Filozofia Nauki
Rok IX, 2001, Nr 1(33)

Marta Kuc

Klemensa Szaniawskiego metody sprawiedliwego podziału dóbr[1]

Klemens Szaniawski zaproponował dwie probabilistyczne zasady sprawiedliwego podziału dóbr oparte na postulatach egalitaryzmu i optymalności: zasadę równych szans satysfakcji i zasadę równych szans wyboru. Różnice między tymi dwiema metodami wynikają z odmiennego ujęcia problemu równości, co prowadzi do różnic w procedurach i wynikach końcowych. Gdy egalitaryzm jest rozumiany jako równość szans satysfakcji, w wielu przypadkach nie można go pogodzić z postulatem optymalności. W niniejszym artykule znajdują się wybrane wnioski z analiz tego problemu oraz porównanie konsekwencji obu zasad m.in. ze względu na spełnianie innych kryteriów: proporcjonalności i słuszności.

1. UWAGI WSTĘPNE

Klemens Szaniawski w swoich pracach zajmował się analizowaniem metod podejmowania racjonalnych decyzji w różnorodnych warunkach. Zajmował się zarówno wyborami indywidualnymi, jak i społecznymi. Sformułowane przez niego dwie zasady sprawiedliwego podziału dóbr: *zasada równych szans satysfakcji* opublikowana

---

[1] Referat, na podstawie którego powstał niniejszy artykuł nosił tytuł: „Analiza zasad sprawiedliwości Klemensa Szaniawskiego". Tak samo zatytułowany jest również artykuł w *Studiach Socjologicznych* (nr 1—2/2000 r.) oraz praca magisterska napisana pod kierunkiem prof. dra hab. Grzegorza Lissowskiego, która była podstawą dla wszystkich wymienionych tekstów. Serdecznie dziękuję Panu Profesorowi za ogromną pomoc i za wszystkie cenne wskazówki, które umożliwiły mi napisanie pracy i przygotowanie referatu.

w 1966 r. oraz *zasada równych szans wyboru* opublikowana w 1979 r. — są metodami podejmowania społecznych decyzji.

Istnieje wiele różnych metod podejmowania społecznych decyzji i istnieje również wiele pożądanych kryteriów, które metody te powinny spełniać. Szaniawski wielokrotnie podkreślał fakt, że nie istnieje metoda, która spełniałaby wszystkie te kryteria. Dla metod demokratycznego podejmowania decyzji wykazał to w 1951 roku laureat Nagrody Nobla Kenneth J. Arrow. Szaniawski badał własności metod i zależności pomiędzy kryteriami. Analizie dwóch ważnych postulatów i związków pomiędzy nimi służyły zaproponowane przez niego zasady sprawiedliwego podziału dóbr. Intencją Szaniawskiego nie było sformułowanie zasad, które miałyby posłużyć do rozwiązywania rzeczywistych problemów wyboru. Chociaż jednak sytuacja podziału zbioru niepodzielnych dóbr, do której odnoszą się obie metody, jest prostym modelem teoretycznym, wystarcza on do tego, by z formalnej analizy kryteriów wyciągnąć interesujące wnioski praktyczne.

Pierwsze polskie analizy związane z problemem podziału tego typu dóbr zostały przeprowadzone przez Bronisława Knastera i Hugona Steinhausa. Dzięki nim możliwe jest miedzy innymi zastosowanie w problemie sprawiedliwej dystrybucji postulatu proporcjonalności mającego swoje źródła w filozofii Arystotelesa (Knaster 1946; Steinhaus 1948).

Dwie metody sprawiedliwego podziału dóbr zaproponowane przez Szaniawskiego należą do grupy metod egalitarnych — opierają się na postulacie równości, ale jest on odmiennie rozumiany w wypadku każdej z nich: raz jako równość szans wyboru, a raz jako równość szans satysfakcji. Prowadzi to do różnic w procedurach i wynikach, jakie dają obie metody.

Inny postulat rozważany przez Szaniawskiego — to postulat optymalności. Od sprawiedliwej reguły dystrybucji powinno się wymagać, by rezultaty, jakie daje, były możliwie najkorzystniejsze dla osób biorących udział w podziale. Jednak, jak zauważył Szaniawski, gdy uwzględni się postulat optymalności, okazuje się, że może on stać w sprzeczności względem postulatu egalitaryzmu rozumianego jako równość szans satysfakcji.

Przedstawię tu krótko analizy zasad sprawiedliwości, których celem było udzielenie odpowiedzi na pytanie postawione przez Szaniawskiego: W jakich wypadkach postulaty egalitaryzmu i optymalności są niezgodne? Analizy te miały również odpowiedzieć na pytanie, czy zasady te spełniają inne, nie rozważane przez Szaniawskiego postulaty, ale ważne przy sprawiedliwym podziale dóbr: postulat proporcjonalności i postulat słuszności.

Analizy pewnych własności zasad zaproponowanych przez Szaniawskiego można znaleźć w pracy Grzegorza Lissowskiego (1985). W 1988 roku zostało przeprowadzone badanie eksperymentalne pt. „Oceny i wybory". Jednym z celów tego badania było stwierdzenie, w jakim stopniu zasady sprawiedliwości zaproponowane przez Szaniawskiego są akceptowane i stosowane przez ludzi w sytuacjach podziału dóbr (Lissowski 1992).

