

Jacek Golbiak, Marek Szydłowski

Kosmologia klasyczna a kosmologia kwantowa

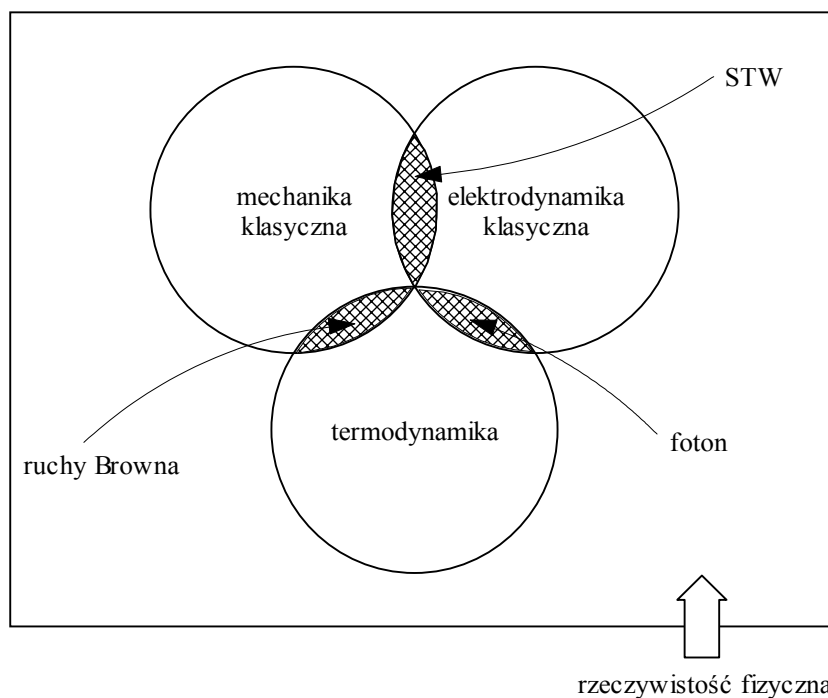
STRESZCZENIE

W pracy wskazujemy na pewne trudności, które nagromadziły się w klasycznej kosmologii relatywistycznej opartej na ogólnej teorii względności (OTW). Argumentujemy, że podobnie jak kiedyś trudności kosmologii newtonowskiej były powodem dla konstrukcji teorii relatywistycznej, tak teraz trudności kosmologii relatywistycznej będą motywacją dla konstrukcji przyszłej kwantowej teorii Wszechświata. Już dzisiaj możemy dostrzec w teorii superstrun i w pętlowej teorii grawitacji cechy teorii, która przewyższa trudności kosmologii relatywistycznej. Pokazujemy, że tak w kosmologii newtonowskiej, jak i relatywistycznej, natura trudności jest podobna i rozwiązanie trudności wymaga szczególnych dopasowań parametrów kosmologicznych czy też warunków początkowych. O ile w kosmologii jest to postrzegane jako trudność wyjaśnienia zjawiska, o tyle wyjaśnienie w duchu zasady antropicznej (ZA) zakłada istnienie takiego dopasowania. Stąd pomiędzy wyjaśnianiem w kosmologii a ZA będzie istnieć zawsze dysonans poznawczy: ZA oferuje interesujące wyjaśnianie filozoficzne, ale z fizycznego punktu widzenia nie wnosi nic istotnego do zrozumienia problemu dopasowania parametrów.

1. WSTĘP

Na konferencji w Paryżu, zorganizowanej w ramach obchodów światowego roku fizyki, Carlo Rovelli przedstawił interesującą koncepcję unifikacji wyników Einsteina [1]. Do prezentacji tej koncepcji wygodnie będzie posłużyć się poniższym diagramem, który opisuje kontekst trzech podstawowych odkryć Einsteina, tj. teorii ru-

chów Browna, wyjaśnienia zjawiska fotoelektrycznego i szczególnej teorii względności (STW).



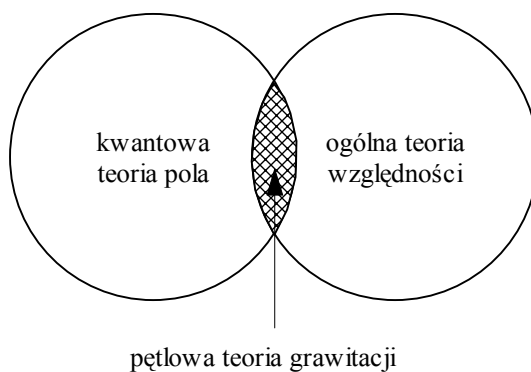
Rys. 1. To, co było interesujące dla Alberta Einsteina, leżało na przecięciu teorii.

