

Stanisław Leśniewski

O definicjach w tak zwanej teorii dedukcji **Przedstawił J. Łukasiewicz dn. 21 listopada 1931 r.**

Komunikat niniejszy jest streszczeniem cyklu wykładów pt. „*O podstawach tak zwanej teorii dedukcji*”, które wygłosiłem (po polsku) w Uniwersytecie Warszawskim w roku akad. 1930/1931. Zadaniem głównym tego komunikatu jest sformułowanie dyrektywy, która pozwalałaby dołączać do systemu „teorii dedukcji” zdania pewnego szczególnego rodzaju, nazywane przeze mnie — w przeciwieństwie do *aksjomatów i twierdzeń* — *definicjami*, oraz skodyfikować w sposób możliwie najbardziej precyzyjny warunki, jakie spełniać powinny takie *definicje*. {290}¹

Zagadnienie definicji na gruncie „teorii dedukcji” występuje całkowicie niezależnie od mojego systemu podstaw matematyki, którego druk rozpocząłem w ostatnich latach.² Zainteresowałem się tym zagadnieniem, jeśli można się tak wyrazić, ze względu na jego własne konstrukcyjne powaby — w związku z nasilającym się dzisiaj bardzo mocno ruchem naukowym w dziedzinie „teorii dedukcji” oraz teorii „teorii dedukcji”, jak też w związku z okolicznością, iż we wspomnianym ruchu naukowym zagadnienie definicji, jak dotąd, traktowane było nieco po macoszemu.

¹ Liczba w nawiasach kwadratowych wskazuje początek odpowiedniej strony w oryginale niemieckim (przyp. red.).

² Por.: 1) Stanisław Leśniewski. *O podstawach matematyki. Przegląd Filozoficzny*. a) Rocznik 30. Zeszyt II—III. 1927. b) Rocznik 31. Zeszyt III. 1928. c) Rocznik 32. Zeszyt I—II. 1929. d) Rocznik 33. Zeszyt I i II. 1930. 2) *Fundamenta Mathematicae*. Tom XIV. 1929. Stanisław Leśniewski. *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*. 3) *Sprawozdania z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego*. XXIII. 1930. *Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*. XXIII. 1930. Classe III. Stanisław Leśniewski. *Über die Grundlagen der Ontologie*. Mémoire présenté par M. J. Łukasiewicz à la séance du 22 Mai 1930.

Formułując dalej dyrektywę definicyjną dla „teorii dedukcji”, czynię to przy użyciu dobrze znanej, beznawiasowej i bezkropkowej symboliki,³ wymyślonej przez Pana Jana Łukasiewicza w r. 1924 i rozpowszechnionej w „logice matematycznej”, która dzisiaj jest używana także przez niektórych innych autorów.⁴ Na gruncie {291} tej symboliki, która stanowi najprostszy (jakkolwiek bynajmniej nie najbardziej przejrzysty) ze znanych mi systemów symbolicznych „teorii dedukcji”, zagadnienia, łączące się z wprowadzaniem definicji, które mogłyby zostać rozwiązane — przy zachowaniu nawiasów — przez nieznaczne dostosowanie do celów przyjętej przeze mnie dyrektywy definiowania⁵ w systemie „Prototyki”, tracą znaczną dozę teoretycznej banalności.

Jakkolwiek troszczyłem się o podstawy „teorii dedukcji” głównie *sub specie* zagadnienia dyrektywy definiowania, to oczywiście nie mogłem przecież przeprowadzić odpowiednich badań, abstrahując zupełnie od innych dyrektyw, obowiązujących w rozważanej teorii; wprowadzając definicje do „teorii dedukcji”, czułem się zatem zobowiązany np. do tego, aby także „dyrektywie podstawiania” nadać taką postać, przy której dyrektywa ta pozwalałaby podstawiać za zmienne między innymi także takie formuły, które zawierają terminy zdefiniowane teorii. Całość zachodzących tu związków rzeczowych spowodowała, że w niniejszym komunikacie podaję cały układ dyrektyw „teorii dedukcji”.

System „teorii dedukcji” z definicjami, który tutaj przedstawiam, opieram na znanym, poniżej *explicite* przeze mnie przytaczanym, złożonym z 33 słów aksjomacie, który został sformułowany przez Pana Jana Łukasiewicza za pomocą znaku negacji i implikacji i który, jak to zostało wykazane przez tegoż Autora, przy zastosowaniu dyrektywy odrywania i podstawiania stanowi wystarczającą podstawę aksjomatyczną dla zwykłej „teorii dedukcji”. Dyrektywy, podane przeze mnie w niniejszym doniesieniu, dostosowane do sytemu „teorii {292} dedukcji”, który został zbu-

³ Por.: 1) *Wydawnictwa Koła Matematyczno-Fizycznego Słuchaczy Uniwersytetu Warszawskiego*. Tom XVIII. J a n Ł u k a s i e w i c z. *Elementy logiki matematycznej*. Wykłady uniwersyteckie w opracowaniu autoryzowanym M. P r e s b u r g e r a. 1929. Ss. 37—40, 45, 154—156, 158, 159, 171 i 172. *Nauka Polska. Jej potrzeby, organizacja i rozwój*. X. 1929. J a n Ł u k a s i e w i c z. *O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej*. Ss. 610-612. 3) *Sprawozdania z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego*. XXIII. 1930. Wydział III. *Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*. XXIII. 1930. Klasa III. J. Ł u k a s i e w i c z i A. T a r s k i. *Untersuchungen über den Aussagenkalkül*. Vorläufige Mitteilung, vorgelegt von J. Ł u k a s i e w i c z am 27. III 1930. Ss. 31 i 32.

⁴ Por.: 1) *Mathematische Zeitschrift*. Band 30, (Schluss-) Heft 5. 1929. L e o n C h w i s t e k. *Neue Grundlagen der Logik und Mathematik*. S. 713. 2) *Sprawozdanie z I Kongresu Matematyków Krajów Słowiańskich. {291} Comptes-Rendus du I Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves*. Warszawa, 1929. Redagował F. L e j a. Warszawa, 1930. M. P r e s b u r g e r. *Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt*. Ss. 92 i 93.

⁵ Por.: Leśniewski. *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*. Ss. 70—72 i 76.

dowany w oparciu o dwa wspomniane terminy pierwotne, mogą zostać w sposób niezwykle łatwy przełożone na grunt systemów tej teorii, opartych na innych terminach pierwotnych, a w szczególności na grunt znanego systemu Nicoda⁶.

