków pozwalających dowieść niejako *a priori* «twierdzenia o istnieniu» w sensie ogólnym lub szczegółowym — nie są bowiem twierdzeniami tego systemu formuły typu: „$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{A\ A\} \urcorner$" i „$\vdash(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{A\ A\}) \urcorner)$"; dają się natomiast dowieść ich zaprzeczenia. Jakkolwiek, z drugiej strony, wyrażenia typu „$\varepsilon\{A\ A\}$" lub „$\varepsilon\{a\ a\}$" mogą być częściami składowymi twierdzeń, co nie prowadzi do żadnej sprzeczności w tym systemie wedle znanego schematu *Principia mathematica* Whiteheada i Russella,[43] ponieważ w systemie *Ontologii* — ze względu na odpowiednie sformułowanie dyrektywy wprowadzania definicji wyrażeń nazwowych jako nowych twierdzeń — nie da się wyprowadzić żadne twierdzenie typu: „$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{A\ \varkappa\} \vdash(\varepsilon\{A\ A\})) \urcorner$", mogące prowadzić do antynomii Russella.

Wolna od uprzednich założeń egzystencjalnych *Ontologia* dopuszcza jednak istnienie tylko przedmiotów *indywidualnych*, a wyklucza — i to pod groźbą sprzeczności — istnienie przedmiotów *ogólnych* ze względu na jakiekolwiek przedmioty indywidualne, jeśli przedmioty ogólne miałyby posiadać tylko cechy wspólne przedmiotom indywidualnym, tj. gdyby spełniały postulat:[44]

$$\llcorner AaBb \lrcorner \ulcorner \phi(\,\varphi(\varepsilon\{A\ Og(a)\}\ \varepsilon\{A\ b\}\ \varepsilon\{B\ a\})\ \varepsilon\{B\ b\}) \urcorner.$$

Podsumowując — znaczenie istotne, a nawet fundamentalne, *Ontologii* (czyli systemu uogólnionego i powszechnego logiki nazw) dla *ontologii* (czyli dla jednego z podstawowych działów filozofii) zostało w ten sposób uzasadnione, jak sądzę, w stopniu dostatecznym.

3.3. Teoria części oraz klas kolektywnych (całości złożonych z) przedmiotów — kodyfikacja dedukcyjna zasad naczelnych złożoności bytu

Od zarania dziejów filozofii do jej zagadnień naczelnych należała kwestia metody ujęcia i objaśnienia w sposób ścisły i naukowy oczywistej *złożoności bytu realnego*, jego wieloaspektowej i wielowymiarowej *struktury*. Do czasów opracowania formalnego systemu dedukcyjnego *Mereologii* przez Leśniewskiego, nauka ścisła o złożoności struktury bytu jako takiego, przede wszystkim realnego, nie istniała w ogóle. *Mereologia* w swej postaci właściwej jest teorią abstrakcyjną, niezinterpretowaną w żaden określony sposób, jednakże jej swoistym i charakterystycznym heurystycznym «kontekstem odkrycia» były potrzeby ścisłości poznawczej nauk realnych, mających do czynienia z przedmiotami *konkretnymi*, *rzeczami*, a więc z tym wszystkim,

[43] Por. A.N. Whitehead i B. Russell, dz. cyt., vol. I, s. 77.

[44] Por. w szczególności: S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Rozdział II. O antynomii p. Russella, dotyczącej «klasy klas nie będących własnymi elementami»", s. 183—184, odnośnik 1.

cokolwiek jest czasowe i przestrzenne, i fizykalnie określone, np. fizykalnie oddziaływające na coś innego.[45]

Z tego też powodu język *Mereologii* daje się interpretować bez trudu na gruncie dowolnej postaci języka konkretów, realiów, a więc języka w swej części głównej fizykalnego — co wcale nie narusza charakteru czysto formalnego tego systemu i nie czyni *Mereologii* teorią fizykalną.

Przedstawię pokrótce najbardziej charakterystyczny układ aksjomatów i definicji podstawowych elementarnego systemu dedukcyjnego *Mereologii*, tj. tej części właściwej owego systemu dedukcyjnego, w której nie wprowadza się i nie kwantyfikuje żadnych funktorów zmiennych — ani nazwotwórczych, ani tym bardziej funktorów nazwopochodnych dowolnie wysokich rzędów kategorii semantycznych. Postaram się też wskazać pokrótce ich najważniejsze pod względem filozoficznym intuicyjne odniesienia interpretacyjne.

Terminami pierwotnymi takiej aksjomatyzacji *Mereologii* są — najbardziej swoiste i charakterystyczne dla tego systemu — pojęcia *części właściwej* przedmiotu-indywiduum oraz *klasy kolektywnej* takich przedmiotów. A oto najbardziej intuicyjny układ aksjomatów i definicji wyjściowych — nadal jednak w pełni czystego, tj. niezinterpretowanego i przez to zupełnie abstrakcyjnego — systemu *Mereologii*, której wyrażenia i formuły w omawianym tu ujęciu dotyczyć mogą po prostu wszystkiego, co spełni owe aksjomaty i definicje jako czysto formalne postulaty znaczeniowe, niezależnie od swej — określonej merytorycznie i jakościowo — natury rzeczywistej.[46] Wyjdźmy zatem od pojęcia części właściwej, dającej w źródłosłowie greckim nazwę temu systemowi; pojęcie to charakteryzują dwa aksjomaty *Mereologii*:

AI. $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\varepsilon\{A\ \mathrm{cz}(B)\}\varepsilon\{B \sim\!(\mathrm{cz}(A))\})\urcorner$;

słownie: jeżeli przedmiot *A* jest częścią (właściwą) przedmiotu *B*, to przedmiot *B* nie jest częścią (właściwą) przedmiotu *A*; oznacza to *asymetrię* roli części właściwej przedmiotu w stosunku do tegoż przedmiotu, która ma charakter *bezwarunkowy* i *egzystencjalnie mocny* — zakłada bowiem, w myśl definicji negacji nazwowej „$\sim$", *przedmiotowość, indywidualność B* z następnika implikacji stanowiącej tej aksjomat.

AII. $\llcorner ABC \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\,\varphi\,(\varepsilon\{A\ \mathrm{cz}(B)\}\varepsilon\{B\ \mathrm{cz}(C)\})\ \varepsilon\{A\ \mathrm{cz}(C)\})\urcorner$;

słownie: jeżeli przedmiot *A* jest częścią (właściwą) przedmiotu *B*, oraz przedmiot *B* jest częścią (właściwą) przedmiotu *C*, to przedmiot *A* jest częścią (właściwą) przedmiotu *C*; zatem rola części właściwej przedmiotu ma charakter bezwarunkowo *przechodni*.

Dwa dalsze aksjomaty charakterystyczne *Mereologii* poprzedzane są definicją pojęcia części niewłaściwej, czyli pojęcia *ingrediensu*, oraz pojęcia *całości* złożonej

[45] T. Kotarbiński, dz. cyt., wyd. II, s. 500.

[46] Por. S. Leśniewski, *Podstawy ogólnej teorii mnogości*. I, 1916, s. 9—12; tegoż autora, „O podstawach matematyki. Rozdział IV. O „Podstawach ogólnej teorii mnogości. I."", s. 263—265.

z przedmiotów-części, czyli pojęcia *klasy* w rozumieniu *kolektywnym*. Pierwsza z tych definicji ma postać:

DI. $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi\,(-\!\varphi\!-(\varepsilon\{A\ \mathrm{Id}\lfloor B\rfloor\}\varepsilon\{A\ \mathrm{cz}\lfloor B\rfloor\})\ \varepsilon\{A\ \mathrm{ingr}\lfloor B\rfloor\})\urcorner$;

słownie: przedmiot A jest ingrediensem przedmiotu B wówczas, gdy przedmiot A jest bądź tym samym przedmiotem, co przedmiot B, bądź też przedmiot A jest częścią (właściwą) przedmiotu B; zatem część niewłaściwa przedmiotu to bądź on sam, bądź też jego część właściwa — takie ujęcie najbliższe jest rozumieniu tradycyjnemu tych pojęć w filozofii i w naukach oraz najbardziej odpowiada intuicjom potocznym. Druga definicja ma zaś postać:

DII. $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi\,(\,\varphi\,(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner B \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\,\varepsilon\{Ba\}\ \varepsilon\{B\ \mathrm{ingr}\lfloor A\rfloor\})\urcorner \llcorner B \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\varepsilon\{B\ \mathrm{ingr}\lfloor A\rfloor\}\ \vdash\!(\llcorner C \lrcorner$
$\ulcorner\vdash\!(\,\varphi\,(\varepsilon\{C\ \mathrm{ingr}\lfloor B\rfloor\}\ \vdash\!(\llcorner D \lrcorner \ulcorner\vdash\!(\,\varphi\,(\varepsilon\{Da\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{ingr}\lfloor D\rfloor\}))\urcorner)))\urcorner))\urcorner)$
$\varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}\lfloor a\rfloor\})\urcorner$;

słownie: przedmiot A jest klasą (czyli zbiorem (mnogością) wszystkich) przedmiotów a wówczas, gdy A jest przedmiotem, wszelkie przedmioty a są ingrediensami przedmiotu A oraz, przy wszelkim B — jeżeli przedmiot B jest ingrediensem przedmiotu A, to pewien ingrediens przedmiotu B jest ingrediensem pewnego spośród przedmiotów a; zatem: przedmiot jest klasą, gdy zawiera *tylko* ingrediensy i zarazem *wszystkie* ingrediensy przedmiotów wchodzących w jego skład — w ten sposób pojęcie części niewłaściwej przedmiotu jest podstawą ustalenia warunku koniecznego i wystarczającego roli przedmiotu jako klasy w sensie kolektywnym. Podana definicja pokazuje, że pojęcie klasy przedmiotów rozumiane *kolektywnie* ma sens czysto *przedmiotowy* w ścisłym i dosłownym znaczeniu *poza*językowym — w przeciwieństwie do czysto *semantycznego*, a więc *meta*językowego, czyli *wewnątrz*-językowego, charakteru pojęcia mnogościowego klasy czy zbioru rozumianych *dystrybutywnie*. Wyjaśniłem tę ostatnią kwestię w punkcie 3.1. Z drugiej zaś strony, w określonym właśnie w ten sposób ścisły znaczeniu, pojęcie *klasy* przedmiotów rozumianej w podanym właśnie sensie *kolektywnym* jest ścisłym odpowiednikiem formalnym w systemie dedukcyjnym *Mereologii* tradycyjnego filozoficznego pojęcia *całości*.