Sytuacja podziału, do której odnoszą się zasady, jest następująca: Istnieje zbiór niejednorodnych, niepodzielnych dóbr $D = \{D_1, D_2, ..., D_m\}$, gdzie $m \geq 1$. Dobra te należy rozdystrybuować między $n \geq 2$ osób biorących udział w podziale $S = \{S_1, S_2, ..., S_n\}$. Nie występują tu «dobra niechciane» — każda z osób woli otrzymanie któregokolwiek z nich, niż nieotrzymanie żadnego. Zakłada się, że uprawnienia każdego z uczestników podziału są takie same, a ich preferencje są wyrażone przez uporządkowanie zbioru dóbr. Uporządkowanie to będzie dla każdej osoby przedstawione w postaci ciągu od najbardziej do najmniej cenionego przedmiotu.

Obie metody należą do klasy metod probabilistycznych, tak więc sposobem «wyrównywania» nierówności powstałych w wyniku podziału jest w tym wypadku randomizacja.

Profil uporządkowań preferencyjnych jest to zbiór indywidualnych uporządkowań preferencyjnych wszystkich uczestników podziału. Gdy zbiory dóbr i osób są trzyelementowe $D = \{A, B, C\}$ i $S = \{S_1, S_2, S_3\}$, jeden z możliwych profili preferencji jest następujący:

$$S_1: A\ B\ C$$
$$S_2: B\ A\ C$$
$$S_3: B\ C\ A.$$

Znaczy to, że w ocenie osoby S_1 $A >_1 B >_1 C$, w ocenie osobyS_2 $B >_2 A >_2 C$, a w ocenie osoby S_3 $B >_3 C >_3 A$.

Dla ułatwienia formalnej analizy brane są pod uwagę wyłącznie te profile, w których osoby mają mocne preferencje na zbiorze dóbr (pominięte zostały słabe uporządkowania preferencyjne dopuszczające indyferencje), a liczba dzielonych dóbr jest równa liczbie osób.

„*Podziałem*" nazwany jest sposób rozdzielenia dóbr między osoby. Jest to dowolna funkcja $x: D \mapsto S$, która przyporządkowuje każde z dóbr określonemu uczestnikowi podziału. Zbiór możliwych podziałów zbioru D między uczestników podziału S jest skończonym zbiorem $X = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$, gdzie $k = n^m$. Brane pod uwagę są tylko te podziały, które przypisują każdej z osób dokładnie jedno dobro. Prowadzi to zmniejszenia różnic w ocenach podziałów *ex ante* i *ex post*.

W metodach probabilistycznych wybór określonego podziału ze zbioru wszystkich podziałów odbywa się na podstawie określonego rozkładu prawdopodobieństwa na zbiorze podziałów. Szaniawski każdy taki rozkład prawdopodobieństwa nazywa „*dystrybucją*". Zbiór wszystkich możliwych dystrybucji jest zbiorem nieskończonym. Funkcja, która przyporządkowuje dowolnemu profilowi uporządkowań preferencyjnych określoną dystrybucję, nazwana została „*regułą dystrybucji*". Zasady podziału dóbr, które zaproponował Szaniawski, są takimi właśnie sprawiedliwymi regułami dystrybucji.

2. ZASADA RÓWNYCH SZANS WYBORU

Zasada ta jest realizowana za pomocą algorytmu polegającego na dokonywaniu wyboru dóbr kolejno przez wszystkie osoby biorące udział w podziale. Każdy uczestnik wybiera jedno, najwyżej oceniane dobro z podzbioru dóbr, które pozostały po dokonaniu wyboru przez jego poprzedników.

Symetryczne traktowanie wszystkich uczestników polega w wypadku tej zasady na zagwarantowaniu każdemu z nich takiego samego prawdopodobieństwa wyboru jako pierwszy, drugi, trzeci itd. Innymi słowy: każda permutacja określająca kolejność, w jakiej uczestnicy podziału dokonują wyboru, ma takie samo prawdopodobieństwo.

W sytuacji podziału trzech dóbr $D = \{A, B, C\}$ między trzy osoby $S = \{S_1, S_2, S_3\}$ profil uporządkowań preferencyjnych może być następujący:

$$S_1\!: A\ C\ B$$
$$S_2\!: B\ A\ C$$
$$S_3\!: B\ C\ A$$

Istnieje 6 permutacji na zbiorze osób. W wypadku każdej z nich wybrane zostaną następujące dobra:

Permutacje zbioru osób	Prawdopodobieństwa	Dobra przydzielane osobom: S_1, S_2, S_3
t_1 $S_1 S_2 S_3$	1 / 6	$A\ B\ C$
t_2 $S_1 S_3 S_2$	1 / 6	$A\ C\ B$
t_3 $S_2 S_1 S_3$	1 / 6	$A\ B\ C$
t_4 $S_2 S_3 S_1$	1 / 6	$A\ B\ C$
t_5 $S_3 S_1 S_2$	1 / 6	$A\ C\ B$
t_6 $S_3 S_2 S_1$	1 / 6	$C\ A\ B$

Z powodu przyjętego ograniczenia, że każda osoba otrzymuje dokładnie jedno dobro, dla $m = n = 3$ zbiór możliwych podziałów jest sześcioelementowy. Dla omawianego profilu metoda równych szans wyboru wyznacza następującą dystrybucję:

Podziały	Dobra przydzielane osobom $S_1 S_2 S_3$	Prawdopodobieństwa
x_1	$A\ B\ C$	3/6
x_2	$A\ C\ B$	2/6
x_3	$B\ A\ C$	0
x_4	$B\ C\ A$	0
x_5	$C\ A\ B$	1/6
x_6	$C\ B\ A$	0

Na tej podstawie można wyznaczyć prawdopodobieństwa, z jakimi osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach pozycje I, II i III:

Osoby	I	II	III
S_1	5 / 6	1 / 6	0
S_2	3 / 6	1 / 6	2 / 6
S_3	3 / 6	3 / 6	0

Gdy preferencje uczestników podziału są mocnymi porządkami, zasada równych szans wyboru wyznacza jedną dystrybucję. Inaczej jest w wypadku zasady równych szans satysfakcji.