Aksjomat Pana Łukasiewicza:⁷

$$CCC\alpha C\beta \alpha CCCN\gamma C\delta N\epsilon CC\gamma C\delta \zeta CC\epsilon \delta C\epsilon \zeta \eta C\theta \eta$$

Zanim przystąpię do sformułowania dyrektyw systemu „teorii dedukcji”, opartego na tym aksjomacie, podam w pierw szereg „wyjaśnień terminologicznych”, w których skomentuję zwroty językowe⁸, występujące w tych dyrektywach.

Wyjaśnienie terminologiczne I. O przedmiocie *A* mówię, że jest złożeniem *a*⁹ wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

- 1) *A* jest wyrażeniem;
- 2) jeśli jakikolwiek przedmiot jest słowem należącym do *A*, to należy on do pewnego *a*;
- 3) jeśli jakikolwiek przedmiot *B* jest *a*, i jakikolwiek przedmiot *C* jest *a*, i pewne słowo, należące do *B*, należy też do *C*, to *B* jest tym samym przedmiotem, co *C*;
- 4) jeśli jakikolwiek przedmiot jest *a*, to jest on wyrażeniem należącym do *A*.¹⁰

Przykłady (przykłady do „wyjaśnień terminologicznych” zostały przeze mnie zestawione w taki sposób, aby na gruncie tych przykładów można było dostrzec wzajemną niezależność {293} poszczególnych warunków, zawartych w odnośnych „wyjaśnieniach terminologicznych”).

1) aksjomat jest złożeniem słów należących do aksjomatu;¹¹

2) pierwsze słowo aksjomatu nie jest złożeniem słów należących do aksjomatu [warunki 1—3 są tu spełnione, warunek 4 nie jest spełniony (drugie słowo aksjomatu jest słowem, które należy do aksjomatu, nie jest jednak wyrażeniem, które należy do pierwszego słowa aksjomatu)];

3) aksjomat nie jest złożeniem wyrażen należących do aksjomatu [warunki 1, 2, 4, są spełnione, warunek 3 nie jest spełniony (aksjomat jest wyrażeniem należącym do aksjomatu, pierwsze słowo aksjomatu jest wyrażeniem należącym do aksjomatu, pewne słowo należące do aksjomatu należy do pierwszego słowa aksjomatu, ale aksjomat nie jest tym samym przedmiotem, co pierwsze słowo aksjomatu)];

⁶ Por.: *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Vokume XIX. 30 October 1916-24 November 1919. 1920. J. G. P. N i c o d. *A Reduction in the number of the Primitive Propositions of Logic*. (Communicated by G. H. H a r d y.)

⁷ Por.: Łukasiewicz i Tarski. *Op. cit.*. Ss. 36 i 37.

⁸ Odnośnie znaczenia zwrotów językowych, które występują w moich „wyjaśnieniach terminologicznych”, jeśli się chce uniknąć możliwości jakiegokolwiek opacznej interpretacji tych „wyjaśnień terminologicznych” oraz dyrektyw systemu, należy porównać z: Leśniewski, *Op. cit.* Ss. 59—62.

⁹ Termin zmienny „*a*” jest tutaj używany w *genetivus pluralis*.

¹⁰ Por. *op. cit.*, s. 63, *T.E. VII*.

¹¹ Słowo „aksjomat” pisane kursywą używał będę dalej dla oznaczenia przytoczonego powyżej aksjomatu Pana Łukasiewicza.

4) *aksjomat* nie jest złożeniem wyrażeń należących do *aksjomatu*, równokształtnych z pierwszym słowem *aksjomatu* [war. 1, 3, 4 speł., war. 2 nie speł. (4-te słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do *aksjomatu*, nie należy jednak do żadnego wyrażenia należącego do *aksjomatu*, równokształtnego z pierwszym słowem *aksjomatu*)];

5) klasa wyrażeń należących do *aksjomatu*, równokształtnych z pierwszym słowem *aksjomatu*,¹² nie jest złożeniem wyrażeń należących do *aksjomatu*, równokształtnych z pierwszym słowem *aksjomatu* [w. 2—4 s., w. 1 n. s.]. {294}

Wyjaśnienie terminologiczne II. O przedmiocie *A* mówię, że jest on negatem *B* wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

- 1) *A* jest wyrażeniem;
- 2) *B* jest złożeniem przedmiotów, które są bądź *A*, bądź też pierwszym słowem należącym do *B*;
- 3) *B* nie jest słowem;
- 4) pierwsze ze słów należących do *B* jest wyrażeniem równokształtnym z jedynym słowem *aksjomatu*.

Przykłady:

1) 12-te słowo *aksjomatu* jest negatem klasy przedmiotów, które są 11-tym lub 12-tym słowem *aksjomatu*;

2) klasa słów *aksjomatu*, następujących po pierwszym słowie *aksjomatu*, nie jest negatem *aksjomatu* [w. 1—3 s., w. 4 n. s.];

3) 11-te słowo *aksjomatu* nie jest negatem 11-go słowa *aksjomatu* [w. 1, 2, 4 s., w. 3 n. s.];

4) *aksjomat* nie jest negatem klasy słów *aksjomatu*, następujących po 10-tym słowie *aksjomatu* [w. 1, 3, 4 s., w. 2 n. s.];

5) nieprawda, że¹³ słowo *aksjomatu*, następujące po 11-tym słowie *aksjomatu*, jest negatem klasy słów *aksjomatu*, następujących po 10-tym słowie *aksjomatu*¹⁴ [w. 2—4 s., w. 1 n. s.]. {295}

¹² Gdy w tym komunikacie używane jest jakiegokolwiek wyrażenie typu „klasa [przedmiotów] *a*” to zawsze rozumie się przez to klasę w sensie mojej „ogólnej teorii mnogości” (którą inaczej nazywam mereologia) [por.: 1) L e ś n i e w s k i, *O podstawach matematyki, Przegląd Filozoficzny*, a) Rocznik 30, Zeszyt II—III, ss. 185—206, b) Rocznik 31, Zeszyt III, ss. 261—265; 2) L e ś n i e w s k i, *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*, s. 5]; tak więc np. przez „klasę wyrażeń należących do *aksjomatu*, równokształtnych z pierwszym słowem *aksjomatu*” należy rozumieć przedmiot, który *składa się* ze wszystkich wyrażeń należących do *aksjomatu* i równokształtnych z pierwszym słowem *aksjomatu*, podobnie jak orkiestra *składa się* ze wszystkich swoich członków. Wyrażenia typu „klasa [przedmiotów] *a*” występują tu tylko w przykładach.