Dalsze cechy kolektywnie pojętych klas przedmiotów ustalane są dodatkowo drogą aksjomatyczną. Chodzi mianowicie o to, że wszelkie klasy mereologiczne dowolnych przedmiotów, tj. ich klasy w sensie kolektywnym, spełniają dwa następujące, czysto formalne, ale zarazem tylko warunkowe, wymogi *egzystencjalne*, niezależnie od określonej merytorycznie natury bytowej owych klas:

AIII. $\llcorner AaB \lrcorner \ulcorner \phi\!-\!(\,\varphi\,(\varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}\lfloor a\rfloor\}\ \varepsilon\{B\ \mathrm{Kl}\lfloor a\rfloor\})\ \varepsilon\{A\ B\})\urcorner$;

słownie: jeżeli dowolny przedmiot A jest klasą przedmiotów a, oraz dowolny przedmiot B jest klasą przedmiotów a, to przedmiot A jest przedmiotem B; w aksjomacie tym wyrażony jest warunkowo i w sposób czysto formalny wymóg *jedyności*, bądź *jednoznaczności*, klasy dowolnych przedmiotów. Dodatkowy aksjomat drugi — to:

AIV. $\llcorner a \lrcorner \ulcorner \varphi\!\!-(\vdash(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{A\ a\})\urcorner)\ \vdash(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}(a)\})\urcorner))\urcorner$;

słownie: jeżeli pewien przedmiot *A* jest jednym z przedmiotów *a*, to pewien przedmiot *A* jest klasą przedmiotów *a*; w tym aksjomacie wyrażony jest z kolei warunkowo, i w sposób czysto formalny, wymóg *istnienia* klasy dowolnych przedmiotów, jeśli choć jeden taki przedmiot istnieje.

Brane łącznie razem — oba dodatkowe aksjomaty *Mereologii* składają się na wymóg warunkowy *przedmiotowości*, bądź *indywidualności*, kolektywnie rozumianej klasy dowolnych przedmiotów, jeśli istnieje choć jeden taki spośród owych przedmiotów, których klasą dany przedmiot ma być. Jest zatem już w pełni oczywiste, że kolektywnie rozumiana klasa dowolnych przedmiotów jest takim samym przedmiotem w znaczeniu określonym w *Ontologii* — tyle że, ewentualnie, bardziej złożonym — jakimi są dowolne jej części właściwe.

Pojęcie klasy kolektywnej indywiduów, jako złożonej z nich całości, musi bowiem spełniać pewne charakterystyczne postulaty znaczeniowe, różniące istotnie pojęcie Mereologiczne od mnogościowego; są nimi:[47]

(1) wymóg *niepustości* klas Mereologicznych (tj. w znaczeniu kolektywnym):

$$\llcorner a \lrcorner \ulcorner \varphi\!\!-(\vdash(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}(a)\})\urcorner)\ \vdash(\llcorner B \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{B\ a\})\urcorner))\urcorner;$$

słownie: jeżeli jakiś przedmiot jest klasą przedmiotów *a*, to pewien przedmiot jest *a*; postulat ten był przez Leśniewskiego pojmowany jako wyraz zdecydowanego odrzucenia koncepcji „klas pustych" jako koncepcji wręcz „mitologicznej";

(2) wymóg *dopuszczenia wielorakość składników* klas Mereologicznych (tj. w znaczeniu kolektywnym):

$$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \varphi\!\!-(\varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}(a)\}\ \vdash(\llcorner Bbc \lrcorner \ulcorner \vdash(\varrho(\varepsilon\{B\ \mathrm{Kl}(b)\}\ \varepsilon\{B\ \mathrm{Kl}(c)\}\ \llcorner CD \lrcorner \ulcorner \varphi\!\!-(\varrho(\varepsilon\{C\ b\}\ \varepsilon\{D\ c\})\ \varepsilon\{C \sim(\mathrm{Id}(D))\})\urcorner))\urcorner))\urcorner;$$

Leśniewski wyraził to słownie tak: wciąż się zdarza, iż ten a ten przedmiot jest klasą przedmiotów takich a takich i zarazem klasą przedmiotów całkiem innych;

(3) wymóg *jednostkowej indywidualności* klas Mereologicznych (tj. w znaczeniu kolektywnym):

$$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varphi\!\!-(\varrho(\vdash(\llcorner B \lrcorner \ulcorner \vdash(\varepsilon\{BA\})\urcorner)\ \llcorner BC \lrcorner \ulcorner \varphi\!\!-(\varrho(\varepsilon\{BA\}\varepsilon\{CA\})\varepsilon\{BC\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}(A)\})\urcorner;$$

słownie: jeżeli jeden i tylko jeden przedmiot jest *A*, to przedmiot *A* jest klasą przedmiotów *A*.

Kolejne pojęcia podstawowe *Mereologii* elementarnej, określone drogą odpowiednich definicji, rozwijają w sposób pełniejszy pojęcie naczelne tego systemu, tj. pojęcie *składania się przedmiotów jednych z drugich, niekoniecznie w sposób rozłączny*.[48] Pojęcie to wprawdzie nie zostało wprowadzone do systemu w sposób wy-

[47] Por. S. Leśniewski 'O podstawach matematyki. Rozdział II. O „antynomii p. Russella, dotyczącej „klasy klas nie będących własnymi elementami"', s. 186—187.

[48] Leśniewski pisał o tym wprost: "— Punktem wyjścia wszystkich moich rozważań nad „anty-

raźny, tj. formalnie, a więc jako odrębny termin stały systemu, ale ponieważ zawiera ono i wyraża łączną treść wszystkich pozostałych pojęć tego systemu, jest przez to założone domyślnie u jego podstaw. Przytoczę ważniejsze z tych definicji,[49] wyrażając je już jednak w terminologii kanonicznej systemów Leśniewskiego, a nie w oryginalnych ujęciach potocznych.

W *Mereologii* pojęcia kolektywnej klasy przedmiotów i kolektywnego zbioru przedmiotów nie są tożsame, jakkolwiek znaczeniowo są ze sobą ściśle związane. Jak to już ukazałem, klasa jest mianowicie pojmowana jako ten jeden jedyny spośród ewentualnie wielu zbiorów dowolnych określonych przedmiotów, który jest zbiorem *wszystkich* tych przedmiotów;[50] oba pojęcia odpowiednio inaczej też są definiowane. Pojęcie zbioru przedmiotów w sensie kolektywnym daje się bowiem zdefiniować w sposób następujący:

DIV. $\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi (\varphi (\varepsilon\{AA\} \llcorner B \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{B\ \mathrm{ingr}(A)\} \vdash (\llcorner C \lrcorner \ulcorner \vdash (\varphi (\varepsilon\{C\ \mathrm{ingr}(B)\} \vdash (\llcorner D \lrcorner$
$\ulcorner \vdash (\varphi (\varepsilon\{D \cap (a\ \mathrm{ingr}(A))\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{ingr}(D)\}))\urcorner)))\urcorner))\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \mathrm{zb}(a)\})\urcorner$;

słownie: przedmiot *A* jest zbiorem (niekoniecznie wszystkich) przedmiotów *a* wówczas, gdy *A* jest przedmiotem, oraz, przy wszelkim *B* — jeżeli przedmiot *B* jest ingrediensem przedmiotu *A*, to pewien ingrediens przedmiotu *B* jest ingrediensem pewnego przedmiotu *a*, będącego ingrediensem przedmiotu *A*.

Zbiór dowolnych przedmiotów może, ale nie musi, być także klasą tych przedmiotów, czyli zbiorem wszystkich takich przedmiotów — klasa dowolnych przedmiotów jest więc pewnym szczególnym przypadkiem granicznym zbioru tych przedmiotów; dlatego czynnik logiczny drugi podanej definicji zawiera zastrzeżenie dodatkowe o przynależności tych przedmiotów *a*, ze względu na które są ustalane warunki przynależności innych przedmiotów, do danego zbioru.

W *Mereologii* można także zdefiniować pojęcie kolektywnie rozumianego *elementu* przedmiotu, które — podobnie jak pojęcie elementu zbioru w sensie dystrybutywnym — jest określeniem pochodnym, odpowiednio, w stosunku do pojęcia klasy w sensie kolektywnym lub zbioru w sensie dystrybutywnym, tyle że w pierwszym

---

nomią" p. Russella była koncepcja klasy (*respective* zbioru), pozwalająca twierdzić o każdej w ogóle klasie (*respective* o każdym zbiorze) tych lub innych przedmiotów, że się „składa" (niekoniecznie w sposób rozłączny) z tych właśnie przedmiotów,...", czego ilustracją konkretną mogą być wszystkie łącznie brane fragmenty narysowanego fizycznie odcinka, tożsame i nietożsame z całym tym odcinkiem — por. 'O podstawach matematyki. Rozdział III. O różnych sposobach rozumienia wyrazów „klasa" i „zbiór"', s. 190.