3. ZASADA RÓWNYCH SZANS SATYSFAKCJI

Rozwiązaniami wyznaczonymi przez tę metodę są takie dystrybucje, które zapewniają wszystkim uczestnikom podziału jednakowe prawdopodobieństwo otrzymania dobra, które zajmuje tę samą pozycję w ich osobistych uporządkowaniach preferencyjnych.

Zasada równych szans satysfakcji zostanie omówiona na przykładzie profilu:

$$S_1 : A\ B\ C$$
$$S_2 : B\ A\ C$$
$$S_3 : C\ A\ B.$$

Istnieje tu sześć możliwych podziałów; każdy z nich może być przedstawiony jako permutacja zbioru D, przy interpretacji zakładającej, że i-ty element permutacji został przyznany i-tej osobie. Mając dany profil uporządkowań preferencyjnych można poszczególnym podziałom przypisać rangi zgodne z hierarchią preferencji każdej z osób (ranga 3 oznacza dobro oceniane najwyżej, a ranga 1 — dobro oceniane najniżej). Np. podział x_3 przyporządkowuje osobie S_1 przedmiot B, który zajmuje środkową pozycję w jej uporządkowaniu, osobie S_2 przedmiot A, który u niej również znajduje się na drugim miejscu, a osobie S_3 przedmiot C, który ta osoba ceni najwyżej:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$A\ B\ C$	$A\ C\ B$	$B\ A\ C$	$B\ C\ A$	$C\ A\ B$	$C\ B\ A$
3 3 3	3 1 1	2 2 3	2 1 2	1 2 1	1 3 2

Symbolem $p(x_i)$ będzie oznaczone prawdopodobieństwo wyboru i-tego podziału; $p(x_i) \geq 0$, a $\sum p(x_i) = 1$.

Aby postulat egalitaryzmu, który wymaga od dystrybucji, by wszyscy uczestnicy mieli jednakowe szanse otrzymania dobra zajmującego taką samą pozycję w ich uporządkowaniach preferencyjnych był spełniony, relacje między prawdopodobieństwami poszczególnych podziałów muszą być zgodne z następującym układem równań:

Prawdopodobieństwo otrzymania dobra znajdującego się w hierarchii preferencji:

na pierwszym miejscu $p(x_1) + p(x_2) = p(x_1) + p(x_6) = p(x_1) + p(x_3)$
na drugim miejscu $p(x_3) + p(x_4) = p(x_3) + p(x_5) = p(x_4) + p(x_6)$
na trzecim miejscu $p(x_5) + p(x_6) = p(x_2) + p(x_4) = p(x_2) + p(x_5)$.

Po zredukowaniu powyższych równości zostaje:

$$p(x_2) = p(x_3) = p(x_6)$$
$$p(x_4) = p(x_5)$$

Wprowadzimy teraz oznaczenia:

$r = p(x_1)$
$s = p(x_2) = p(x_3) = p(x_6)$
$t = p(x_4) = p(x_5)$

Prawdopodobieństwa, z którymi osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach pozycje I, II i III, można teraz zapisać:

Osoby	I	II	III
S_1	$r + s$	$s + t$	$s + t$
S_2	$r + s$	$s + t$	$s + t$
S_3	$r + s$	$s + t$	$s + t$

Za symbole r, s oraz t można podstawić dowolne liczby, które spełniają warunek $3s + 2t + r = 1$. Zgodna z zasadą równych szans satysfakcji będzie więc dystrybucja przyznająca uczestnikom dobra najwyżej przez nie cenione z prawdopodobieństwem równym jeden ($r = 1$, a $s = t = 0$) ale także inna, znacznie od niej gorsza dystrybucja, zgodnie z którą uczestnicy na pewno nie otrzymają tych dóbr ($r = s = 0$, a $t = 1/2$).

Dla dowolnego profilu preferencji można wyznaczyć analogiczny układ równań. Tylko w szczególnych sytuacjach (gdy preferencje wszystkich osób są identyczne) uzyskane rozwiązanie determinuje konkretny rozkład prawdopodobieństwa. Przeważnie istnieje cała klasa dopuszczalnych dystrybucji zgodnych z wyznaczonymi równościami. Bez względu na to, jakie są preferencje osób, można wyznaczyć dystrybucję, która każdemu podziałowi przypisuje jednakowe prawdopodobieństwo równe $1/m$. Wówczas prawdopodobieństwa otrzymania dobra na I, II i III pozycji dla każdej z osób wynoszą $1/m$.

4. PROBLEM SFORMUŁOWANY PRZEZ SZANIAWSKIEGO: RÓWNOŚĆ A OPTYMALNOŚĆ

Sprawiedliwe reguły dystrybucji powinny nie tylko być zgodne z wymogami egalitaryzmu, ale także wyznaczać takie rozwiązania, które byłyby najkorzystniejsze dla osób biorących udział w podziale. Szaniawski zaproponował uzupełnienie reguł postulatem optymalności Pareta.

Zgodnie z *kryterium optymalności Pareta* podział x_a jest uznany za lepszy społecznie od podziału x_b, jeśli z punktu widzenia każdej osoby podział x_a jest nie gorszy od podziału x_b, a z punktu widzenia przynajmniej jednej osoby — lepszy.

Zbiór podziałów, od których nie ma podziałów lepszych zgodnie z kryterium Pareta nazywa się „zbiorem optymalnym" w tym sensie.