Rovelli zauważył, że Einsteina najbardziej interesowały problemy znajdujące się na styku czy przecięciu zastosowań teorii fizycznych. Dopóty, dopóki poruszamy się w ramach teorii jako takich, nie natrafiamy na problemy. Przykładowo mechanika klasyczna lub elektrodynamika będą opisywać swoje światy z zadziwiająco dokładnością. Problemy pojawiają się wtedy, gdy poruszamy się w obszarze, w którym obie te teorie opisują pewną wspólną rzeczywistość. Istnienie napięć na styku różnych teorii było dla Einsteina główną motywacją jego poszukiwań. Autor wskazał na to, że Einstein posługiwał się następującymi dyrektywami metodologicznymi w dochodzeniu do swych odkryć:

1. Potraktujmy istniejące teorie fizyczne bardzo poważnie.
2. Startując z tych teorii poszukajmy zagadnień należących do ich obszarów wspólnych i spróbujmy je wyjaśnić w taki sposób, aby obie teorie miały do nich odniesienie.

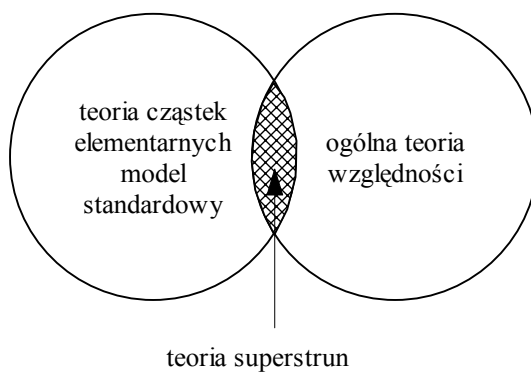
Rovelli argumentował, że STW, teoria ruchów Browna oraz kwantowa natura światła (odpowiedzialna za zjawisko fotoelektryczne) mają swoje źródło w metodo-

logii Einsteina, która odegrała decydującą rolę w kontekście odkrycia. Rovelli, który jest jednym z liderów wiodącego obecnie podejścia do kwantowej grawitacji (tzw. pętlowej teorii grawitacji), uzasadniał, że ta sama metodologia była stosowana również dzisiaj i doprowadziła do odkrycia kwantowej teorii grawitacji (por. rys. 2).



Rys. 2

Analogiczny diagram wypadałoby zbudować dla konkurencyjnej do pętlowej teorii grawitacji teorii superstrun. Rovelli tego nie uczynił, ale przypuszczalnie wyglądałby on tak jak na rys. 3.



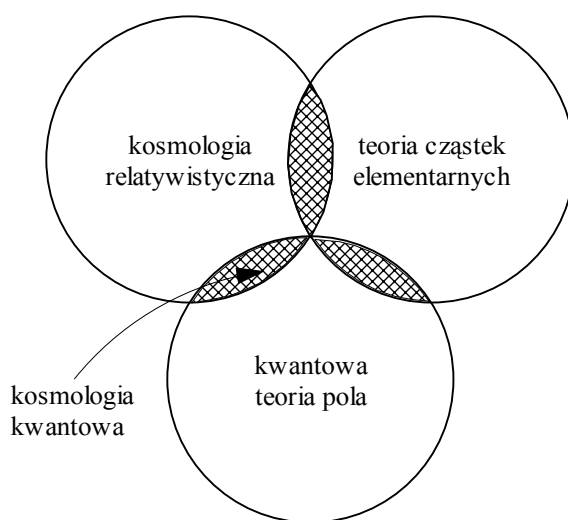
Rys. 3

W przypadku projektu badawczego pętlowej teorii grawitacji odnajdujemy strategię metodologiczną Einsteina:

— OTW została potraktowana poważnie i dyskretne równania OTW obowiązują cały czas na dyskretnej czasoprzestrzeni.

— teoria ta posiada swoje własne ograniczenia dziedziczone po Kwantowej Teorii Pola takie jak np. rozbieżności ultrafioletowe, inwariantność Poincarego itd.