¹³ Pięknym zwrotem „nieprawda, że” posługuję się tu jako „potocznym” środkiem zastępczym zwykłej negacji zdaniowej z „logiki matematycznej”.

¹⁴ Należy w tym miejscu wyraźnie podkreślić, że zdania „jednostkowe” typu „*A* jest *b*”, występujące w moich „*wyjaśnieniach terminologicznych*” oraz w podawanych do nich przykładach, będą przeze mnie używane zgodnie z aksjomatem mojej „ontologii” [por.: L e ś n i e w s k i, *Über die Grundlagen der Ontologie*, ss. 114, 115 i 129—131]; wynika z tego, że — ze względu na okolicz-

Wyjaśnienie terminologiczne III. O przedmiocie A mówię, że jest on implikantem B w C wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

- 1) C jest złożeniem przedmiotów, które są bądź A , bądź B , bądź też pierwszym słowem należącym do C ;
- 2) pierwsze słowo należące do C jest wyrażeniem równokształtnym z pierwszym słowem *aksjomatu*;
- 3) A następuje po pierwszym słowie należącym do C ;
- 4) B następuje po A .

Przykłady:

- 1) 2-gie słowo *aksjomatu* jest implikantem klasy słów *aksjomatu*, następujących po 2-gim słowie *aksjomatu*, w *aksjomacie*;
- 2) klasa słów *aksjomatu*, następujących po pierwszym słowie *aksjomatu*, nie jest implikantem klasy słów *aksjomatu*, następujących po pierwszym słowie *aksjomatu*, w *aksjomacie* [w. 1—3 s., w. 4 n. s.];
- 3) pierwsze słowo *aksjomatu* nie jest implikantem klasy słów *aksjomatu*, następujących po pierwszym słowie *aksjomatu*, w *aksjomacie* [w. 1, 2, 4 s., w. 3 n. s.];
- 4) 5-te słowo *aksjomatu* nie jest implikantem klasy słów *aksjomatu*, następujących po 5-tym słowie *aksjomatu*, w klasie słów *aksjomatu*, które następują po 3-cim słowie *aksjomatu* [w. 1, 3, 4 s., w. 2 n. s.];
- 5) 2-gie słowo *aksjomatu* nie jest implikantem 3-go słowa *aksjomatu*, w *aksjomacie* [w. 2—4 s., w. 1 n. s.].

Wyjaśnienie terminologiczne IV. O przedmiocie A mówię, że jest subordynatem B odnośnie a ,¹⁵ ze względu na b ,¹⁶ i względem C wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

- 1) B jest wyrażeniem należącym do C ;
- 2) B nie jest¹⁷ terminem zmiennym; {296}

ność, iż jest więcej niż jedno słów *aksjomatu*, następujących po 11-tym słowie *aksjomatu* — w odniesieniu do żadnego a nie może obowiązywać, że słowo *aksjomatu*, następujące po 11-tym słowie *aksjomatu*, jest a ; w ten sposób zostało już *implicite* powiedziane, że zdanie „słowo *aksjomatu*, następujące po 11-tym słowie *aksjomatu*, jest negatem klasy słów *aksjomatu*, następujących po 10-tym słowie *aksjomatu*” nie może być uznane, tak samo jak i zdanie „słowo *aksjomatu*, następujące po 11-tym słowie *aksjomatu*, jest wyrażeniem” [por.: L e ś n i e w s k i, *O podstawach matematyki*, Rocznik 31, Zeszyt III, ss. 263 i 264].

¹⁵ Termin zmienny „ a ” jest tutaj używany w *accusativus pluralis*.

¹⁶ Termin zmienny „ b ” jest tutaj używany w *accusativus pluralis*.

¹⁷ Słowo „termin zmienny” nie jest przeze mnie komentowane w tym komunikacie w żadnym specjalnym „wyjaśnieniu terminologicznym”. Jest w pewnym stopniu obojętne, jak się określi dziedzinę desygnatów tego wyrażenia. Muszę tu w każdym razie założyć: że 1) 4-te, 6-te, 12-te, 14-te, 16-te, 22-gie, 30-te i 32-gie słowo *aksjomatu* są terminami zmiennymi; że 2) 1-sze i 11-te słowo *aksjomatu* nie są terminami zmiennymi; że 3) gdy A jest wyrażeniem równokształtnym z B , to A jest terminem zmiennym wtedy i tylko wtedy, gdy B jest terminem zmiennym; że 4) każdy termin zmienny jest słowem; że 5) „możliwość” budowania coraz to nowych terminów zmiennych (to jest — terminów zmiennych, które nie są wyrażeniami równokształtnymi z dotychczasowymi terminami

3) jeśli jakkolwiek przedmiot jest słowem należącym do *C* i następującym po *B*, to jest on terminem zmiennym;

4) jeśli jakkolwiek przedmiot jest słowem należącym do pewnego twierdzenia tego systemu „teorii dedukcji”,¹⁸ poprzedzającego *C*, to nie jest on wyrażeniem równokształtnym z *B*;

5) *A* jest złożeniem przedmiotów, które są bądź *b*, bądź też słowem pierwszym należącym do *A*;

6) pierwsze słowo, które należy do *A*, jest wyrażeniem równokształtnym z *B*;

7) jeśli jakkolwiek przedmiot jest *b*, to jest on też *a*;

8) jeśli jakkolwiek przedmiot jest *b*, to następuje on po słowie pierwszym, należącym do *A*;

9) jest tyle samo *b*, ile jest słów należących do *C* i następujących po *B*. {297}

Przykłady:

1) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, jest subordynatem 31-go słowa *aksjomatu*, odnośnie terminów zmiennych, ze względu na przedmioty, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, i względem *aksjomatu*;

2) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, nie jest subordynatem 31-go słowa *aksjomatu*, odnośnie wyrażień, ze względu na klasy przedmiotów, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*,¹⁹ i względem *aksjomatu* [w. 1—8 s., w. 9 n. s.];

3) klasa przedmiotów, które są 31-szym słowem *aksjomatu* lub 32-gim słowem *aksjomatu*, nie jest subordynatem 31-go słowa *aksjomatu*, odnośnie słów, ze względu na przedmioty, które są 31-szym słowem *aksjomatu* lub 32-gim słowem *aksjomatu*, i względem *aksjomatu* [w. 1—7, 9 s., w. 8 n. s. (31-sze słowo *aksjomatu* jest przed-

zmiennymi) zachodzi w tym znaczeniu, w jakim dana jest w ogóle „możliwość” budowania coraz to nowych słów. Gdybym w tym doniesieniu musiał określić zakres słowa „termin zmienny” w sposób całkiem konkretny, mógłbym np. (równie dobrze) przyjąć, że jakiś przedmiot jest terminem zmiennym wtedy i tylko wtedy, gdy jest on słowem zbudowanym tylko z małych liter greckich. Nie mógłbym przyjąć umowy, wedle której terminy zmienne — powinny być literami tego lub innego języka, ponieważ przy takiej umowie byłoby niemożliwe zbudowanie zdania, które nie zawiera już równokształtnych ze sobą terminów zmiennych, jako że nie ma wzajemnie równokształtnych liter odpowiedniego alfabetu. W związku z treścią tego przypisu por.: Ł u k a s i e w i c z i T a r s k i. *Op. cit.*, s. 31.