[49] Por. S. Leśniewski, *Podstawy ogólnej teorii mnogości*. I, 1916, s. 12, 14, 25, 32, 33; tegoż autora, „O podstawach matematyki. Rozdział IV. O „Podstawach ogólnej teorii mnogości. I."", s. 270, 272, 277, 278, 279; „O podstawach matematyki. Rozdział V. Dalsze twierdzenia i definicje «ogólnej teorii mnogości», pochodzące z okresu do r. 1920 włącznie", s. 85 i 91.

[50] Leśniewski pisał: „mając do dyspozycji wyrazy "klasa" i "zbiór", nazwałem klasą jakichś a jedynie zbiór w s z y s t k i c h a"; zob. „O podstawach matematyki. Rozdział II. O antynomii p. Russella, dotyczącej «klasy klas nie będących własnymi elementami»", s. 186.

wypadku ma sens czysto przedmiotowy, tj. poza-językowy, a w drugim wypadku ma sens ściśle i czysto metajęzykowy, a więc wewnątrz-językowy. Definicja Mereologicznego pojęcia elementu indywiduum ma postać:

DV. $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\vdash(\llcorner a \lrcorner \ulcorner \vdash(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{Kl}(a)\}\ \varepsilon\{Aa\}))\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \mathrm{el}(B)\})\urcorner$;

słownie: przedmiot *A* jest elementem przedmiotu *B* wtedy, gdy przy pewnym *a* — przedmiot *B* jest klasą przedmiotów *a*, i przedmiot *A* jest jednym z przedmiotów *a*.

Pojęcie to odpowiada pod pewnymi względami mnogościowemu pojęciu *elementu zbioru* rozumianego *dystrybutywnie* — oba pojęcia są bowiem określane przez odniesienie do *całości*, jaką w *Mereologii* jest kolektywnie rozumiana klasa przedmiotów, a w teorii mnogości dystrybutywnie rozumiany zbiór, niekoniecznie tylko indywiduów. Różnica zasadnicza obu ujęć polega zaś na tym, że relacja kolektywnie rozumianego elementu przedmiotu do kolektywnie rozumianej klasy przedmiotów ma sens i charakter czysto *przedmiotowy* — oba człony takiej relacji są na równi *przedmiotami* w podanym powyżej znaczeniu określonym w *Ontologii*; natomiast relacja dystrybutywnie rozumianego elementu zbioru do owego dystrybutywnie rozumianego zbioru ma zasadniczo charakter ściśle *językowy*, tj. taki, jaki wiąże wyrażenie językowe, określające w zdaniach coś jako swój desygnat, oraz to coś, co jest określane w zdaniu trafnie przez to wyrażenie, stanowiąc jego desygnat. Uzupełniając i rozwijając to wyjaśnienie, należy po prostu porównać rolę drugiego czynnika koniunkcji, stanowiącej definiens powyższej definicji kolektywnie rozumianego pojęcia elementu przedmiotu, tj. formuły *przedmiotowej* „$\varepsilon\{Aa\}$", oraz formuły *semantycznej* funkcji zdaniowej „Φz", stanowiącej składnik operatora abstrakcji, będącego postacią właściwą określenia dystrybutywnie rozumianego zbioru czegokolwiek, jeśli ów zbiór występuje w roli członu relacji semantycznej: tj. bycia dystrybutywnie rozumianym elementem zbioru czegokolwiek. To ostatnie zagadnienie naświetliłem ogólnie powyżej w punkcie 3.1.

Sedno filozoficzne sygnalizowanej różnicy zasadza się zaś na tym, że dystrybutywnie pojęty zbiór jakichkolwiek elementów nie jest w ogóle przedmiotem w tym znaczeniu, w jakim ustalone to zostało w *Ontologii*, a jeśli w ogóle jest przedmiotem w jakimkolwiek innym znaczeniu — nigdzie zresztą nie określonym w sposób dostatecznie jasny i precyzyjny, nie mówiąc już o ścisłym ujęciu logicznym — to w stosunku do swych elementów musi on być przedmiotem jakiegoś rzekomo zupełnie odmiennego i nieporównywalnego rodzaju; dystrybutywnie rozumiane elementy jakiegokolwiek zbioru także są na ogół przedmiotami nie w sensie określonym w *Ontologii*, za wyjątkiem, być może, indywiduów jako obiektów „zerowego rzędu typów logicznych".[51]

Jednym z pojęć najbardziej charakterystycznych *Mereologii* jest pojęcie *zewnętrzności* jednego przedmiotu względem drugiego. Czysto formalna definicja tego pojęcia ma postać:

---

[51] Por. A. N. Whitehead i B. Russell, dz. cyt., vol. I, s. 47 i n.

DVI. ⌞*AB*⌟ ⌜ϕ(φ(ε{*AA*} φ(⊢(⌞*C*⌟ ⌜⊢(ε{*C* ingr(*A*)})⌝) ⌞*C*⌟ ⌜ϕ(ε{*C* ingr(*B*)} ε{*C* ∼(ingr(*A*))})⌝)) ε{*A* zew(*B*)})⌝;

słownie: przedmiot *A* jest przedmiotem zewnętrznym względem przedmiotu *B* wtedy, gdy *A* jest przedmiotem, oraz żaden ingrediens przedmiotu *B* nie jest ingrediensem przedmiotu *A*.

Do pojęć podstawowych *Mereologii*, charakteryzujących składanie się jednych przedmiotów z drugich w sposób niekoniecznie rozłączny należą — dające się zdefiniować za pomocą pojęć zewnętrzności przedmiotów oraz ich klasy oraz pojęcia elementu przedmiotu — pojęcia *podzbioru* (niewłaściwego) przedmiotów i ich *podzbioru właściwego*. Definicja pierwszego z tych pojęć ma postać:

DVII. ⌞*AB*⌟ ⌜ϕ(φ(ε{*AA*} ⌞*C*⌟ ⌜ϕ(ε{*C* el(*A*)} ε{*C* el(*B*)})⌝) ε{*A* pdzb(*B*)})⌝;

słownie: przedmiot *A* jest podzbiorem (podmnogością) przedmiotu *B* wtedy, gdy *A* jest przedmiotem, oraz każdy element przedmiotu *A* jest elementem przedmiotu *B*. Podzbiór dowolnego przedmiotu może — ale nie musi — być tożsamy z tym przedmiotem. Definicja pojęcia drugiego ma postać:

DVIII. ⌞*AB*⌟ ⌜ϕ(φ(ε{*A* pdzb(*B*)}ε{*A* ∼(Id(*B*))}) ε{*A* pdzbwł(*B*)})⌝;

słownie: przedmiot *A* jest podzbiorem właściwym (podmnogością właściwą) przedmiotu *B* wtedy, gdy przedmiot *A* jest podzbiorem przedmiotu *B*, oraz przedmiot *A* nie jest tym samym przedmiotem, co przedmiot *B*.

Innym charakterystycznym pojęciem *Mereologii* jest pojęcie *dopełnienia* jednego przedmiotu do innego, w którym szczególnie dobitnie zawarte jest formalnie Mereologiczne sedno złożoności przedmiotów:

DIX. ⌞*ABC*⌟ ⌜ϕ(φ(ε{*B* pdzb(*C*)} ε{*A* Kl(∩(el(*C*) zew(*B*)))}) ε{*A* dop(*BC*)})⌝;

słownie: przedmiot *A* jest dopełnieniem przedmiotu *B* do przedmiotu *C* wtedy, gdy przedmiot *B* jest podzbiorem przedmiotu *C*, oraz przedmiot *A* jest klasą elementów przedmiotu *C*, zewnętrznych względem przedmiotu *B*.

Natomiast pojęcia klasy przedmiotów oraz zewnętrzności wzajemnej przedmiotów względem siebie pozwalają już zdefiniować pojęcia podstawowych operacji Mereologicznych na przedmiotach jako obiektach złożonych, jak *dodawanie* kolektywne przedmiotów jednych do drugich:

DX. ⌞*ABC*⌟ ⌜ϕ(φ(ε{*A* Kl(∪(*B C*))}ε{*B* zew(*C*)}) ε{*A* +(*B C*)})⌝;

słownie: przedmiot *A* jest dodaniem przedmiotu *B* do przedmiotu *C* wtedy, gdy przedmiot *A* jest klasą przedmiotów, będących przedmiotem *B* lub przedmiotem *C*, oraz przedmiot *B* jest zewnętrzny względem przedmiotu *C*.

Do charakterystycznych pojęć *Mereologii* należy też pojęcie *sumy* kolektywnej przedmiotów:

DXI. ⌊*Aa*⌋⌜ϕ (ϙ (ε{*A* Kl(*a*)} ⌊*BC*⌋⌜ϕ(ϙ (ε{*B a*} ε{*C a*}) ϙ(ε{*B* Id(*C*)} ε{*B* zew(*C*)}))⌝) ε{*A* sum(*a*)})⌝ ;

słownie: przedmiot *A* jest *sumą* przedmiotów a wtedy, gdy przedmiot *A* jest klasą przedmiotów *a*, oraz, przy wszelkim *B* i *C* — jeżeli przedmiot *B* jest jednym (lub jedynym) z przedmiotów *a*, oraz przedmiot *C* jest jednym (lub jedynym) z przedmiotów *a*, to przedmiot *B* jest tym samym przedmiotem, co przedmiot *C*, lub przedmiot *B* jest zewnętrzny względem przedmiotu *C*.