Gdy preferencje osób biorących udział w podziale są mocnymi porządkami, zasada równych szans wyboru zawsze wyznacza dystrybucję zgodną z tym postulatem. Procedura przypisuje osobom najwyżej cenione przez nie dobra ze zbioru dóbr, które są jeszcze osiągalne. Podziały zdominowane w sensie Pareta zawsze będą miały zerowe prawdopodobieństwa.

W wypadku metody równych szans satysfakcji uwzględnienie kryterium optymalności polega na wykluczeniu podziałów zdominowanych w sensie Pareta, czyli na przypisaniu im zerowych prawdopodobieństw. W wypadku wielu profili zachodzi sprzeczność między postulatami optymalności i egalitaryzmu rozumianego jako równość szans satysfakcji. W konsekwencji wszystkim podziałom zostaje przypisane prawdopodobieństwo równe zero, mimo że suma tych prawdopodobieństw powinna wynosić jeden. Przykładem takiej sytuacji może być profil:

$$S_1 : A\ C\ B$$
$$S_2 : A\ C\ B$$
$$S_3 : B\ A\ C$$

Dla tego profilu rangi przypisane każdemu podziałowi będą następujące:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
A B C	*A C B*	*B A C*	*B C A*	*C A B*	*C B A*
3 1 1	3 2 3	1 3 1	1 2 2	2 3 3	2 1 2

Postulat egalitaryzmu wymaga, by spełnione były równości:

Prawdopodobieństwo otrzymania dobra znajdującego się w hierarchii preferencji:

na pierwszym miejscu $p(x_1) + p(x_2) = p(x_3) + p(x_4) = p(x_2) + p(x_5)$

na drugim miejscu $p(x_5) + p(x_6) = p(x_2) + p(x_4) = p(x_4) + p(x_6)$

na trzecim miejscu $p(x_3) + p(x_4) = p(x_1) + p(x_6) = p(x_1) + p(x_3)$.

Po zredukowaniu powyższych równości zostaje:

$$p(x_2) = p(x_3) = p(x_6)$$
$$p(x_1) = p(x_4) = p(x_5)$$

Zdominowane w sensie Pareta są podziały x_1, x_3, x_4 oraz x_6.[2] Jeśli uwzględni się jednocześnie zależności między prawdopodobieństwami podziałów wynikające z postulatu egalitaryzmu i postulat optymalności, to okaże się, że wszystkim podziałom trzeba przypisać zerowe prawdopodobieństwa.

Szaniawski podał przykłady profili, dla których występuje konflikt między optymalnością a równością szans satysfakcji. Zauważył przy tym, że sprzeczność nie występuje w dwóch szczególnych sytuacjach:

(1) gdy nie ma żadnego konfliktu interesów między osobami (na pierwszych pozycjach w uporządkowaniu każdej z osób znajduje się inne dobro);

(2) gdy konflikt jest maksymalny (uporządkowania preferencyjne wszystkich osób są takie same).

Dla części profili, których nie cechuje ani brak konfliktu, ani maksymalny konflikt również można wyznaczyć dystrybucję zgodną z omawianymi postulatami. Jest jednak wiele takich profili, dla których rozwiązanie nie istnieje. Szaniawski nie zbadał jednak, jak często występuje taka sytuacja. Podkreślił natomiast, że warto znaleźć cechę profilu, która ją powoduje. Możnaby wówczas określić, dla jakich rodzajów profili nie występuje konflikt i uznać, że optymalna zasada równych szans satysfakcji odnosi się wyłącznie do nich. Wykonane przeze mnie analizy, dostarczyły próbnej odpowiedzi na pytanie postawione przez Szaniawskiego.

Otóż okazało się, że niezgodność postulatów nie jest czymś rzadkim. Żeby zbadać, jak często się to zdarza, nie trzeba analizować wszystkich możliwych profili (a jest ich 216, gdy liczba osób i liczba dóbr jest równa 3). Biorąc pod uwagę, że wszystkie osoby powinny być traktowane jednakowo, można cały zbiór profili podzielić na rozłączne podzbiory — typy profili — takie, że profile należące do jednego podzbioru będą się między sobą różniły tylko oznaczeniami dóbr, lub kolejnością osób. Wówczas wyczerpującą analizę całego 216-elementowego zbioru można uzyskać analizując tylko jeden profil z każdego podzbioru. Gdy są 3 osoby i 3 dobra, istnieje 10 typów profili. W tabeli 1. znajdują się profile reprezentujące każdy z 10 typów oraz rozwiązania wyznaczone dla nich przez obie metody.

---

[2] Podział x_2 dominuje podziały x_1, x_4 i x_6, podział x_5 — podziały x_3, x_4 i x_6.

Tabela 1.
Prawdopodobieństwa wyznaczone przez obie zasady dla wszystkich typów profili, w których $m = n = 3$