¹⁸ Należy wyraźnie podkreślić, że, gdy mówię cokolwiek o twierdzeniach tego systemu „teorii dedukcji”, to rozumiem przez to oprócz *aksjomatu* tylko „definicje” i „twierdzenia”, dołączone „efektywnie” do systemu „teorii dedukcji”, ale nie różne inne wyrażenia, które zgodnie z dyrektywami rozważanego systemu można by do tego systemu dołączyć. Zakres wyrażenia „twierdzenie tego systemu „teorii dedukcji”” nie jest więc przez to w żaden sposób z góry jednoznacznie określony i należy go rozumieć raczej jako stopniowo „powstający”. *Aksjomat* jest jedynym wyrażeniem, które już w chwili obecnej jest twierdzeniem tego systemu „teorii dedukcji”.

¹⁹ Istnieje oczywiście tylko jedna jedyna taka klasa, ponieważ może być w ogóle co najwyżej jedna klasa jakichkolwiek *a*. Por.: L e ś n i e w s k i. *L. c.* s. 265. *Aksjomat III*.

miotem, który jest 31-szym słowem *aksjomatu* lub 32-gim słowem *aksjomatu*, nie następuje ono jednak po pierwszym spośród słów, należących do klasy przedmiotów, które są 31-szym słowem *aksjomatu* lub 32-gim słowem *aksjomatu*);

4) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, nie jest subordynatem 31-go słowa *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatów*, ze względu na przedmioty, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, i względem *aksjomatu* [w. 1—6, 8, 9 s., w. 7 n. s. (32-gie słowo *aksjomatu* jest przedmiotem, który jest 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, nie jest ono jednak *aksjomatem*)];

5) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 29-tym słowie *aksjomatu*, a poprzedzających 33-cie słowo *aksjomatu*, nie jest subordynatem 31-go słowa *aksjomatu*, odnośnie słów, ze względu na przedmioty, które są 31-szym słowem *aksjomatu* lub 32-gim słowem *aksjomatu*, i względem *aksjomatu* [w. 1—5, 7—9 s., w. 6 n. s.]; {298}

6) *aksjomat* nie jest subordynatem 31-go słowa *aksjomatu*, odnośnie słów, ze względu na przedmioty, które są 31-szym słowem *aksjomatu* lub 32-gim słowem *aksjomatu*, i względem *aksjomatu* [w. 1—4, 6-9 s., w. 5 n. s.];

7) pierwsze ze słów następujących po *aksjomacie*, które są wyrażeniami równokształtnymi z pierwszym słowem *aksjomatu*, nie jest subordynatem pierwszego ze słów następujących po *aksjomacie*, które są wyrażeniami równokształtnymi z pierwszym słowem *aksjomatu*, odnośnie nieczworobocznych czworoboków, ze względu na nieczworoboczne czworoboki, i względem pierwszego ze słów następujących po *aksjomacie*, które są wyrażeniami równokształtnymi z pierwszym słowem *aksjomatu* [w. 1—3, 5—9 s., w. 4 n. s. (pierwsze słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do pewnego twierdzenia tego systemu „teorii dedukcji”, poprzedzającego pierwsze ze słów następujących po *aksjomacie*, które są wyrażeniami równokształtnymi z pierwszym słowem *aksjomatu*, słowo pierwsze *aksjomatu* jest jednak wyrażeniem równokształtnym z pierwszym ze słów następujących po *aksjomacie*, które są wyrażeniami równokształtnymi z pierwszym słowem *aksjomatu*)];

8) *aksjomat* nie jest subordynatem pierwszego słowa *aksjomatu*, odnośnie słów, ze względu na słowa *aksjomatu* następujące po pierwszym słowie *aksjomatu*, i względem *aksjomatu* [w. 1, 2, 4—9 s., w. 3 n. s. (2-gie słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do *aksjomatu*, następującym po pierwszym słowie *aksjomatu*; nie jest jednak terminem zmiennym)];

9) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 31-szym słowie *aksjomatu*, nie jest subordynatem 32-go słowa *aksjomatu*, odnośnie słów, ze względu na 33-cie słowo *aksjomatu*, i względem *aksjomatu* [w. 1, 3—9 s., w. 2 n. s.];

10) drugie słowo *aksjomatu* nie jest subordynatem drugiego słowa *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatów*, ze względu na nieczworoboczne czworoboki, i względem pierwszego słowa *aksjomatu* [w. 2—9 s., w. 1 n. s.].

Wyjaśnienie terminologiczne V. O przedmiocie A mówię, że jest wyrażeniem podstawowym dla a ²⁰ odnośnie B wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki: {299}

- 1) A jest wyrażeniem;
- 2) pewne wyrażenie jest a ;
- 3) jeśli jakikolwiek przedmiot jest a , to jest on wyrażeniem należącym do A ;
- 4) jeśli jakikolwiek przedmiot jest terminem zmiennym należącym do A , to jest on a ;
- 5) jeśli jakikolwiek przedmiot C jest wyrażeniem należącym do A i negat C jest a , to i C jest a ;
- 6) jeśli jakikolwiek przedmiot C jest tym samym przedmiotem, co B , lub też jest twierdzeniem tego systemu „teorii dedukcji”, poprzedzającym B , i jakikolwiek przedmiot D jest subordynatem pewnego wyrażenia, odnośnie a , ze względu na którykolwiek z przedmiotów b , i względem C , to D też jest a .