Z pojęciem klasy przedmiotów rozumianej kolektywnie wiąże się bezpośrednio, i jest przez to normowane pod względem znaczeniowym, jedno z podstawowych pojęć filozofii w zakresie teorii bytu jako takiego, tj. pojęcie *Wszechświata* jako **całości** Bytu oraz odpowiednie twierdzenia ogólne dotyczące tego uniwersalnego obiektu.[52] Definicja pojęcia Wszechświata ma postać:

DXII. ⌊*A*⌋⌜ϕ (ϙ (ε{*AA*}⌊*B*⌋⌜ϕ(ε{*BB*} ε{*A* Kl(*B*)}))⌝ ε{*A* 𝔚})⌝ ;

słownie: przedmiot *A* jest Wszechświatem wtedy, gdy jest klasą przedmiotów. Symbol *stały*, będący nazwą *jednostkową* języka kanonicznego *Mereologii*: '𝔚' — oznacza *Wszechświat*. Jest to więc wyrażenie języka formalnego systemu dedukcyjnego, opartego w całości i wyłącznie na logice formalnej, ale wyrażenie to nie jest wyrażeniem języka kanonicznego samej logiki formalnej. Niemniej jednak, jako logicznie solidnie ugruntowane, ma znaczenie podstawowe w «filozofii pierwszej», odpowiada bowiem pojęciu *Bytu*, *Jedności*, pojętych jako *Całość kolektywna bytów*. Właściwym językiem kanonicznym «filozofii pierwszej» jest zatem język *Mereologii*, włączający sobą w tę filozofię cały język kanoniczny systemu powszechnego logiki formalnej, tj. *Prototetyki* i *Ontologii*, czyli całego, nareszcie efektywnego przez to, *organonu* tej filozofii. Dlatego też właściwymi formułami twierdzeń «filozofii pierwszej» są twierdzenia ontologiczne *Mereologii*.

Rozwinięciem aksjomatów AIII i AIV są *postulaty egzystencjalne* dotyczące Wszechświata:

⊢(⌊*A*⌋⌜⊢(ϙ (ε{*AA*})⌝) ⌊*BC*⌋⌜ε{*B* ⌉∼(∩(∼(*C*)))*C*}ε{*A* Kl(*B*)})⌝))⌝) ;

słownie: pewien przedmiot jest klasą przedmiotów niesprzecznych. Jest to twierdzenie *ściśle egzystencjalne* i jako takie nie należy do *Mereologii* jako czysto formalnej nauki dedukcyjnej, lecz do *Mereologii stosowanej*. Jeśli choć jedno dowolne zdanie jednostkowe będziemy mogli uznać za prawdziwe, np. zdanie ε{*Aa*}, to na zasadzie generalizacji egzystencjalnej będziemy mogli ostatecznie sformułować takie zdanie ściśle egzystencjalne — najpierw formułując zwykłe i proste zdanie szczegółowo-twierdzące ⊢(⌊*A*⌋⌜⊢(ε{*AA*})⌝); do czysto formalnego systemu dedukcyjnego *Mereologii* należy natomiast twierdzenie następujące:

⌊*B*⌋⌜ϕ(⊢(⌊*A*⌋⌜⊢(ε{*AA*})⌝) ⊢(⌊*C*⌋⌜⊢(ε{*C* Kl(∼(∩(*B* ∼(*B*))))})⌝))⌝.

[52] Por. S. Leśniewski, *Podstawy ogólnej teorii mnogości*. I, s. 31-32.

O podanym układzie zależności formalno-dedukcyjnych oraz egzystencjalno-interpretacyjnych świadczy zarys postulowanego przez Leśniewskiego dowodu tego twierdzenia:

W myśl zasady niesprzeczności możemy powiedzieć, iż każdy przedmiot jest przedmiotem niesprzecznym. Wypada stąd, że pewien przedmiot jest przedmiotem niesprzecznym, skąd wynika — zgodnie z aksjomatem III [*scil.* IV] — twierdzenie żądane:[53]

$$\llcorner B \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{\mathrm{Kl}(\sim(\cap(B \sim(B)))) \; \mathfrak{V}\})\urcorner;$$

słownie: klasa przedmiotów niesprzecznych jest wszechświatem. Jest to twierdzenie zarazem *jednostkowe* i *ogóle*, i jako takie nie należy do *Mereologii* jako czysto formalnej nauki dedukcyjnej, lecz do *Mereologii stosowanej* — na zasadach metodologicznych podobnych do tych, które określone zostały w odniesieniu do twierdzenia poprzedniego. W formalnym systemie dedukcyjnym *Mereologii* czysto logicznie daje się dowieść tylko następujące słabe twierdzenie ogólne:

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{A \; \mathrm{Kl}(\sim(\cap(B \sim(B))))\} \; \varepsilon\{A \; \mathfrak{V}\})\urcorner.$$

Odpowiada ono *warunkowemu* postulatowi *istnienia* Wszechświata jako *ogółu bytów*; postać oryginalna tego postulatu ma natomiast charakter kategoryczny, a więc absolutny, bezwarunkowy.

$$\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\text{ϙ}(\varepsilon\{A \; \mathfrak{V}\} \; \varepsilon\{B \; \mathfrak{V}\}) \; \varepsilon\{A \; B\})\urcorner;$$

słownie: jeżeli przedmiot *A* jest wszechświatem oraz przedmiot *B* jest wszechświatem, to przedmiot *A* jest przedmiotem *B*. Twierdzenie to odpowiada z kolei *warunkowemu* postulatowi *jedyności* czy *jednoznaczności* Wszechświata i jako takie daje się bez kłopotów dowieść w formalnym systemie dedukcyjnym *Mereologii*.

Podsumowując: znaczenie istotne, a nawet fundamentalne, *Mereologii*, czyli formalnej teorii dedukcyjnej złożoności bytu, dla dedukcyjnego *rozwinięcia* i *stosowania ontologii* jako jednego z podstawowych działów filozofii, zostało w ten sposób również dowiedzione, jak sądzę, w stopniu dostatecznym.

3.4. Stanisław Leśniewski, wbrew wyrażonej samoocenie, nie był „apostatą filozofii"

Jak z powyższych wywodów widać, Stanisław Leśniewski wcale nie był „*apostatą filozofii*", jak sam siebie określił w dedykacji zamieszczonej w pierwszej z szeregu publikowanych prac okresu dojrzałego, noszących łączny — i zarazem znamienny dla omawianej sprawy — tytuł „O podstawach matematyki".[54] Pisał tam:

---

[53] S. Leśniewski, Podstawy ogólnej teorii mnogości. I, s. 31.

[54] S. Leśniewski, „O podstawach matematyki. Wstęp", s. 164.

Swemu Czcigodnemu i Kochanemu Profesorowi filozofii, Panu D-rowi KAZIMIERZOWI TWARDOWSKIEMU, składa tę pracę w spóźnionym hołdzie jubileuszowym apostata filozofii a wdzięczny uczeń.

W owym czasie Leśniewski bowiem właśnie opracowywał swe systemy dedukcyjne dla potrzeb nowego ugruntowania matematyki, i od zainteresowań filozoficzno-logicznych okresu wczesnego swych badań przeszedł do zainteresowań meta-matematyczno-logicznych. W najgłębszym swym jestestwie intelektualnym pozostał jednak nadal filozofem. Co więcej, akurat wówczas to właśnie wniósł rzeczywiście istotny i nieprzemijający wkład do filozofii w zakresie jej nowych, i wreszcie rzetelnych, bo ściśle logicznych, podstaw, czego filozofia w swych działach głównych nigdy dotąd nie posiadała w stopniu dostatecznym.

Przyjrzyjmy się teraz zatem pokrótce temu, co istotnego Leśniewski wniósł w dziedzinie podstaw matematyki współczesnej, dążąc do nowego jej ugruntowania. Przedstawię tylko pewne wybrane propozycje w tym zakresie.

4. NOWE PODSTAWY MATEMATYKI

4. 1. *Ontologia* Leśniewskiego może stanowić rdzeniec propozycji nowego ugruntowania podstaw matematyki współczesnej w dziedzinie arytmetyki

Zamieszczone tu uwagi na temat roli *Ontologii*, jako głównego i właściwego narzędzia metodologicznego, pozwalającego ewentualnie w nowy i ostateczny sposób ugruntować matematykę współczesną, ograniczę w tym punkcie tylko do pewnych, historycznie przeprowadzonych dotąd faktycznie rozważań nad Ontologicznym ugruntowaniem arytmetyki. Nie chodzi oczywiście o arytmetykę jako część matematyki zajmującą się badaniem systemów liczbowych, w szczególności liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, rzeczywistych itd. Chodzi natomiast o *arytmetykę* jako *teorię badaną i stosowaną w podstawach matematyki*. Wyjść zatem należy od terminów pierwotnych i aksjomatów tak pojętej arytmetyki.

Ujęcie standardowe, wyrażone w symbolice tradycyjnej, zawiera:[55]

(a) aksjomatykę Peana, opartą na jednym symbolu funkcyjnym $\boldsymbol{S(x)}$ oraz na terminie stałym $\mathbf{0}$:

[1] $\forall x\, \exists y\, [y = S(x)]$;

[2] $\forall x\, [0 \neq S(x)]$;

[3] $\forall x\, \forall y\, [S(x) = S(y) \rightarrow x = y]$;

[4] $\phi(0) \wedge \forall x\, [\phi(x) \rightarrow \phi(S(x))] \rightarrow \forall x\, \phi(x)$ (schemat aksjomatu, będący schematem indukcji)

lub:

[4′] $\forall P\, \{P(0) \wedge \forall x\, [P(x) \rightarrow P(S(x))] \rightarrow \forall x\, P(x)\}$ (aksjomat indukcji).