		Prawdopodobieństwa otrzymania dóbr na I, II, III pozycji wyznaczone przez:					
		optymalną zasadę równych szans satysfakcji			zasadę równych szans wyboru		
		I	II	II	I	II	III
Profil 1							
S_1	*A B C*	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
S_2	*A B C*	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
S_3	*A B C*	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
Profil 2							
S_1	*A B C*	sprzeczność postulatów			1/3	1/2	1/6
S_2	*A B C*	*RSS* i optymalności			1/3	1/2	1/6
S_3	*A C B*				1/3	2/3	0
Profil 3							
S_1	*A B C*	sprzeczność postulatów			1/2	1/6	1/3
S_2	*A B C*	RSS i optymalności			1/2	1/6	1/3
S_3	*B A C*				2/3	0	1/3
Profil 4							
S_1	*A B C*	sprzeczność postulatów			1/2	1/6	1/3
S_2	*A B C*	RSS i optymalności			1/2	1/6	1/3
S_3	*B C A*				2/3	1/3	0
Profil 5							
S_1	*A B C*	sprzeczność postulatów			1/2	1/2	0
S_2	*A B C*	RSS i optymalności			1/2	1/2	0
S_3	*C A B*				1	0	0
Profil 6							
S_1	*A B C*	sprzeczność postulatów			1/2	1/2	0
S_2	*A B C*	RSS i optymalności			1/2	1/2	0
S_3	*C B A*				1	0	0
Profil 7							
S_1	*A B C*	sprzeczność postulatów			1/2	1/6	1/3
S_2	*A C B*	RSS i optymalności			1/2	1/2	0
S_3	*B A C*				5/6	0	1/6
Profil 8							
S_1	*A B C*	1/2	1/2	0	1/2	1/6	1/3
S_2	*A C B*	1/2	1/2	0	1/2	1/2	0
S_3	*B C A*	1/2	1/2	0	5/6	1/6	0
Profil 9							
S_1	*A B C*	1	0	0	1	0	0
S_2	*B A C*	1	0	0	1	0	0
S_3	*C A B*	1	0	0	1	0	0
Profil 10							
S_1	*A B C*	1	0	0	1	0	0
S_2	*B C A*	1	0	0	1	0	0
S_3	*C A B*	1	0	0	1	0	0

Znajdują się tu trzy profile o szczególnej strukturze. Profil 1 charakteryzuje się tym, że preferencje wszystkich uczestników są takie same — konflikt interesów jest maksymalny. W takiej sytuacji zarówno zasada równych szans satysfakcji, jak i zasada równych szans wyboru, wyznaczają jednakowe dystrybucje, zgodnie z którymi każda z osób ma takie samo prawdopodobieństwo (równe 1/3), że otrzyma dowolny przedmiot. Wzbogacenie zasady równych szans satysfakcji o postulat optymalności nie powoduje w tym wypadku zmiany wyznaczonej dystrybucji, ponieważ nie występują tu podziały zdominowane. W związku z tym, żaden z nich nie może zostać wyeliminowany. Zgodnie z metodą równych szans wyboru, w sytuacji maksymalnego konfliktu, każdej permutacji na zbiorze uczestników przyporządkowany jest inny podział.

Inną sytuację, w której obie reguły dystrybucji wyznaczają zawsze takie same rozwiązania, reprezentują profile 9 i 10. Preferencje poszczególnych osób różnią się tak znacznie, że nie występuje tu żaden konflikt interesów. Każda z nich otrzymuje z prawdopodobieństwem równym jedności dobro, które ceni najbardziej. W wypadku optymalnej zasady równych szans satysfakcji, mocne kryterium optymalności wyklucza wszystkie podziały, prócz jednego — tego, który zapewnia każdej osobie najbardziej pożądane przez nią dobro. Według metody równych szans wyboru każdej permutacji na zbiorze osób zostaje przyporządkowany ten sam, najlepszy podział. Tylko dla trzech omówionych powyżej klas profili, rozwiązania wyznaczone przez obie zasady sprawiedliwości nie różnią się między sobą.

Jest jeszcze jeden typ profili, dla których można porównać rozwiązania wyznaczone przez obie metody. Reprezentantem tego typu jest profil 8, który ma pewną szczególną cechę: w indywidualnych uporządkowaniach preferencyjnych każdej z osób, na ostatnim miejscu występuje inne dobro. Tak samo jest w profilu 10 (gdzie dodatkowo u każdej osoby na drugim i na pierwszym miejscu występują różne dobra). Metoda równych szans satysfakcji optymalizuje rozwiązanie przypisując najmniej pożądanemu dobru zerowe prawdopodobieństwo (dla profilu 10 — również dobru na drugim miejscu). Rozwiązania dla profilu 8 pokazują, że korzyści osób biorących udział w podziale mogą być większe w wypadku jednej bądź drugiej metody, w zależności od indywidualnych uporządkowań preferencyjnych. Osoba S_1 jest w lepszej sytuacji, gdy stosowana jest optymalna zasada równych szans satysfakcji, osoba S_3 — gdy zasada równych szans wyboru, natomiast prawdopodobieństwa przypisane osobie S_2 są takie same w wypadku obu metod.

Konflikt między postulatem równych szans satysfakcji i postulatem optymalności występuje w przypadku aż 6 spośród wszystkich 10 typów. Można przypuszczać, że występowanie tego konfliktu zależy od struktury preferencji. Ograniczenie analizy do sytuacji podziału trzech dóbr między 3 osoby nie odzwierciedla różnego rodzaju możliwych konfliktów interesów między osobami biorącymi udział w podziale. Gdy rozważa się sytuacje podziału 4 dóbr między 4 osoby, rozmaitych układów preferencji jest znacznie więcej. Zbiór możliwych profili zawiera wtedy 331 776 elementów. Okazuje się, że można wyodrębnić z tego zbioru 762 typy profili charakteryzujące się różnymi konfiguracjami preferencji.[3] Dla każdego z tych 762 typów istnieje układ równań, zdający sprawę z relacji między prawdopodobieństwami podziałów, tyle że w tym wypadku za każdym razem są to równania z 24 niewiadomymi.

Wśród tych 762 typów profili jest aż 641 takich, dla których nie można wyznaczyć dystrybucji zgodnej z zasadą równych szans satysfakcji i jednocześnie optymalnej.