Przykłady:

- 1) *aksjomat* jest wyrażeniem podstawowym dla wyrazów należących do *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu*;
- 2) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, nie jest wyrażeniem podstawowym dla przedmiotów, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* [w. 1—5 s., w. 6 n. s. (*aksjomat* jest tym samym przedmiotem, co *aksjomat*, lub jest tym samym przedmiotem, co twierdzenie tego systemu „teorii dedukcji”, poprzedzające *aksjomat*, klasa słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, jest w stosunku do klasy słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, wyrażeniem podporządkowanym pewnego wyrażenia, odnośnie przedmiotów, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, ze względu na przedmioty, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, i względem *aksjomatu*, klasa słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, nie jest jednak przedmiotem, który jest 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*)];
- 3) klasa przedmiotów, które są 11-tym słowem *aksjomatu* lub 12-tym słowem *aksjomatu*, nie jest wyrażeniem podstawowym dla 12-go słowa *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* [w. 1—4, 6 s., w. 5 n. s. (klasa przedmiotów, które są 11-tym słowem *aksjomatu* lub 12-tym słowem *aksjomatu*, {300} jest wyrażeniem należącym do klasy przedmiotów, które są 11-tym słowem *aksjomatu* lub 12-tym słowem *aksjomatu*, negatem klasy przedmiotów, które są 11-tym słowem *aksjomatu* lub 12-tym słowem *aksjomatu*, jest 12-te słowo *aksjomatu*, klasa przedmiotów, które są 11-tym słowem *aksjomatu* lub 12-tym słowem *aksjomatu*, nie jest jednak 12-tym słowem *aksjomatu*)];
- 4) *aksjomat* nie jest wyrażeniem podstawowym dla *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* [w. 1—3, 5, 6 s., w. 4 n. s. (4-te słowo *aksjomatu* jest terminem zmiennym należącym do *aksjomatu*, nie jest jednak *aksjomatem*)];

²⁰ Termin zmienny „ a ” jest tu używany w *accusativus pluralis*.

5) *aksjomat* nie jest wyrażeniem podstawowym dla wyrażień, odnośnie aksjomatu [w. 1, 2, 4—6 s., w. 3 n. s. (tytuł tego komunikatu jest wyrażeniem, ale nie jest wyrażeniem należącym do *aksjomatu*)];

6) pierwsze słowo *aksjomatu* nie jest wyrażeniem podstawowym dla nieczworobocznych czworoboków, odnośnie *aksjomatu* [w. 1, 3—6 s., w. 2 n. s.];

7) klasa przedmiotów, które są pierwszym słowem *aksjomatu* lub czwartym słowem *aksjomatu*, nie jest wyrażeniem podstawowym dla czwartego słowa *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* [w. 2—6 s., w. 1 n. s.].

Wyjaśnienie terminologiczne VI. O przedmiocie A mówię, że jest zdaniem odnośnie B wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

1) A jest wyrażeniem;

2) pewien termin zmienny należy do A ;

3) jeśli A jest wyrażeniem podstawowym dla któregośkolwiek z przedmiotów a , odnośnie B , to A też jest a .²¹ {301}

²¹ *Wyjaśnienie terminologiczne VI* jest oparte na znanej dobrze w „logice matematycznej” idei „klasy dziedzicznej” i „relacji bycia przodkiem”. Co się zaś tyczy w szczególności „teorii dedukcji” (zawierającej definicje), to sformułowane przeze mnie wyjaśnienie słowa „zdanie” należy traktować jako wynik „uogólnienia” podanej przez Panów Łukasiewicza i Tarskiego definicji „*mnożności w s z y s t k i c h zdań S*” (por.: Łukasiewicz i Tarski, *op. cit.*, s. 31). Łatwo można by dowieść, że dziedzina desygnatów wyrażenia „zdanie ze względu na B ” nie zmieniłaby się, gdyby wyrażenia „wyrażenie podstawowe dla a ze względu na B ”, występującego w *wyjaśnieniu terminologicznym VI*, nie zdefiniowało się tak, jak w *wyjaśnieniu* {301} *terminologicznym V*, za pomocą wszystkich warunków 1—6, lecz tylko za pomocą warunków 1, 2, 4—6 tego *wyjaśnienia terminologicznego*. Niemniej jednak, skoro wprowadziłem *wyjaśnienie terminologiczne V* w jego obecnej postaci, to uczyniłem to ze względu na moje dążenia teoretyczne, aby w przypadku, gdy dane wyrażenie jest zdaniem ze względu na dane twierdzenie systemu, móc to ustalić zawsze w sposób kombinatoryczny, bez potrzeby wykraczania przy tym poza granice odpowiedniej w pełni określonej, skończonej dziedziny wyrażień. Należy w tym miejscu zauważyć, że znana jest mi także inna metoda konstruowania definicji zdania, dostosowana do różnych teorii dedukcyjnych, zupełnie odmienna od rozwijanej w *wyjaśnieniach terminologicznych* prezentowanego tu komunikatu. Po raz pierwszy przedstawiłem tę metodę, w której „klasy dziedziczne” i „relacja bycia przodkiem” nie odgrywają żadnej roli, a która w zasadzie pochodzi z roku 1922, w moich wykładach „logiki” w roku akad. 1924/1925 (por.: L e ś n i e w s k i, *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*, s. 59) w zastosowaniu do mojego systemu Prototypyki (por. *op. cit.*, ss. 9—81). Odpowiednią, dostosowaną do prototypyki, definicję zdania można sformułować za pomocą skrótów „symbolicznych”, które były przeze mnie używane w dyrektywach prototypyki i w dołączonych do nich *wyjaśnieniach terminologicznych* (por. *op. cit.*, ss. 59—76), w sposób następujący (według redakcji tej definicji, pochodzącej zasadniczo z 1926 roku):

$$[A, B] :: A \in \text{propp} (B) . = :: B \in \text{thp} ::$$

$$[\exists C] :: C \in \text{vrb} . C \in \text{frp} (B) . A \in \text{cnf} (C) :: [D, E] : D \in \text{thp} (B) . E \in \text{ingr} (D) . \supset . C \in \sim (\text{cnvar} (C, E)) :: \vee . [\exists C] . C \in \text{frp} (B) . A \in \text{genfct} (C) . \vee . A \in \text{gnrl} ::$$

$$[C] :: C \in \text{trm} . C \in \text{ingr} (A) . \supset : C \in \text{ld} (A) . \vee . [\exists D] . D \in \text{qntf} . D \in \text{ingr} (A) . C \in \text{int} (D) . \vee . [\exists D, E] . D \in \text{ingr} (A) . C \in \text{var} (E, D) . \vee . C \in \text{constp} (B, A) ::$$

$$[C, D] : D \in \text{qntf} . D \in \text{ingr} (A) . C \in \text{int} (D) . \supset . [\exists E, F] . E \in \text{ingr} (A) . F \in \text{var} (C, E) ::$$

Przykłady:

- 1) *aksjomat* jest zdaniem odnośnie *aksjomatu*;
- 2) klasa słów *aksjomatu*, następujących po 31-szym słowie *aksjomatu*, nie jest zdaniem odnośnie *aksjomatu* [w. 1, 2 s., w. 3 n. s. (klasa słów *aksjomatu*, następujących po 31-szym słowie *aksjomatu*, jest wyrażeniem podstawowym dla przedmiotów, które są 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu*, klasa słów *aksjomatu*, następujących po 31-szym słowie *aksjomatu*, nie jest jednak przedmiotem, który jest 32-gim słowem *aksjomatu* lub 33-cim słowem *aksjomatu*]; {302}
- 3) pierwsze słowo *aksjomatu* nie jest zdaniem odnośnie *aksjomatu* [w. 1, 3 s., w. 2 n. s.];
- 4) klasa terminów zmiennych, należących do *aksjomatu*, nie jest zdaniem odnośnie *aksjomatu* [w. 2, 3 s., w. 1 n. s.].