---

[55] Por. np. *Mała encyklopedia logiki*, wyd. II, Wrocław 1988, s. 21—22.

(b) system arytmetyki naturalnej **Ar** — do aksjomatyki Peana dodaje się nowe aksjomaty zawierające definicje indukcyjne dla dodawania i mnożenia oraz rozszerzony schemat [4] na formuły zawierające (prócz symboli S i 0) „+" i „·":

[5] $\forall x\,(x + 0 = x)$;

[6] $\forall x\,\forall y\,[x + S(y) = S(x + y)$;

[7] $\forall x\,(x \cdot 0 = 0)$;

[8] $\forall x\,\forall y\,[x \cdot S(y) = x \cdot y + x]$.

Z kolei, ujęcie arytmetyki w ramach *Ontologii* Leśniewskiego opieram na notatkach z wykładu Leśniewskiego z roku akademickim 1928/29, sporządzonych przez Bolesława Sobocińskiego.[56] System aksjomatyczny arytmetyki, stanowiący część *Ontologii*, pojmowany jako teoria w podstawach matematyki, jest oparty na terminach: „*1*", „*nat*", „*Sq*", „+", „×", „>". Równość arytmetyczna „=" powinna być przy tym pojmowana w sposób Ontologicznie wszechstronny, a więc obejmujący alternatywnie wszystkie trzy wyróżnione powyżej odmiany tożsamości Ontologicznej — z punktu widzenia ich «mocy» egzystencjalnej. Przyjmując podane powyżej w 3.2. definicje Ontologiczne tożsamości indywiduów, cechujących się różną mocą egzystencjalną, możemy zdefiniować Ontologicznie równość arytmetyczną „=" jako podstawę przejścia do rozwinięcia systemu *Ontologii* o nadbudowany nad nim system arytmetyki:

D1. ⌞*AB*⌟⌜ϕ(-ϙ-(ε{*A* Id⌊*B*⌋} □{*AB*} ∘ {*AB*}) = {*AB*})⌝.

Na tym gruncie można przyjąć następujący układ aksjomatów Ontologicznie ujętej arytmetyki:

(*a*) System aksjomatów A1—A5 jest mniej lub bardziej zgodny z systemem aksjomatów arytmetyki Peana:

A1. ε{*1* nat};

A2. ⌞*A*⌟⌜ϕ-(ε{*A* nat} ε{*Sq*⌊*A*⌋ nat})⌝

[termin '*Sq*' można zdefiniować:

⌞*AB*⌟⌜ϕ(ϙ(ε{*A* nat} ε{*B* nat} ε{*A* +⌊*B* *1*⌋}) ε{*A* *Sq*⌊*B*⌋})⌝];

A3. ⌞*A*⌟⌜ϕ-(ε{*A* nat} ⊢(= {*Sq*⌊*A*⌋ *1*}))⌝;

A4. ⌞*AB*⌟⌜ϕ-(ϙ(ε{*A* nat} ε{*B* nat} = {*Sq*⌊*A*⌋ *Sq*⌊*B*⌋}) = {*A B*})⌝;

A5. ⌞*Aa*⌟⌜ϕ-(ϙ(ε{*1* *a*} ⌞*B*⌟⌜ϕ-(ϙ(ε{*B* nat} ε{*B* *a*}) ε{*Sq*⌊*B*⌋ *a*})⌝ ε{*A* nat}) ε{*A* *a*})⌝ (jest to zasada indukcji matematycznej);

(*b*) System aksjomatów A6—A11 odpowiada w zasadzie systemowi arytmetyki naturalnej:

A6. ⌞*A*⌟⌜ϕ-(ε{*A* nat} = {+⌊*A* *1*⌋ *Sq*⌊*A*⌋})⌝;

A7. ⌞*A*⌟⌜ϕ-(ϙ(ε{*A* nat} ε{*B* nat}) = {+⌊*A*+⌊*B* *1*⌋⌋ +⌊+⌊*A B*⌋ *1*⌋})⌝

(aksjomaty A6—A7 zastępują definicję „+");

A8. ⌞*A*⌟⌜ϕ-(ε{*A* nat} = {×⌊*A* *1*⌋ *A*})⌝;

A9. ⌞*AB*⌟⌜ϕ-(ϙ(ε{*A* nat} ε{*B* nat}) = {×⌊*A*+⌊*B* *1*⌋⌋ +⌊×⌊*A B*⌋ *A*⌋})⌝;

---

[56] Por. Jan T.J. Srzednicki & Zbigniew Stachniak (wyd.), *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, s. 129—152.

A10. $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\rho(\varepsilon\{A\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\} >\{A\ B\}) \vdash(\llcorner C \lrcorner \ulcorner \vdash(\rho(\varepsilon\{C\ \mathrm{nat}\} =\{A +(B\ C)\}))\urcorner))\urcorner$;

A11. $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\rho(\varepsilon\{A\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}) >\{+(A\ B)\ A\})\urcorner$;

A12*. $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{A\ Sq(B)\}\ \varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\})\urcorner$.

Żaden odpowiednik aksjomatu A12* nie jest twierdzeniem arytmetyki Peana.

Warto w tym miejscu zauważyć, że w myśl A1, o liczbie *1* możemy mówić jako o indywiduum w takim samym sensie, jak np. o Sokratesie, gdy tylko poza omawianą właśnie *interpretacją arytmetyczną* systemu *Ontologii* przyjmiemy także jego *interpretację konkretną*, głównie typu *fizykalnego* z możliwością jednak rozszerzenia w dziedzinie całej wiedzy realnej, w tym także humanistycznej: w tym celu wystarczy dołączyć do podanego aksjomatu i definicji systemu formalnego *Ontologii* pewne najogólniejsze twierdzenia fizykalne, wyrażone w terminologii Ontologicznej, jako postulaty znaczeniowe dla terminu *„rzecz”*, poddające znaczeniowo ten termin tym samym regułom, co termin Ontologiczny *„przedmiot”*. Dopiero tak zinterpretowana *Ontologia* stałaby się działem uogólnionej i dedukcyjnie uporządkowanej fizyki uogólnionej, względnie uogólnionej wiedzy realnej łącznie z wiedzą humanistyczną.

To charakterystyczne dla *Ontologii* i wszelkich jej zastosowań «zrównanie bytowe» liczb i rzeczy fizykalnych może wydawać się szokującym — przywykliśmy uważać intuicyjnie liczby za jakiś odrębny, choć zarazem zupełnie nieokreślony «rodzaj» bytu. Rzecz jednak w tym, że poza naruszeniem naszych nawyków myślowych żadne trudności logiczne ani rzeczowe nie zagrażają takiemu «zrównaniu bytowemu» tradycyjnie pojętych abstraktów z konkretami — zagadnienie to jest tak pasjonujące i filozoficznie głębokie, że wymaga zupełnie odrębnych studiów. Poprzestanę zatem na jego zasygnalizowaniu.

Powracając do Ontologicznego ugruntowywania arytmetyki — symbol *zera*: *„0”*, który w ujęciu tradycyjnym miałby reprezentować zbiór pusty, daje się zdefiniować Ontologicznie na podstawie dyrektywy definiowania terminów nazwowych,[57] w taki sposób, że fakt posługiwania się tym symbolem w formułach Ontologicznych twierdzeń arytmetyki nie implikuje żadnych konsekwencji egzystencjalnych:

Df.0: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\rho(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\})\ \varepsilon\{1\ Sq(A)\})\ \varepsilon\{A\ 0\})\urcorner$.

Definicja ta, na mocy A12*, nie pozwala jednak zaliczyć liczby *0* do liczb naturalnych, ponieważ prawdziwe musiałoby być najpierw zdanie „$\varepsilon\{0\ \mathrm{nat}\}$”, będące podstawieniem następnika A12*; skoro jednak — na mocy występującej w jego definiensie koniunkcji zdań wzajemnie sprzecznych: $\rho(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\}))$ — *„0”* nie jest przedmiotem w myśl definicji Df.0, to zdanie jednostkowe: „$\varepsilon\{0\ \mathrm{nat}\}$”, o podmiocie nic nie oznaczającym: *„0”*, musi być fałszywe. Symbol liczby 0, tj. *„0”*, jest zatem wygodnym liczmanem w Ontologicznie ugruntowanej arytmetyce, spełniającym wszystkie funkcje wymagane od takiego znaku w arytmetyce jako dziale matematyki — podobnie jak jest nim w każdej innej, dowolnej interpretacji i dowolnym innym ugrun-

[57] Por. Leśniewski, „Über die Grundlagen der Ontologie”, T.E. LVI^{0}, s. 123—125.

towaniu logicznym, jak chociażby w standardowym ugruntowaniu mnogościowym. Nie implikuje to jednak żadnych wniosków egzystencjalnych, nie wymaga przyjmowania założeń ani wyprowadzania konsekwencji o charakterze egzystencjalnym, dotyczących rzekomego istnienia czy przedmiotowości takiego rzekomego «bytu», jakim ewentualnie miałaby być liczba *0*.