Znalezienie takiej jednej cechy, która decydowałaby o występowaniu lub braku konfliktu między postulatami, okazało się bardzo trudnym przedsięwzięciem. Poszukiwania zostały więc skierowane w inną stronę. Zbiór typów profili został podzielony na podzbiory ze względu na pewne cechy konfiguracji preferencji osób. Poszukiwanie różnic, które determinowałyby konflikt, odbywało się oddzielnie dla poszczególnych podzbiorów. Z przeprowadzonych analiz wynika np., że sprzeczność postulatów nie wystąpi, gdy preferencje uczestników podziału charakteryzują się pewnego rodzaju symetrią. Brak tej symetrii powoduje wystąpienie konfliktu.[4]

5. ZASADY SPRAWIEDLIWOŚCI SZANIAWSKIEGO A POSTULATY PROPORCJONALNOŚCI I SŁUSZNOŚCI

Wiadomo, że obie metody są egalitarne, metoda równych szans wyboru zawsze jest optymalna, w wypadku zaś metody równych szans satysfakcji może wystąpić konflikt między równością i optymalnością. Czy metody Szaniawskiego spełniają inne ważne postulaty: proporcjonalności i słuszności?[5] Oba te postulaty wiążą się z tym, czy wyznaczone rozwiązania są akceptowalne przez uczestników podziału.

5.1. Postulat proporcjonalności

Podział jest zgodny z postulatem proporcjonalności, jeśli udział każdej z n osób stanowi w jej mniemaniu przynajmniej $1/n$ wartości całego zbioru dóbr.

Proporcjonalność jest zagwarantowana już wtedy, gdy dystrybucja każdej z osób przypisuje każde z dóbr z jednakowym prawdopodobieństwem (równym $1/n$). Metoda równych szans wyboru, która przypisuje zerowe prawdopodobieństwa podziałom zdominowanym w sensie Pareta, nie prowadzi nigdy do rozwiązań gorszych od wspomnianej dystrybucji.

Metoda równych szans satysfakcji zawsze wyznacza dystrybucje spełniające postulat proporcjonalności. Jeżeli rozwiązaniem jest cała klasa dystrybucji, to istnieje możliwość takiego przypisania prawdopodobieństw, by uzyskany wynik był proporcjonalny.

---

[3] Opis metody generowania typów profili oraz wykaz wszystkich 762 typów wraz z wyznaczonymi dla nich dystrybucjami znajduje się w aneksie do mojej pracy magisterskiej.

[4] Dokładniej problem ten jest omówiony we wspomnianej pracy magisterskiej. Opis wybranych analiz znajduje się w artykule ogłoszonym w *Studiach Socjologicznych* (Kuc 2000).

[5] Problem ten był rozważany w (Lissowski 1985).

5.2. Postulat słuszności

Podział jest *wolny od zawiści*, jeśli w mniemaniu każdej z osób jej udział jest co najmniej tak samo korzystny, jak udziały każdego z pozostałych uczestników podziału.

W wypadku reguł probabilistycznych reguł z postulatem braku zawiści są dystrybucje, przy których każda z osób uważa, że przypisane jej prawdopodobieństwa otrzymania pożądanych przez nią dóbr są co najmniej tak samo korzystne, jak prawdopodobieństwa otrzymania tych dóbr wyznaczone dla każdego z pozostałych uczestników.

Podział jest *słuszny*, jeśli jest wolny od zawiści i optymalny w sensie Pareta.

Mimo że nie wszystkie dystrybucje wyznaczone przez zasadę równych szans satysfakcji są zgodne z postulatem braku zawiści, to dla dowolnego profilu można wyznaczyć przynajmniej jedną wolną od zawiści dystrybucję.

Dla profilu uporządkowań preferencyjnych:

$$S_1 : A\ B\ C$$
$$S_2 : B\ A\ C$$
$$S_3 : C\ A\ B$$

zasada równych szans satysfakcji wyznacza następujące prawdopodobieństwa, z którymi osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach pozycje I, II, III:

Osoby	I	II	III
S_1	$r + s$	$s + t$	$s + t$
S_2	$r + s$	$s + t$	$s + t$
S_3	$r + s$	$s + t$	$s + t$

Jeśli $t = 1 / 2$, a $r = s = 0$, to prawdopodobieństwa otrzymania dóbr na I, II i III pozycji będą następujące:

Osoby	I	II	III
S_1	0	1/2	1/2
S_2	0	1/2	1/2
S_3	0	1/2	1/2

W tej sytuacji każda z osób zazdrości każdej innej. Na przykład osoba S_1, która najwyżej ceni dobro A, będzie zazdrościła osobom S_2 i S_3, ponieważ one otrzymają to dobro z większym prawdopodobieństwem.

Jeśli $s = 1 / 3$, a $r = t = 0$, to prawdopodobieństwa, z jakimi osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach pozycje I, II i III, będą następujące:

Osoby	I	II	III
S_1	1/3	1/3	1/3
S_2	1/3	1/3	1/3
S_3	1/3	1/3	1/3

Przy takiej dystrybucji żadna z osób nie zazdrości żadnej innej.

Żeby można było uznać, że dystrybucja jest słuszna, musi ona być nie tylko wolna od zawiści, ale i optymalna w sensie Pareta. Z tego powodu rozwiązanie przedstawione powyżej nie jest słuszne. Dla omawianego profilu istnieje dystrybucja spełniająca postulat słuszności: ($s = t = 0$, a $r = 1$).