Wyjaśnienie terminologiczne VII. O przedmiocie A mówię, że jest konsekwencją podstawiania B odnośnie C i ze względu na a^{22} wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

- 1) A jest złożeniem a ;
- 2) jest tyle samo a ile jest słów należących do B ;
- 3) jeśli jakikolwiek przedmiot D jest słowem należącym do B , i jakikolwiek przedmiot E jest a , oraz jest tyle samo a poprzedzających E , ile jest słów należących do B i poprzedzających D , to D jest bądź terminem zmiennym bądź też jest wyrażeniem równokształtnym z E ;

{302}

$[C, D, E] \therefore E \in \text{ingr}(A) \cdot C \in \text{cnvar}(D, E) \cdot \supset : C \in \text{Id}(D) \cdot \vee \cdot [\exists F, G] \cdot C \in \text{quasihomosemp}(D, B, A, F, G) \therefore$

$[C] \therefore C \in \text{gnrl} \cdot C \in \text{ingr}(A) \cdot \supset : C \in \text{Id}(A) \cdot \vee \cdot [\exists D, E, F, G] \cdot D \in \text{thp}(B) \cdot E \in \text{ingr}(D) \cdot F \in \text{ingr}(A) \cdot G \in \text{homosemp}(B, B) \cdot G \in \text{Anarg}(C, E, F) \therefore$

$[C, D] \therefore C \in \text{gnrl} \cdot C \in \text{ingr}(A) \cdot D \in \text{Essnt}(C) \cdot \supset : D \in \text{vrb} \cdot \vee \cdot [\exists E] \cdot E \in \text{frp}(B) \cdot D \in \text{genfnct}(E) \therefore$

$[C] \therefore C \in \text{fnct} \cdot C \in \text{ingr}(A) \cdot \supset : C \in \text{Id}(A) \cdot \vee \cdot [\exists D] \cdot D \in \text{gnrl} \cdot D \in \text{ingr}(A) \cdot C \in \text{Essnt}(D) \cdot \vee \cdot [\exists D, E] \cdot C \in \text{fnctp}(B, A, D, E)$

(co się tyczy ostatniej litery „p” w słowie „propp” por. *op. cit.*, ss. 68 i 69). Nie nastęrcza żadnych trudności sformułowanie podobnej definicji zdania dla dalszych teorii, należących do mojego systemu podstaw matematyki. W jednym z pierwszych wykładów mojego, wspomnianego powyżej, kursu uniwersyteckiego pt. „*O podstawach tak zwanej teorii dedukcji*” zauważyłem, że bardzo łatwo można dostosować taki sam schemat definicyjny do definicji zdania dla „teorii dedukcji”, gdy w tej teorii będzie się używało nawiasów. Równocześnie wspomniałem także, że, co się tyczy beznawiasowej symboliki Pana Ł u k a s i e w i c z a, nic mi właściwie nie jest wiadomo, czy i jak jest możliwe znalezienie definicji zdania równoważnej z *wyjaśnieniem terminologicznym VI*, która byłaby w zasadzie niezależna od idei „klasy dziedzicznej” i „relacji bycia przodkiem”.

²² Termin zmienny „ a ” jest tu używany w *accusativus pluralis*.

4) jeśli jakikolwiek przedmiot D jest terminem zmiennym należącym do B , i jakikolwiek przedmiot E jest a , oraz jest tyle samo a {303} poprzedzających E , ile jest słów należących do B i poprzedzających D , to E jest zdaniem odnośnie C ;

5) jeśli jakikolwiek przedmiot D jest słowem należącym do B , i jakikolwiek przedmiot E należący do B jest wyrażeniem równokształtnym z D , i jakikolwiek przedmiot F jest a , i jakikolwiek przedmiot G jest a , oraz jest tyle samo a poprzedzających F , ile jest słów należących do B i poprzedzających D , oraz jest tyle samo a poprzedzających G , ile jest słów należących do B i poprzedzających E , to G jest wyrażeniem równokształtnym z F .

Przykłady:

1) *aksjomat* jest konsekwencją podstawiania *aksjomatu* odnośnie *aksjomatu* i ze względu na słowa należące do *aksjomatu*;

2) klasa słów *aksjomatu*, które są słowami *aksjomatu* następującymi po 18-tym słowie *aksjomatu* i poprzedzającymi 23-cie słowo *aksjomatu*, nie jest konsekwencją podstawiania klasy słów *aksjomatu*, które są słowami *aksjomatu* następującymi po 3-cim słowie *aksjomatu* i poprzedzającymi 8-me słowo *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* i ze względu na słowa *aksjomatu*, następujące po 18-tym słowie *aksjomatu* i poprzedzające 23-cie słowo *aksjomatu* [w. 1—4 s., w. 5 n. s. (4-te słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do klasy słów *aksjomatu*, następujących po 3-cim słowie *aksjomatu* i poprzedzających 8-me słowo *aksjomatu*, 7-me słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do klasy słów *aksjomatu*, następujących po 3-cim słowie *aksjomatu* i poprzedzających 8-me słowo *aksjomatu* i jest wyrażeniem równokształtnym z 4-tym słowem *aksjomatu*; 19-te słowo *aksjomatu* jest słowem *aksjomatu* następującym po 18-tym słowie *aksjomatu* i poprzedzające 23-cie słowo *aksjomatu*, 22-gie słowo *aksjomatu* jest słowem *aksjomatu* następującym po 18-tym słowie *aksjomatu* i poprzedzające 23-cie słowo *aksjomatu*; jest tyle samo słów *aksjomatu*, poprzedzających 19-te słowo *aksjomatu* spośród słów następujących po 18-tym słowie *aksjomatu* i poprzedzających 23-cie słowo *aksjomatu*, ile jest słów poprzedzających 4-te słowo *aksjomatu* wśród słów *aksjomatu* należących do klasy słów *aksjomatu*, następujących po 3-cim słowie *aksjomatu* i poprzedzających 8-me słowo *aksjomatu*; jest tyle samo słów *aksjomatu*, poprzedzających 22-gie słowo *aksjomatu* spośród słów następujących po 18-tym słowie *aksjomatu* i poprzedzających 23-cie słowo *aksjomatu*, {304} ile jest słów poprzedzających 7-me słowo *aksjomatu* wśród słów *aksjomatu* należących do klasy słów *aksjomatu*, następujących po 3-cim słowie *aksjomatu* i poprzedzających 8-me słowo *aksjomatu*; jednakże 22-gie słowo *aksjomatu* nie jest wyrażeniem równokształtnym ze 19-tym słowem *aksjomatu*];