Na zasadach podobnych do tych, jakie obowiązują w wypadku definicji *0*, można także definiować — w ciągu wielkości malejących — kolejne liczby ujemne, a następnie opracować stosowny dział arytmetyki jako teorię tych liczb, bez naruszania przez to naczelnych zasad *Ontologii* jako logiki nazw, tj. bez pojawiania się jakiejkolwiek konieczności uznawania istnienia czegokolwiek innego niż indywidua, i to — na dodatek — konkretne. Liczbę „*-1*" można np. zdefiniować Ontologicznie w sposób następujący:

Df.-1: $\llcorner A \lrcorner \ulcorner \phi(\varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash (\varepsilon\{AA\})\, \varepsilon\{0\, Sq(A)\})\, \varepsilon\{A\ \text{-}1\})\urcorner$

itd. itp. jeśli chodzi o pozostałe liczby ujemne; potem zaś można odpowiednio zdefiniować liczby ułamkowe jako części Mereologiczne liczb naturalnych oraz całkowitych liczb ujemnych; następnie na podobnych zasadach liczby wymierne i niewymierne, a wreszcie — liczby rzeczywiste. Poza liczbami naturalnymi i dodatnimi liczbami ułamkowymi, których określenia będą miały charakter przedmiotowy, wszystkie pozostałe symbole liczb będą tylko wygodnymi liczmanami, pozwalającymi opracować Ontologiczne podstawy arytmetyki w sposób co najmniej równie zupełny, jak daje się to zrealizować na gruncie standardowych ujęć mnogościowych — a zarazem bez potrzeby uznawania istnienia jakichkolwiek desygnatów tych wygodnych liczmanów, a więc i bez groźby naruszenia zasad naczelnych *Ontologii* jako systemu zupełnego logiki nazw. Wynika to z faktu, że definiens liczby *-1* zawiera koniunkcję zdań wzajemnie sprzecznych: „$\varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash (\varepsilon\{AA\}))$", wzbogaconą o jednostkowe zdanie fałszywe „$\varepsilon\{0\, Sq(A)\}$", bowiem jego podmiot, tj. symbol liczby *0*: „*0*", nic nie oznacza zgodnie z podaną wyżej definicją liczby *0*; definiendum Df.-1, tj. „$\varepsilon\{A\ \text{-}1\}$", jest jednak także fałszywe — żaden bowiem przedmiot nie jest liczbą *-1*. Definicja Df.-1, jako równoważność, przy obu jej członach fałszywych jest zdaniem prawdziwym, daje się zatem przyjąć w systemie arytmetyki Ontologicznej — ale właśnie zarazem zasadniczo bez możliwości wyprowadzania jakichkolwiek pozytywnych wniosków egzystencjalnych co do ewentualnego desygnatu symbolu definiowanej liczby *-1*, tj. „*-1*". Można to wykazać przez odwołanie się do pozostałych dyrektyw systemów Leśniewskiego,[58] które powinny dać się stosować do definicji jako efektów zastosowania odpowiedniej dyrektywy definiowania w tych systemach. Otóż do definicji Df.0, Df.-1 itp., można zastosować na początek dyrektywę rozdziału kwantyfi-

[58] Por. S. Leśniewski, „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. §§1—11", § 11., T.E. XLIV—IL, s. 70—75; tegoż autora, „Über die Grundlagen der Ontologie", T.E. $XLIV^0$, $XLVII^0$—IL^0 i $LVII^0$, s. 118—122 i 125—127.

katora.[59] Otrzymuje się w efekcie odpowiednie twierdzenia Ontologicznego sytemu arytmetyki:

Df.0′: $\phi(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\})\, \varepsilon\{1\ Sq(A)\})\urcorner \llcorner A \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{A\ 0\})\urcorner)$

oraz

Df.-1′: $\phi(\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\})\, \varepsilon\{0\ Sq(A)\})\urcorner \llcorner A \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{A\ {-1}\})\urcorner)$,

do których już nie da się zastosować żadnej dyrektywy systemów Leśniewskiego — w szczególności zaś dyrektywy odrywania dla równoważności,[60] ponieważ jakkolwiek obie te formuły są zdaniami prawdziwymi Ontologicznie ugruntowanej arytmetyki, to jednak ich poprzedniki, tj. odpowiednio formuły: „$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\})\, \varepsilon\{1\ Sq(A)\})\urcorner$" i „$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varphi(\varepsilon\{AA\} \vdash(\varepsilon\{AA\})\, \varepsilon\{0\ Sq(A)\})\urcorner$", są wprawdzie sensownymi zdaniami Ontologicznej arytmetyki, ale są zawsze fałszywe jako zdania sprzeczne z wyjaśnionych już powyżej powodów. Nie można zatem wyprowadzić drogą odrywania następników obu postaci tych definicji z rozdzielonymi kwantyfikatorami, tj. odpowiednio „$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{A\ 0\})\urcorner$" i „$\llcorner A \lrcorner \ulcorner \varepsilon\{A\ {-1}\})\urcorner$". Żadne inne dyrektywy SL nie dają się już dalej zastosować do Df.0 lub Df.-1, ani ich przekształceń Df.0' i Df.-1'.

Arytmetyka, ugruntowana Ontologicznie (logicznie), pozwala przeformułować wszystkie metalogiczne ujęcia mnogościowe standardowych podstaw matematyki na czysto przedmiotowe ujęcie *Ontologii*, z ewentualnym uzupełnieniem z zakresu *Mereologii* stosowanej. I tak: definicja ogólna liczby jako *klasy (mnogościowej) klas (mnogościowych) indywiduów równolicznych* ze sobą, jest wyrażalna w ujęciu Ontologiczno-Mereologicznym, dając pojęcia dowolnej liczby *n* jako całości złożonej z *n*-tek przedmiotowych we Wszechświecie jako całości-klasie Mereologicznej przedmiotów, a język teorii deskrypcji określonych lub nieokreślonych, oraz teorii klas mnogościowych — jako metajęzyk właściwy metalogice-semantyce zdań jednostkowych *Ontologii* i *Mereologii*, mówiących o liczbach jako o indywiduach-klasach Ontologiczno-Mereologicznych złożonych z dokładnie tylu przedmiotów (tj. w myśl Ontologicznego pojęcia „∞"), w stosunku do których ujęcia mnogościowe są tylko opisami metajęzykowymi semantyki podmiotów i orzeczników takich zdań.

Wychodząc od słownego określenia liczby, głoszącego, że:[61]

liczba jakiejś klasy jest klasą wszystkich tych klas, które są do niej podobne,

i uwzględniając ewentualnie pojęcie klasy tylko w sensie Mereologicznym, możemy symbolicznie zapisać definicję ścisłą pojęcia liczby — ograniczając się nawet tylko do środków *Ontologii*:

$$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi(\llcorner Bbc \lrcorner \ulcorner \phi\!\!-(\varphi(\infty\{bc\}\ \varepsilon\{A \text{ nat}\}\ \phi(\varepsilon\{B\ a\}\ \varepsilon\{B \cup(bc)\}))\ \varepsilon\{A \text{ Num}(a)\})\urcorner.$$

[59] Por. S. Leśniewski 'Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. §§1—11.', § 11., T.E. XLV, s. 72—73.

[60] Por. tamże, T.E. XLVI, s. 73.

[61] Por. B. Russell, *Wstęp do filozofii matematyki*, Warszawa 1958, s. 31.

Otrzymujemy w ten sposób teorię arytmetyki czysto przedmiotową, a nie językową, i zarazem nominalistyczną, a nie jakąś *quasi*-idealistyczną lub wręcz jawnie idealistyczną.

Na gruncie powyższej Ontologicznej aksjomatyzacji arytmetyki można podać szereg definicji nazw arytmetycznych, a każda taka Ontologiczna nazwa arytmetyczna reprezentuje określony układ zależności logicznych między zdaniami, nazwami oraz funkcjami zdaniotwórczymi i nazwotwórczymi. Ich istotna rola logiczna ujawnia się w toku dowodzenia twierdzeń określających własności Ontologiczno-logiczne liczb oraz takież związki między liczbami. Bez tych definicji dowody takie nie byłyby możliwe. Wszystkie te definicje mają przy tym charakter wybitnie twórczy. Zagadnień tych omawiał tu nie będę, podam tylko przykłady takich definicji.

W teorii Ontologicznej dodawania i mnożenia liczb naturalnych można podać następujące definicje arytmetyczne w wersji egzystencjalnie najmocniejszej, oparte na aksjomatach Ontologicznych arytmetyki:[62]

DAr1: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner B\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{+(BA)\ \mathrm{nat}\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\beta\})\urcorner$;

DAr2: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \varepsilon\{+(A1)\ \mathrm{Id}(+(1A))\})\ \varepsilon\{A\ \alpha\gamma\})\urcorner$;

DAr3: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner BC\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{nat}\})\ \varepsilon\{+(B\ +(CA))\ \mathrm{Id}(+(+(BC)\ A))\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\delta\})\urcorner$;

DAr4: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner BC\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{+(BA)\ \mathrm{Id}(+(CA))\})\ \varepsilon\{B\ \mathrm{Id}(C)\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\varepsilon\})\urcorner$;

DAr5: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner B\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{+(AB)\ \mathrm{Id}(+(BA))\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\zeta\})\urcorner$;

DAr6: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \vdash(\llcorner B\lrcorner\ulcorner\vdash(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\varphi(\varepsilon\{A\ \mathrm{Id}(B)\}\ \varepsilon\{A\ \mathrm{Id}(+(B1))\})))\urcorner))\ \varepsilon\{A\ \alpha\mu\})\urcorner$;

DAr7: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner B\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{\sim(+(BA))\ \mathrm{Id}(A)\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\vartheta\})\urcorner$;