Prawdopodobieństwa, z jakimi osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach pozycje I, II i III, są następujące:

Osoby	I	II	III
S_1	1	0	0
S_2	1	0	0
S_3	1	0	0

Wiadomo, że nie dla wszystkich profili preferencji można wyznaczyć optymalne rozwiązanie zgodne z metodą równych szans satysfakcji. Dlatego też zbiory rozwiązań zgodnych z postulatem równych szans satysfakcji i słuszności mogą nie mieć elementów wspólnych.

Zasada równych szans wyboru zawsze wyznacza optymalne rozwiązanie. Fakt, że prawdopodobieństwa otrzymania dóbr przypisane każdej osobie są bezpośrednio zależne od tego, jakie są jej własne upodobania w porównaniu z preferencjami pozostałych uczestników, sprawia, że wyznaczone dystrybucje zawsze są wolne od zawiści. Zasadę równych szans wyboru można więc traktować jako sposób wyznaczania słusznych dystrybucji.

6. PORÓWNANIE KONSEKWENCJI DWÓCH ZASAD SPRAWIEDLIWOŚCI SZANIAWSKIEGO

Gdy porównuje się ze sobą dwie zasady Szaniawskiego, widać, że zasada równych szans satysfakcji może wyznaczać rozwiązanie, które nie jest zgodne z dwoma ważnymi postulatami: optymalności i słuszności, podczas gdy dystrybucja wyznaczona dla dowolnego profilu przez zasadę równych szans wyboru będzie zawsze te postulaty spełniała. Metoda równych szans satysfakcji ma jednak pewną zaletę, która staje się widoczna, gdy porówna się ze sobą dystrybucje wyznaczone przez obie metody. W wielu wypadkach trudno od razu stwierdzić, która reguła wyznacza lepsze (z punktu widzenia uczestników podziału) rozwiązanie.

Porównywałam ze sobą prawdopodobieństwa otrzymania dóbr zajmujących określone pozycje uzyskane na podstawie wyznaczonych dystrybucji. Jeśli metoda równych szans satysfakcji wyznaczała klasę dystrybucji, do porównań użyłam rozkładów prawdopodobieństw, przy których korzyści uczestników są możliwie największe. Do tego, żeby stwierdzić, która z dystrybucji jest lepsza z punktu widzenia konkretnej osoby, zastosowałam skumulowane rozkłady prawdopodobieństw. Do oceny, która z dystrybucji jest bardziej korzystna z punktu widzenia wszystkich osób, ponownie użyłam kryterium optymalności Pareta.

Okazało się, że dla profilu uporządkowań preferencyjnych:

S_1: *A C B*
S_2: *B A C*
S_3: *B C A*

metody sprawiedliwego podziału dóbr wyznaczają rozwiązania:

Osoby	Prawdopodobieństwa, z jakimi poszczególne osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach określone pozycje, wyznaczone przez:					
	optymalną zasadę równych szans satysfakcji			zasadę równych szans wyboru		
	I	II	III	I	II	III
S_1	1/2	1/2	0	5/6	1/6	0
S_2	1/2	1/2	0	3/6	1/6	2/6
S_3	1/2	1/2	0	3/6	3/6	0

Skumulowane rozkłady prawdopodobieństwa są następujące:

Osoby	Prawdopodobieństwa, z jakimi poszczególne osoby otrzymują dobra zajmujące w ich uporządkowaniach daną lub wyższą pozycję wyznaczone przez:					
	optymalną zasadę równych szans satysfakcji			zasadę równych szans wyboru		
	I	II	III	I	II	III
S_1	1/2	1	1	5/6	1	1
S_2	1/2	1	1	3/6	4/6	1
S_3	1/2	1	1	3/6	1	1

Dla osoby S_1 korzystniejsze jest rozwiązanie wyznaczone przez zasadę równych szans wyboru, a dla S_2 — rozwiązanie wyznaczone przez zasadę równych szans satysfakcji. Z punktu widzenia osoby S_3 obie dystrybucje są jednakowo korzystne. Zgodnie z kryterium optymalności Pareta, żeby jedna z dystrybucji mogła być uznana za lepszą od drugiej, musi dawać rozwiązania nie gorsze z punktu widzenia wszystkich osób, a z punktu widzenia przynajmniej jednej osoby — lepsze. W wypadku przedstawionego powyżej profilu, obie dystrybucje są optymalne w sensie kryterium Pareta.

Jeżeli kryterium to zastosuje się do porównania wszystkich dystrybucji w sytuacji $n = m = 3$, to okazuje się, że nie istnieje taki profil, dla którego jedna z metod wyznacza lepsze rozwiązanie niż druga. Inaczej jest w sytuacji $n = m = 4$; co prawda dla części profili nie można określić, która z reguł daje lepsze rozwiązanie, ale dla pozostałych — dystrybucje wyznaczone przez optymalną zasadę równych szans satysfakcji są lepsze od dystrybucji wyznaczonych przez zasadę równych szans wyboru.

Tabela 2.
Porównanie rozwiązań wyznaczonych przez
optymalną zasadę równych szans satysfakcji i przez zasadę równych szans wyboru

	Rodzaje profili	
	$m=n=3$	$m=n=4$
Liczba typów profili z mocnymi preferencjami	10	762
Liczba typów profili, dla których można wyznaczyć optymalną dystrybucję zgodną z zasadą równych szans satysfakcji	4	121
Liczba typów profili, dla których rozwiązanie wyznaczone przez optymalną zasadę równych szans satysfakcji jest:		
• nieporównywalne z rozwiązaniem wyznaczonym przez zasadę równych szans wyboru	1	39
• takie samo, jak rozwiązanie wyznaczone przez zasadę równych szans wyboru	3	70
• lepsze od rozwiązania wyznaczonego przez zasadę równych szans wyboru	0	12

Zasada równych szans satysfakcji może nie dawać optymalnych rozwiązań, ale w wypadku profili, dla których można takie rozwiązania wyznaczyć, są one równie dobre co rozwiązania wyznaczonych przez zasadę równych szans wyboru — lub od nich lepsze.