3) 2-gie słowo nie jest konsekwencją podstawiania 4-go słowa *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* i ze względu na 2-gie słowo *aksjomatu* [w. 1—3, 5 s., w. 4 n. s. (4-te słowo *aksjomatu* jest terminem zmiennym, należącym do 4-go słowa *aksjomatu*; 2-gie słowo *aksjomatu* jest 2-gim słowem *aksjomatu*, jest tyle samo 2-gich słów *aksjomatu*, poprzedzających 2-gie słowo *aksjomatu*, ile jest słów należących do 4-go słowa *ak-*

sjomatu, poprzedzających 4-te słowo *aksjomatu*, 2-gie słowo *aksjomatu* nie jest jednak zdaniem odnośnie *aksjomatu*]);

4) *aksjomat* nie jest konsekwencją podstawiania pierwszego słowa *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* i ze względu na *aksjomaty* [w. 1, 2, 4, 5 s., w. 3 n. s. (pierwsze słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do pierwszego słowa *aksjomatu*; *aksjomat* jest *aksjomatem*; jest tyle samo *aksjomatów* poprzedzających *aksjomat*, ile jest słów należących do pierwszego słowa *aksjomatu*, poprzedzających pierwsze słowo *aksjomatu*, pierwsze słowo *aksjomatu* nie jest jednak ani terminem zmiennym ani wyrażeniem równokształtnym z *aksjomatem*)];

5) 2-gie słowo *aksjomatu* nie jest konsekwencją podstawiania klasy słów *aksjomatu*, poprzedzających 3-cie słowo *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* i ze względu na 2-gie słowo *aksjomatu* [w. 1, 3—5 s., w. 2 n. s.];

6) pierwsze słowo *aksjomatu* nie jest konsekwencją podstawiania *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* i ze względu na słowa należące do *aksjomatu* [w. 2—5 s., w. 1 n. s.].

Wyjaśnienie terminologiczne VIII. O przedmiocie *A* mówię, że jest konsekwencją podstawiania *B* odnośnie *C* wtedy i tylko wtedy, gdy przy pewnym a^{23} — *A* jest konsekwencją podstawiania *B* odnośnie *C* i ze względu na *a*. {305}

Przykłady:

1) *aksjomat* jest konsekwencją podstawiania *aksjomatu* odnośnie *aksjomatu*;²⁴

2) pierwsze słowo *aksjomatu* nie jest konsekwencją podstawiania *aksjomatu* odnośnie *aksjomatu*.

Wyjaśnienie terminologiczne IX. O przedmiocie *A* mówię, że jest konsekwencją odrywania *B* odnośnie *C* ze względu na *D* i względem *E* wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

- 1) *D* jest implikantem *E* w *B*;
- 2) *C* jest wyrażeniem równokształtnym z *D*;
- 3) *A* jest wyrażeniem równokształtnym z *E*.

Przykłady:

1) 33-cie słowo *aksjomatu* jest konsekwencją odrywania klasy słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, odnośnie 32-giego słowa *aksjomatu* ze względu na 32-gie słowo *aksjomatu* i odnośnie 33-go słowa *aksjomatu*;

2) *aksjomat* nie jest konsekwencją odrywania klasy słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, odnośnie 32-giego słowa *aksjomatu* ze względu na 32-gie słowo *aksjomatu* i odnośnie 33-go słowa *aksjomatu* [w. 1, 2 s., w. 3 n. s.];

3) 33-cie słowo *aksjomatu* nie jest konsekwencją odrywania klasy słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* ze względu na 32-gie słowo *aksjomatu* i odnośnie 33-go słowa *aksjomatu* [w. 1, 3 s., w. 2 n. s.];

4) *aksjomat* nie jest konsekwencją odrywania *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu* ze względu na *aksjomat* i odnośnie *aksjomatu* [w. 2, 3 s., w. 1 n. s.].

²³ Wyrażenie „przy pewnym a ” odpowiada kwantyfikatorowi „ $\exists a$ ” mowy „symbolicznej”.

²⁴ Por. przykład 1 do wyjaśnienia terminologicznego VII.

Wyjaśnienie terminologiczne X. O przedmiocie A mówię, że jest konsekwencją odrywania B odnośnie C wtedy i tylko wtedy, gdy A jest konsekwencją odrywania B odnośnie C ze względu na pewne wyrażenie, i względem pewnego wyrażenia. {306}

Przykłady:

1) 33-cie słowo *aksjomatu* jest konsekwencją odrywania klasy słów *aksjomatu*, następujących po 30-tym słowie *aksjomatu*, odnośnie 32-giego słowa *aksjomatu*;²⁵

2) *aksjomat* nie jest konsekwencją odrywania *aksjomatu*, odnośnie *aksjomatu*.

Wyjaśnienie terminologiczne XI. O przedmiocie A mówię, że jest definicją dla B odnośnie C , ze względu na D , i względem E wtedy i tylko wtedy, gdy są spełnione następujące warunki:

1) D jest zdaniem odnośnie C ;

2) pierwsze słowo, które należy do B , nie jest terminem zmiennym;

3) jeśli jakikolwiek przedmiot F jest tym samym przedmiotem, co C , lub jest twierdzeniem tego systemu „teorii dedukcji”, poprzedzającym C , oraz jakikolwiek przedmiot G jest słowem należącym do F , to pierwsze słowo, które należy do B , nie jest wyrażeniem równokształtnym z G ;

4) jeśli jakikolwiek przedmiot F jest słowem należącym do B , i jakikolwiek przedmiot G jest słowem należącym do B , oraz F jest wyrażeniem równokształtnym z G , to F jest tym samym przedmiotem, co G ;

5) jeśli jakikolwiek przedmiot jest terminem zmiennym, należącym do D , to jest on wyrażeniem równokształtnym z pewnym słowem, należącym do B ;

6) jeśli jakikolwiek przedmiot jest słowem należącym do B i następuje po pierwszym ze słów, należących do B , to jest on wyrażeniem równokształtnym z pewnym terminem zmiennym, należącym do D ;

7) implikant B w negacie E jest wyrażeniem równokształtnym z D ;

8) implikant D implikanta E w negacie A jest wyrażeniem równokształtnym z B .