DAr8: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner C\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{C\ \mathrm{nat}\}\ \vdash(\llcorner B\lrcorner\ulcorner\vdash(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\varphi(\varepsilon\{C\ \mathrm{Id}(A)\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{Id}(+(BA))\}\ \varepsilon\{A\ \mathrm{Id}(+(BC))\})))\urcorner))\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\iota\})\urcorner$;

DAr9: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{\times(1A)\ \mathrm{Id}(A)\}\ \varepsilon\{A\ \alpha\kappa\})\urcorner$;

DAr10: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner B\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{\times(BA)\ \mathrm{nat}\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\lambda\})\urcorner$;

DAr11: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner BC\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{nat}\})\ \varepsilon\{\times(+(BC)\ A)\ \mathrm{Id}(+(\times(BA)\ \times(CA)))\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\mu\})\urcorner$;

DAr12: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner B\lrcorner\ulcorner\phi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{\times(AB)\ \mathrm{Id}(\times(BA))\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\nu\})\urcorner$;

DAr13: $\llcorner A\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{AA\}\ \llcorner BC\lrcorner\ulcorner\phi(\varphi(\varepsilon\{B\ \mathrm{nat}\}\ \varepsilon\{C\ \mathrm{nat}\})\ \varepsilon\{\times(\times(BC)\ A)\ \mathrm{Id}(\times(B\ \times(CA)))\})\urcorner)\ \varepsilon\{A\ \alpha\xi\})\urcorner$.

[62] Por. Jan T.J. Srzednicki & Zbigniew Stachniak (wyd.), *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, D1—D12., s. 130—138.

Na ujęciach tego typu można ewentualnie oprzeć nową, zwięźlejszą postać arytmetyki liczb naturalnych w zakresie działań aksjomatycznie podstawowych, tj. dodawania i mnożenia liczb naturalnych, a w dalszej kolejności — całość arytmetyki. Zadanie to czeka nadal na rozwiązanie.

4.2. Mereologia Leśniewskiego może stanowić rdzeniec propozycji nowego ugruntowania podstaw matematyki współczesnej w dziedzinie geometrii

W latach dwudziestych XX w., opracowując aksjomatycznie *Mereologię* jako w pełni rozwinięty formalny system dedukcyjny, Leśniewski sugerował podjęcie na jego gruncie badań, mających na celu opracowanie podstaw *geometrii ciał stałych*. Ujęcie wstępne tego zagadnienia przedstawił szkicowo Alfred Tarski;[63] postaram się, pokrótce tylko i ogólnie, zasygnalizować kierunek główny tych badań.

Otóż Leśniewski rozumiał pod mianem *geometrii ciał stałych* system geometrii, pozbawiony takich figur geometrycznych, jak punkty, linie i powierzchnie. Przyjmował natomiast w roli figur tylko ciała stałe — korelaty intuicyjne zbiorów regularnych otwartych (lub zamkniętych) trójwymiarowej geometrii Euklidesowej. Cecha charakterystyczna takiej geometrii ciał stałych — w przeciwieństwie do wszelkich geometrii punktowych — wyraża się w szczególności w prawie, w myśl którego *każda figura zawiera inne figury jako swe części właściwe*. *Mereologia*, jako — omówiona w zarysach powyżej — teoria *relacji części do całości*, pojmowanej jako relacja między indywiduami, ma niewątpliwie znaczenie istotne w proponowanym przez Tarskiego ujęciu podstaw geometrii ciał stałych. W tym sensie może być przykładem stosowania *Mereologii* w badaniach nad podstawami geometrii w ogóle.

Jednakże ujęcie to nie jest całkiem jednolite — oparte jest bowiem, paradoksalnie i niekonsekwentnie, nie na *Ontologii*, na gruncie której zostały opracowane wszelkie ujęcia Mereologiczne, lecz na teorii mnogości. Fakt ten obrazuje jednak w sposób ogólny i dosadny swoisty stan niedorozwoju metodologicznego badań Mereologicznych u podstaw geometrii: omówię ujęcie Tarskiego jako próbkę *trudności* badawczych w tym zakresie — tyle bowiem można do dzisiaj mówić o postulowanej tu roli *Mereologii* w stosunku do geometrii.

Tarski wprawdzie oparł bowiem swe ujęcie podstaw geometrii ciał stałych na ustaleniach dotyczących pewnych podstawowych pojęć *Mereologii*, wyłuszczonych powyżej, takich jak *część* właściwa przedmiotu (odpowiednik powyższego aksjomat AI *Mereologii*), przedmiot *zewnętrzny* względem innego (odpowiednik powyższej definicji DVI *Mereologii*), czy też *suma* przedmiotów (odpowiednik powyższej definicji DXI *Mereologii*),[64] równocześnie zaś owe pojęcia Mereologiczne próbował opierać z kolei na mnogościowym (dystrybutywnym) a nie Mereologicznym

---

[63] Por. A. Tarski „Foundations of the Geometry of Solids", w: tegoż, *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923—1938*, Oxford 1956, s. 24—29.

[64] Por. tamże, s. 25, definicje I—III.

(kolektywnym) rozumieniu klasy przedmiotów.[65] Za postulaty naczelne *Mereologii* stosowanej w swych badaniach, Tarski uznał bowiem — z jednej strony — podaną zasadę przechodniości relacji bycia częścią przedmiotu (odpowiednik aksjomatu AII *Mereologii*), ale z drugiej strony, przyjął wymóg istnienia — pojętej już tylko czysto mnogościowo — sumy elementów każdej klasy niepustej przedmiotów, dający się wyrazić w postaci formuły zdaniowej nie dającej się dowieść jako twierdzenie *Mereologii*:[66]

$$\forall\alpha\,\forall x \;\dot{:}\!:\!:\; x\in\alpha \,.\, \alpha\notin 0 \;:::\; \rightarrow \;:::\; \exists X \;\dot{:}\!:\; X\in \bigcup_{x\in\alpha} x \;::\; \forall Y\,\forall Z \;.\!:\; Y{=}X \,.\, Z{=}X : Y{=}Z;$$

słownie: dla każdej niepustej klasy indywiduów α istnieje dokładnie jedno indywiduum X, takie, że jest ono sumą — ale już wyłącznie mnogościową, a nie Mereologiczną — klasy α. Tak pojęta suma różni się oczywiście zasadniczo od określonej powyżej w DXI sumy kolektywnej klasy indywiduów, której symbolem byłaby złożona formuła funkcyjna zdaniowo-nazwowa: „ε{*A* sum⟮el⟮Kl⟮*a*⟯⟯⟯}”, dająca następujące twierdzenie *Mereologii*, przy jednoczesnym założeniu, że „ε{*A* Kl⟮*a*⟯}”, ale zarazem bez potrzeby — redundantnego z zasady — zakładania niepustości klasy kolektywnej indywiduów:

$$\llcorner Aa \lrcorner \ulcorner \phi(\varepsilon\{A\ \mathrm{Kl}(a)\}\ \vdash(\llcorner BC \lrcorner \ulcorner \vdash(\varphi(\varepsilon\{A\ \mathrm{sum}(\mathrm{el}(\mathrm{Kl}(a)))\}\ \phi(\varphi(\varepsilon\{B\,A\}\ \varepsilon\{C\,A\})$$
$$\varepsilon\{B\,C\})))\urcorner))\urcorner.$$

Nawiasem mówiąc, to ostatnie zdanie daje się istotnie dowieść jako twierdzenie systemu *Mereologii* — ale nie na nim opierał się Tarski w omawianych tu właśnie, metodologicznie niespójnych, wywodach Mereologiczno-mnogościowo-geometrycznych.

Zatem *Mereologia* — oparta fragmentarycznie w taki bliżej nieokreślony sposób na teorii mnogości, zamiast w naturalny sposób logiczny na *Ontologii* Leśniewskiego — jest postulowana jako podstawa geometrii ciał stałych w tym sensie istotnym, że pojęcie relacji części do całości zawarte jest w systemie pojęć pierwotnych tej ostatniej, a oba wymienione postulaty także są zawarte wśród jej postulatów.

W roli jedynego *specyficznego* terminu pierwotnego geometrii ciał stałych przyjmuje się pojęcie *kuli*. Za pomocą tego pojęcia, oraz wskazanych wyżej pojęć *Mereologii*, definiuje się następnie szereg dalszych pojęć geometrycznych, potrzebnych do ostatecznego sformułowania postulatów swoistych geometrii ciał stałych. Chodzi przede wszystkim o takie pojęcia, jak pojęcie kuli *zewnętrznie* i *wewnętrznie stycznych* ze sobą, kuli *zewnętrznie* i *wewnętrznie przeciwnych do* siebie, czy też kuli *wzajemnie koncentrycznych*:[67]

[65] Por. tamże, s. 25, odnośnik 1.
[66] Por. tamże, s. 25, postulaty I—II.
[67] Por. tamże, s. 26—27, definicje 1—5.

DGe1: ⌞AB⌟ ⌜ϕ (ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{A zew(B)} ⌞CD⌟ ⌜ϕ(ϙ (ε{C kula} ε{D kula} ε{A cz(C)} ε{A cz(D)} ε{C zew(B)} ε{D zew(B)}) -ϙ-(ε{C cz(D)} ε{D cz(C)}))⌝) ε{A **zewstycz**(B)})⌝ ;

słownie: kula A jest *zewnętrznie styczna* z kulą B wówczas, gdy: (i) kula A jest zewnętrzna względem kuli B i (ii) jeśli dane są dwie kule C i D, zawierające jako część kulę A oraz zewnętrzne względem kuli B, to przynajmniej jedna z nich jest częścią drugiej.

