

Eugeniusz Żabski

O antynomiach

Zbigniew Tworak, *Kłamstwo kłamcy i zbiór zbiorów. O problemie antynomii*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004

Książka Zbigniewa Tworaka *Kłamstwo kłamcy i zbiór zbiorów. O problemie antynomii* z całą pewnością zasługuje na uwagę. Jest pierwszą w języku polskim monografią o antynomiach i paradoksach, traktującą owe rozumowania nie jako „niepoważne żarty” — jak sądzą niektórzy — ale tak, jak na to zasługują: jako wyzwanie dla umysłu ludzkiego. Jej autor wykazał się w niej solidną i rozległą wiedzą logiczno-matematyczną. Bardzo kompetentnie przedstawił w niej problematykę dotyczącą owych rozumowań, które logikom sprawiają kłopot od starożytności.

Książka składa się ze wstępu, sześciu rozdziałów i zakończenia.

W **rozdziale pierwszym** przypomina się pewne pojęcia i twierdzenia teorii mnogości oraz logiki klasycznej, których znajomość jest potrzebna do zrozumienia dalszych części pracy.

W **rozdziale drugim** prezentuje się:

— pewne paradoksy starożytnych m.in.: „Protagoras i Euatlos”, „Łysy”, „Achilles i żółw”,

— antynomie teoriomnogościowe, takie m.in. jak: Russella, zbioru wszystkich zbiorów, Burali-Fortiego i Curry’ego,

— antynomie semantyczne: Richarda, Berry’ego, Grellinga i różne wersje antynomii kłamcy.

W **rozdziale trzecim** przedstawione są różne sposoby „unikania” antynomii. W celu „uniknięcia” antynomii zaleca się:

— ograniczyć „moc ekspresyjną języka” tzn. uznać wyrażenia prowadzące do sprzeczności za bezsensowne,

— dokonać rewizji postulatów pozalogicznych, które umożliwiają antynomie teoriomnogościowe. W związku z tym omawia się w tym rozdziale różne systemy teorii mnogości przyjmujące takie „zabezpieczenia”,

— zastąpić logikę klasyczną (na gruncie której dochodzi do sprzeczności) na taką, która to uniemożliwia albo „toleruje”.

Rozdział czwarty poświęcony jest omówieniu tych teorii, które postulują odpowiednią „reformę” języka tak, by wyrażenia, które prowadzą do antynomii, uznać za bezsensowne.

W **rozdziale piątym** omawia się wybrane teorie prawdy konkurencyjne względem teorii Tarskiego. Teorie te starają się wyjaśnić pochodzenie antynomii i zarazem je „rozwiązać”.

W **rozdziale szóstym** (ostatnim) omówiono kilka — z licznych — systemów logicznych, zbudowanych z myślą o „rozwiązaniu” antynomii. Logiki te odrzucają bądź pewne prawa, bądź pewne reguły dowodzenia logiki klasycznej, z których korzysta się przeprowadzając antynomie. Zatem na gruncie tych logik problem antynomii znika. W rozdziale tym omówione są m.in.: zbudowana przez D. A. Boczwarę logika nonsensu (LB), system Aczela-Fefermana oraz skonstruowana przez G. Priestę logika paradoksu (LP).

Książka napisana jest w sposób zrozumiały i z rzadko spotykaną precyzją. Myślę, że byłaby jeszcze lepsza, gdyby:

— konsekwentnie odróżniano w niej antynomie od paradoksów

Paradoksy to rozumowania pozornie tylko poprawne, w rzeczywistości niepoprawne, a dokładnie niepoprawne formalnie (na gruncie logiki klasycznej), tzn. takie, w których wniosek nie wynika (na gruncie tej logiki) z przesłanek i jest zwykle sprzeczny z danymi zwykłego doświadczenia. Antynomie zaś to rozumowania formalnie poprawne (na gruncie logiki klasycznej), tzn. takie, w których wniosek wynika (na gruncie tej logiki) z przesłanek, lecz prowadzi do sprzeczności lub jest jawnie fałszywy. Antynomie zwykle dzieli się na: teoriomnogościowe i semantyczne. Teoriomnogościowe to te, w których występują pojęcia teorii zbiorów. Antynomie zaś, w których pojęcia te nie występują, nazywa się semantycznymi. Tymczasem rozumowanie zwane „Kłamacą” jest antynomią, ale na str. 110 pewną jego wersję nazywa się paradoksem. Na tej samej stronie także rozumowanie Curry’ego (niewątpliwie antynomia) nosi nazwę paradoksu.

— podano jakieś „rozwiązania” paradoksów: „Protagoras i Euatlos” oraz „Achilles i żółw”

— podano „własne” „rozwiązania” pozostałych, omówionych w pracy, paradoksów i antynomii.

Jeśli prezentuje się jakieś „rozwiązania” tych rozumowań, to pochodzą one od innych. Autor nie ujawnia nawet, z którymi z owych „rozwiązań” sympatyzuje, które preferuje, a które uważa za mniej udane.

— zaprezentowano i inne, także znane rozumowania (paradoksy lub antynomie)

Oto przykłady:

1. „Elektra”, kończące się wnioskiem, iż Elektra wie i zarazem nie wie tego, że Orestes jest jej bratem.
2. „Obecny król Francji”, zakończone konkluzją, iż obecny król Francji nie jest łysy.
3. „Klub bez nazwy”, którego wnioskiem jest zdanie, iż nazwa „KLUB BEZ NAZWY” jest i zarazem nie jest nazwą pewnego klubu.
4. Beth'a, tj. rozumowanie, którego przesłankami są zdania niewątpliwie prawdziwe: $10^3 = 1000$, 10^3 składa się z 3 cyfr, a wnioskiem jest zdanie niewątpliwie fałszywe: 1000 składa się z 3 cyfr.
5. „Drakula”, którego konkluzją jest zdanie, iż np. ja (autor tych słów) jestem Drakulą.
6. „Gmina”, którego konkluzją jest zdanie, iż wójt pewnej gminy jest i zarazem nie jest jej mieszkańcem.