Przykłady:

1) jeśli jakikolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażeń „ $N C C F \alpha \alpha N C \alpha F \alpha$ ”, {307} to jest on definicją dla klasy słów A następujących po 9-tym słowie A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 6-te słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 6-tym słowie A ;

2) jeśli jakikolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażeń „ $N C \alpha F \alpha$ ”, to nie jest on definicją dla klasy słów A , następujących po 3-cim słowie A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 3-cie słowo A , i względem A [w. 1—7 s., w. 8 n. s.];

3) jeśli jakikolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażeń „ $N C C F \alpha \alpha \alpha$ ”, to nie jest on definicją dla klasy przedmiotów, które są 4-tym słowem A lub 5-tym słowem A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 6-te słowo A , i względem 7-go słowa A [w. 1—6, 8 s., w. 7 n. s.];

²⁵ Por. przykład 1 do wyjaśnienia terminologicznego IX.

4) jeśli jakkolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C F N \alpha \alpha N C \alpha F N \alpha$ ”, to nie jest on definicją dla klasy słów A następujących po 10-tym słowie A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 7-me słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 7-mym słowie A [w. 1—5, 7, 8 s., w. 6 n. s. (12-te słowo A jest słowem należącym do klasy słów A , następujących po 10-tym słowie A , i następuje po pierwszym słowie należącym do klasy słów należących do A , następujących po 10-tym słowie A , nie jest ono jednak wyrażeniem równokształtnym z żadnym terminem zmiennym, należącym do 7-go słowa A)];

5) jeśli jakkolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C F \alpha N C \alpha F$ ”, to nie jest on definicją dla 9-go słowa A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 5-te słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 5-tym słowie A [w. 1—4, 6-8 s., w. 5 n. s. (5-te słowo A jest terminem zmiennym, należącym do 5-go słowa A , nie jest ono jednak wyrażeniem równokształtnym z żadnym terminem zmiennym, należącym do 9-go słowa A)];

6) jeśli jakkolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C F \alpha \alpha N C \alpha \{308\} F \alpha \alpha$ ”, to nie jest on definicją dla klasy słów A następujących po 10-tym słowie A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 7-me słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 7-mym słowie A [w. 1—3, 5—8 s., w. 4 n. s. (12-te słowo A jest słowem należącym do klasy słów A , następujących po 10-tym słowie A ; 13-te słowo A jest słowem należącym do klasy słów A , następujących po 10-tym słowie A , 12-te słowo A jest wyrażeniem równokształtnym ze słowem 13-tym A , 12-te słowo A nie jest jednak tym samym przedmiotem, co 13-te słowo A)];

7) jeśli jakkolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C N \alpha \alpha N C \alpha N \alpha$ ”, to nie jest on definicją dla klasy słów A następujących po 9-tym słowie A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 6-te słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 6-tym słowie A [w. 1, 2, 4—8 s., w. 3 n. s. (*aksjomat* jest tym samym przedmiotem, co *aksjomat* lub co twierdzenie tego systemu „teorii dedukcji”, poprzedzające *aksjomat*; 11-te słowo *aksjomatu* jest słowem należącym do *aksjomatu*, jednak pierwsze ze słów należących do klasy słów A , następujących po 9-tym słowie A , jest wyrażeniem równokształtnym z 11-tym słowem *aksjomatu*)];

8) jeśli jakkolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C \iota \iota N C \iota \iota$ ”, to nie jest on definicją dla 9-go słowa A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 5-te słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 5-tym słowie A [w. 1, 3—8 s., w. 2 n. s.];

9) jeśli jakkolwiek przedmiot A jest jednym z wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C F F N C F F$ ”, to nie jest on definicją dla 9-go słowa A , odnośnie *aksjomatu*, ze względu na 5-te słowo A , i względem klasy słów A , następujących po 5-tym słowie A [w. 2—8 s., w. 1 n. s.].

Wyjaśnienie terminologiczne XII. O przedmiocie A mówię, że jest on definicją odnośnie C wtedy i tylko wtedy, gdy A jest definicją dla pewnego wyrażenia odnośnie C , ze względu {309} na pewne wyrażenie, i względem pewnego wyrażenia.²⁶

Przykłady:

1) jeśli jakikolwiek przedmiot A jest jednym ze wzajemnie równokształtnych wyrażań „ $N C C F \alpha \alpha N C \alpha F \alpha$ ”, to jest on definicją odnośnie *aksjomatu*;²⁷

2) *aksjomat* nie jest definicją odnośnie *aksjomatu*.

Gdy do systemu „teorii dedukcji”, którego twierdzeniem pierwszym jest *aksjomat*, dołączam dalsze twierdzenia, to dokonuję tego w taki sposób, że zawsze spełniony jest co najmniej jeden z następujących warunków:

1) twierdzenie, które właśnie dołączam, jest konsekwencją podstawiania pewnego twierdzenia tego systemu „teorii dedukcji” spośród twierdzeń dotąd przyjętych, odnośnie ostatniego spośród dotąd przyjętych twierdzeń tego systemu;

2) twierdzenie, które właśnie dołączam, jest konsekwencją odrywania pewnego twierdzenia tego systemu „teorii dedukcji” spośród twierdzeń dotąd przyjętych, odnośnie ostatniego spośród dotąd przyjętych twierdzeń tego systemu;

3) twierdzenie, które właśnie dołączam, jest definicją odnośnie ostatniego twierdzenia spośród dotąd przyjętych twierdzeń tego systemu.

Tym samym pełny przepis konstrukcyjny omawianego tu systemu „teorii dedukcji”, zawierającego definicje jako twierdzenia, został sformułowany.

*Przełożył Józef Andrzej Stuchliński
Przekład przejrzał Zbigniew Zwoliński*

²⁶ W związku z podaną tu definicją definicji por. *op. cit.*, s. 11.

²⁷ Por. *przykład 1* do wyjaśnienia terminologicznego *XI*.