DGe2: ⌞AB⌟ ⌜ϕ (ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{A cz(B)} ⌞CD⌟ ⌜ϕ(ϙ (ε{C kula} ε{D kula} ε{A cz(C)} ε{A cz(D)} ε{C cz(B)} ε{D cz(B)}) -ϙ-(ε{C cz(D)} ε{D cz(C)}))⌝) ε{A **wewstycz**(B)})⌝ ;

słownie: kula A jest *wewnętrznie styczna* z kulą B wówczas, gdy: (i) kula A jest częścią właściwą kuli B i (ii) jeśli dane są dwie kule C i D, zawierające jako część kulę A oraz tworzące część kuli B, to przynajmniej jedna z nich jest częścią drugiej.

DGe3: ⌞ABC⌟ ⌜ϕ (ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{A zewstycz(C)} ε{B zewstycz(C)}⌞DE⌟ ⌜ϕ(ϙ (ε{D kula} ε{E kula} ε{D zew(C)} ε{E zew(C)} ε{A cz(D)} ε{B cz(E)}) ε{D zew(E)})⌝) ε{∪($_2AB$)$_2$ **zewprzeciw**(C)})⌝ ;

słownie: kule A i B są *zewnętrznie przeciwne do* kuli C wówczas, gdy (i) każda z kul A i B jest styczna zewnętrznie z kulą C; i (ii) jeśli dane są dwie kule D i E zewnętrzne względem kuli C oraz takie, że A jest częścią D zaś B jest częścią E, to kula D jest zewnętrzna względem E.

DGe4: ⌞ABC⌟ ⌜ϕ (ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{A wewstycz(C)} ε{B wewstycz(C)}⌞DE⌟ ⌜ϕ(ϙ (ε{D kula} ε{E kula} ε{D zew(C)} ε{E zew(C)} ε{A zewstycz(D)}ε{B zewstycz(E)}) ε{D zew(E)})⌝) ε{∪($_2AB$)$_2$ **wewprzeciw**(C)})⌝ ;

słownie: kule A i B są *wewnętrznie przeciwne do* kuli C wówczas, gdy: (i) każda z kul A i B jest styczna wewnętrznie z kulą C i (ii) jeśli dane są dwie kule D i E zewnętrzne względem kuli C oraz takie, że A jest zewnętrznie styczną z D, zaś B jest zewnętrznie styczną z E, to kula D jest zewnętrzna względem E.

DGe5: ⌞AB⌟ ⌜ϕ (-ϙ-(ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{A Id(B)}) ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{A cz(B)} ⌞CD⌟ ⌜ϕ(ϙ (ε{C kula} ε{D kula} ε{∪($_2CD$)$_2$ zewprzeciw(A)} ε{C wewstycz(B)} ε{D wewstycz(B)}) ε{∪($_2CD$)$_2$ wewprzeciw(B)})⌝) ϙ (ε{A kula} ε{B kula} ε{B cz(A)} ⌞CD⌟ ⌜ϕ(ϙ (ε{C kula} ε{D kula} ε{∪($_2CD$)$_2$ zewprzeciw(B)} ε{C wewstycz(A)} ε{D wewstycz(B)}) ε{∪($_2CD$)$_2$ wewprzeciw(A)})⌝)) ε{A **koncentr**(B)})⌝ ;

słownie: kula A jest *koncentryczna z* kulą B wówczas, gdy spełniony jest jeden z warunków: (i) kule A i B są ze sobą tożsame; (ii) kula A jest częścią właściwą kuli B, a ponadto, jeśli dane są dwie kule C i D zewnętrznie przeciwne do A i wewnętrznie styczne z B, to kule te są wewnętrznie przeciwne do B; (iii) kula B jest częścią właściwą A, a ponadto, jeśli dane są dwie kule C i D zewnętrznie przeciwne do B i wewnętrznie styczne z A, to kule te są wewnętrznie przeciwne do A.

Opierając się z kolei na fakcie, że można zdefiniować wszystkie pojęcia geometrii Euklidesowej za pomocą pojęć *punktu* i *równej odległości dwu punktów od trzeciego*, przyjmuje się następujące, Mereologicznie — ale i, niestety, po części mnogościowo — podbudowane definicje tych pojęć. W ujęciu czysto słownym mamy:[68]

D6. *Punkt* jest klasą wszystkich kuli koncentrycznych z daną kulą.

W wersji mnogościowej definicja ta ma postać symboliczną, dającą się wysłowić trafnie tylko za pomocą wyraźnego użycia formuły operatora abstrakcji:

D6^m: $\forall\alpha\, \forall x\, \forall z\, \forall v : x \in \{z \mid z$ jest kulą koncentryczną z $v\}\ .\equiv.\ \{z \mid z$ jest kulą koncentryczną z $v\} \in \{\alpha \mid \alpha$ jest punktem$\}$.

W ujęciu Mereologicznym, nie przyjętym przez Tarskiego, ma ona postać symboliczną:

D6^0: $\llcorner AB \lrcorner \ulcorner \phi (\varepsilon\{A$ Kl(koncentr(B))$\}\ \varepsilon\{A$ punkt$\}) \urcorner$.

Zgodnie z ujęciem mnogościowym — koła są traktowane w budowanej tu geometrii ciał stałych jako indywidua, co w terminologii mnogościowej oznacza: przedmioty rzędu pierwszego; natomiast punkty mają już rzekomo być klasami (mnogościowymi) kół, a przez to niejako przedmiotami rzędu drugiego. W geometrii zwykłej powinno to być — jeśli już w ogóle stosowałoby się takie ujęcie — akurat na odwrót.[69]

Podobnie jest z definicją następną — przytoczmy ją na początek słownie:

D7. Punkty a i b są *równo odległe od* punktu c wówczas, gdy istnieje kula X, która, jako element, należy do punktu c i która dodatkowo spełnia warunki następujące: żadna kula Y, należąca jako element do punktu a lub b, nie jest częścią X zewnętrzną wobec X.

W wersji mnogościowej definicja ta miałaby już bardzo złożoną postać symboliczną, dającą się wysłowić trafnie również tylko za pomocą wielokrotnego wyraźnego użycia formuły operatora abstrakcji — nie będę jej tu zatem rozwijał, podobnie jak nie będę też rozwijał odpowiadającego jej ujęcia Mereologicznego, którego Tarski nigdy by nie przyjął. Wieloznaczność metodologiczna proponowanego niekonsekwentnego ugruntowania Mereologicznego geometrii jest już bowiem dostatecznie widoczna.

Pod względem merytorycznym istotne jest w tej chwili już tylko to, że pojęcia wprowadzane w definicjach 6 i 7 — podobnie jak i podane poniżej w definicjach 8 i 9 — są, od różnej strony znaczeniowej, homonimami odpowiednich pojęć geometrii

---

[68] Por. tamże, s. 27, definicje 6—7.

[69] Por. tamże, s. 27, odnośnik 1.

punktowej. Za pomocą pojęć powyższych można bowiem podać z kolei definicje pojęć *ciała stałego* i punktu *wewnątrz* ciała stałego; podaję te określenia już tylko w ujęciu słownym z wyłuszczonych względów:[70]

D8. *Ciałem stałym* jest dowolna suma kul.

D9. Punkt *a* jest punktem *wewnątrz* ciała stałego *B* wówczas, gdy istnieje kula *A*, która jest zarazem elementem punktu *a* i częścią ciała stałego *B*.

Opracowany na tym gruncie układ postulatów, wraz z podanymi powyżej postulatami I—II, tworzy — w przekonaniu Tarskiego — układ wystarczający do opracowania ostatecznego podstaw geometrii ciał stałych.[71]

Nie będę tu jednak przedstawiał owych ustaleń, i to nie tylko z racji szczupłości miejsca. W ujęciu tym mamy bowiem do czynienia — jak to się niestety na ogół dzieje — z jedną z wielu postaci mieszania ze sobą, zupełnie niewspółmiernych, *przedmiotowych* ujęć Mereologicznych z *semantycznymi* z natury ujęciami mnogościowymi. Przedstawiony powyżej pomysł Mereologicznego ugruntowania geometrii ciał stałych jest jednak poznawczo cenny — pomimo cząstkowości i niekonsekwentnych interpretacji mnogościowych — jako punkt wyjścia do badań dalszych, których wyjściowy krok kolejny powinien polegać — moim zdaniem — na «oczyszczeniu» przedmiotowych ujęć Mereologicznych z semantycznych «nalotów» mnogościowych. Wykracza to już jednak daleko poza ramy prezentowanego tu zarysu ogólnego. W każdym razie — to również jest zadaniem, które czeka nadal na rozwiązanie.

5. ZAKOŃCZENIE

Sądzę, że systemy dedukcyjne Leśniewskiego w pełni się nadają na narzędzia metodologiczne (*organon*) ugruntowania ostatecznego zarówno filozofii (w jej głównych działach teoretycznych: tj. w ontologii i epistemologii) jak też matematyki (w jej głównych działach teoretycznych: tj. w arytmetyce i geometrii). W tym celu rozwinąć jednak trzeba w całej pełni odpowiednie elementy tych systemów dedukcyjnych; powinny one przy tym wykraczać już bardzo daleko pod względem swej precyzji i złożoności poza przedstawione powyżej — a pozostające nadal w powijakach — ujęcia wyjściowe w tym zakresie.

---

[70] Por. tamże, s. 27, definicje 8—9.

[71] Por. tamże, s. 27—29, postulaty 1—4, 4′, 4″, jak też twierdzenia A i B.