7. PODSUMOWANIE

Dwie probabilistyczne metody sprawiedliwego podziału dóbr zaproponowane przez Szaniawskiego należą do grupy metod egalitarnych — opierają się na postulacie równości. Różnice między metodami wynikają z odmiennego rozumienia pojęcia „równości". Metodą równych szans wyboru traktuje wszystkich uczestników podziału jednakowo, ponieważ zapewnia im taki sam dostęp do zbioru dóbr, które cenią. Metoda równych szans satysfakcji gwarantuje biorącym udział w podziale osobom jednakowe prawdopodobieństwo otrzymania dobra, które zajmuje tę samą pozycję w ich uporządkowaniach preferencyjnych.

Od sprawiedliwej reguły dystrybucji powinno się także wymagać, by rozwiązania, które daje, były możliwie najkorzystniejsze dla uczestników podziału. Metoda równych szans wyboru jest skonstruowana w sposób, który gwarantuje, że wyznaczone rozwiązania będą zgodne z postulatem optymalności. Metodę równych szans satysfakcji Szaniawski uzupełnił o kryterium optymalności Pareta. Okazało się jednak, że w wielu wypadkach występuje niezgodność między postulatami egalitaryzmu i optymalności. O występowaniu lub braku tej niezgodności decyduje struktura preferencji osób biorących udział w podziale. Na podstawie analizy wszystkich możliwych konfiguracji preferencji można stwierdzić m.in., że konflikt między postulatami nie wystąpi, gdy preferencje uczestników podziału charakteryzują się pewnego rodzaju symetrią.

Zasady Szaniawskiego zostały porównane ze względu na spełnianie innych ważnych w problemie sprawiedliwego podziału dóbr. Zestawienie wyników tego porównania jest przedstawione w tabeli 3. Zasada równych szans wyboru daje rozwiązania zgodne ze wszystkimi rozważanymi postulatami, podczas gdy zasada równych szans satysfakcji może wyznaczać rozwiązanie, które nie jest optymalne i słuszne.

Tabela 3.

Porównanie zasad Szaniawskiego ze względu na spełnianie różnych kryteriów

Postulaty	**Metoda równych szans satysfakcji**	**Metoda równych szans wyboru**
optymalność Pareta	*nie zawsze spełnia* optymalne rozwiązanie można wyznaczyć dla profili charakteryzujących się symetrią preferencji	*zawsze spełnia*
proporcjonalność	nie każda dystrybucja jest proporcjonalna, ale dla każdego profilu istnieje przynajmniej jedna proporcjonalna dystrybucja	*zawsze spełnia*
brak zawiści	nie każda dystrybucja jest zgodna z postulatem braku zawiści, ale dla każdego profilu istnieje przynajmniej jedna dystrybucja wolna od zawiści	*zawsze spełnia*
słuszność	*nie zawsze spełnia*	*zawsze spełnia*

Do porównania rozwiązań wyznaczonych przez obie reguły dystrybucji zostało także użyte kryterium optymalności Pareta. Okazało się, że wtedy, gdy istnieje optymalne rozwiązanie zgodne z postulatem równych szans satysfakcji, będzie ono zawsze nie gorsze od rozwiązania wyznaczonego przez metodę równych szans wyboru.

BIBLIOGRAFIA

Arrow, Kenneth J. 1951. *Social Choice and Individual Values*, New York: John Wiley and Sons (wyd. II rozsz. 1963).

Ajdukiewicz, Kazimierz. 1939. „O sprawiedliwości", *Kultura i Wychowanie* 6: 109—121.

Brams, Steven J., Taylor, Alan D. 1996. *Fair Division. From Cake — Cutting to Dispute Resolution*, Cambrige: Cambridge University Press.

Foley, Duncan K. 1967. „Resource Allocation and the Public Sector", *Yale Economic Essays* 7: 45—98.

Knaster, Bronisław. 1946. „Sur le Probleme du Partage Pragmatique de H. Steinhaus", *Annales de la Societe Polonaise de Mathematique* 19: 228—230.

Kuc, Marta. 2000. „Analizy zasad sprawiedliwości Klemensa Szaniawskiego", *Studia Socjologiczne* 1—2: 167—195.

Lissowski, Grzegorz. 1985. „Sprawiedliwy podział dóbr", *Studia Filozoficzne* 8—9: 95—114.

Lissowski, Grzegorz. 1992. „Probabilistyczny podział dóbr", *Prakseologia* 3—4: 149—165.

Steinhaus, Hugo. 1948. „The Problem of Fair Division", *Econometrica* 16: 101—104.

Szaniawski, Klemens. 1966. „O pojęciu podziału dóbr", *Studia Filozoficzne* 2: 61—72; przedruk w: *O nauce, rozumowaniu i wartościach*, PWN, 1994, s. 463—475.

Szaniawski, Klemens. 1979. „On Formal Aspects of Distributive Justice", [w:] E. Saarinen, R. Hilpinen, I. Niiniluoto, M. P. Hintikka (red.), *Essays in Honour of Jaakko Hintikka*, Reidel, Dordrecht, s. 135—146; tłumaczenie w: *O nauce, rozumowaniu i wartościach*, PWN, 1994, s. 506—517.

Young, H. Peyton. 1994. *Equity. In Theory and Practice*, Princeton: Princeton University Press.