— nie pojawiły się w niej drobne uchybienia

1. Na str. 18 podana jest (słuszna) uwaga, iż zbiór dobrze uporządkowany nie jest podobny do żadnego swego odcinka. Ale relacja podobieństwa między zbiorami dobrze uporządkowanymi została podana dopiero na str. 23.
2. Na str. 25 kolejna, słuszna uwaga, iż „Dla następników zachodzi równość $\cup \alpha = \{\alpha\} = \alpha$ ”. Ale znaku \cup , symbolu sumy rodziny zbiorów, w ogóle w pracy nie zdefiniowano.
3. Na str. 24 definiens definicji liczby porządkowej (w sensie von Neumanna) zawiera zwrot „element rozłączny”. Definicji „elementu rozłącznego” nie ma w książce.
4. Na str. 290 podana jest nieprawdziwa, tym razem, uwaga, iż formuła $\alpha \equiv \sim\alpha$ jest tautologią logiki paradoksu (LP).

Wysoką ocenę tej książki obniżają również następujące fakty:

1. W rozdziale piątym omówiona jest m.in. S. Kripkego teoria prawdy. Autor prezentuje ją kompetentnie, nie ustrzegł się jednak pewnej nonszalancji. Otóż, pisze on m.in.: „Aby sformułować reguły określania wartości logicznej formuł, stosuje się silną trójwartościową logikę Kleene'a” (s. 219). W rozdziale szóstym również znajdujemy się odwołania do silnej logiki Kleene'a, a ponadto do słabej logiki Kleene'a.

Wydaje się, że uwagi takie byłyby zasadne, gdyby:

— owe logiki „silna” i „słaba” były powszechnie znane albo przynajmniej tak znane, jak logika klasyczna — tymczasem nie ma o nich nawet wzmianek w takich publikacjach jak: *Mała encyklopedia logiki* (red. W. Marciszewski), *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny* (red. W. Marciszewski) czy *Elementarny słownik logiki formalnej* W. A. Pogorzelskiego.

— logiki te były wcześniej w pracy omówione. Tymczasem „słaba” logika scharakteryzowana jest tylko w przypisie na s. 236 wyłącznie jednym zdaniem; natomiast o „silnej” logice pisze autor także w przypisie tylko tyle, „że w tej trójwartościowej logice Kleene'a wszystkie, bez wyjątku klasyczne tautologie zostają odrzucone” (s. 233).

2. Omawiając logikę paradoksu LP autor recenzowanej książki pisze też, iż spójniki wewnętrzne „są zachowawczymi uogólnieniami spójników klasycznych” (s. 280). Omawiając z kolei system Aczela–Fefermana poczynił on następującą uwagę, iż

„przedstawiony system jest zachowawczym rozszerzeniem systemu klasycznego” (s. 285). Czytelnik, który nie wie, co to jest owo „zachowawcze uogólnienie (rozszerzenie)”, musi sięgać do innego opracowania, bo pojęcia te nie zostały zdefiniowane w recenzowanej książce. Tylko jakiego? Definicji tych pojęć nie można nawet znaleźć w wymienionych już przeze mnie publikacjach.

Zarówno logika nonsensu (LB), jak i system Aczela–Fefermana oraz logika paradoksu (LP) są niezwykle skomplikowane lub nieintuicyjne. I tak:

A. Język logiki nonsensu zawiera aż dwa rodzaje spójników — tzw. spójniki wewnętrzne (jest ich w sumie sześć) i tyleż spójników drugiego rodzaju, tzw. „zewnętrznych”.

Logika ta jest ponadto nieintuicyjna. Żadna formuła języka owej logiki zbudowana za pomocą tylko spójników wewnętrznych i zmiennych (np. takie: $p \rightarrow p$, $p \equiv p$, $p \wedge q \rightarrow p$) nie jest tautologią tej logiki.

B. Język systemu Aczela–Fefermana z kolei oprócz spójników „klasycznych” zawiera funktor intensjonalnej równoważności. Funktor ten scharakteryzowany jest w tym systemie aż przez kilkanaście aksjomatów.

C. Logika paradoksu jest prosta. Jest to jej niewątpliwa zaleta. Ma ona jednak pewną „wadę”. Otóż, nie jest w niej regułą niezawodną reguła odrywania (*modus ponens*), którą zwykle posługujemy się przeprowadzając rozumowania.

Żadnej z tych wad nie mają logiki nihilistyczne, które także zostały zbudowane z myślą o „rozwiązaniu” antynomii, a które nie zostały omówione w recenzowanej książce, gdyż — jak pisze jej autor — „nie wnoszą one nic nowego” (s. 304). Myślę jednak, iż logiki te „wnoszą” prostotę, której nie mają ani logika LB, ani system Aczela–Fefermana i intuicyjność, której z kolei brakuje logice paradoksu.

Te drobne usterki pracy nie wpływają znacząco na jej generalną ocenę: jest bardzo wysoka. Uważam ją za najlepszą, jaką dotąd w języku polskim (a może nie tylko polskim) napisano o antynomiach.