Celem naszej pracy jest zastosowanie analogicznej metafory do współczesnej kosmologii relatywistycznej. Trudności, z którymi boryka się ten paradygmat, mają podobny charakter do tych, które kiedyś pojawiły się na gruncie kosmologii newtonowskiej. Jeśli potraktować kosmologię jako odrębną dyscyplinę fizyczną [2], to diagram 4 ilustruje sytuację nagromadzenia anomalii (używając terminologii Kuhna [3]) na przecięciu klasycznej kosmologii (albo OTW), teorii cząstek elementarnych i kwantowej teorii pola.



Rys. 4

Z filozoficznego punktu widzenia interesujący jest fakt, że sama teoria pozwala dostrzegać te trudności tak, aby ich przewycięzenie było motywacją dla przyszłych teorii lepiej opisujących rzeczywistość fizyczną. Potraktujmy kosmologię, teorię cząstek elementarnych i kwantową teorię pola poważnie i poszukajmy trudności na ich styku; spróbujmy dobrze zrozumieć ich naturę i źródła. To będzie duży krok zbliżający nas do przyszłej zadowalającej nas teorii kosmologicznej. Co więcej, dzięki możliwościom kosmologii potrafimy, posługując się obserwacją, wskazać na ograniczenia tej teorii [4].

2. OSOBLIWOŚĆ POCZĄTKOWA JAKO OGRANICZENIE KLASYCZNEGO OBRAZU ŚWIATA

Zgodnie z klasycznymi twierdzeniami Hawkinga–Penrose’a, w modelach Friedmanna pojawiają się osobliwości, tj. $a(t_0) = 0$, gdzie a jest czynnikiem skali (promieniem Wszechświata zamkniętego), natomiast t_0 jest chwilą, w której przyjmuje on wartość zerową. Gęstość $\rho(t_0)$ staje się nieskończona, o ile tylko będą spełnione pewne ogólne warunki narzucone na gęstość energii i ciśnienie fluidu wypełniającego Wszechświat, który modeluje jego materialną zawartość $\rho \geq 0$ oraz $\rho + 3p \geq 0$ (warunki te są zwane warunkami energetycznymi — odpowiednio warunkiem dodatności energii i silnym warunkiem energetycznym). Taka sytuacja jest nazwana osobliwością, ale oczywiście nie jest to własność punktów czasoprzestrzeni, jak w elektrodynamice, lecz własność globalna czasoprzestrzeni — jej geodezyjna niezupełność. Jest to sytuacja niepożądana w każdej teorii. Nie wchodząc w dyskusję zasadniczej odmienności osobliwości klasycznych od osobliwości kosmologicznych można zauważyć, że osobliwości pojawiają się w różnorodnych zagadnieniach fizyki. Przykładowo, rozważmy oddziaływanie coulombowskie między dwoma elektronami o ładunkach e . Siła ich wzajemnego oddziaływania $F \propto \frac{e^2}{r^2}$, gdzie r jest ich wzajemną odległością. Gdy odległość pomiędzy elektronami staje się mniejsza niż 10^{-11} cm, wówczas wzór Coulomba przestaje opisywać oddziaływanie pomiędzy elektronami. Dzieje się tak dlatego, że przy odległościach mniejszych niż 10^{-11} cm zaczynają odgrywać rolę procesy kwantowe. Stąd dokładny opis oddziaływania powinien się opierać na prawach elektrodynamiki kwantowej. Co więcej, Landau, Pomeranchuk i Fradkin wykazali, że przy odległościach $r \leq 10^{-32} - 10^{-33}$ cm nawet kwantowa elektrodynamika przestaje dobrze opisywać oddziaływanie pomiędzy elektronami. Istnieje przekonanie, że uwzględnienie pozostałych oddziaływań w tej skali odległości będzie skutkowało usunięciem osobliwości w prawie Coulomba, gdy $r \rightarrow 0$. Fizycy korzystający z podobnych doświadczeń są skłonni uważać, że osobliwości, o których nieuchronności w sytuacji ogólnej wiemy z twierdzeń Hawkinga–Penrose’a, są konsekwencją przyjęcia pewnych założeń idealizacyjnych. W naszym przypadku założyliśmy, że tylko oddziaływanie grawitacyjne wystarcza do opisu ewolucji i struktury Wszechświata w ciągu całej jego historii. Jest to założenie upraszczające, które prowadzi do osobliwości, tak jak klasyczny opis oddziaływania pomiędzy dwoma elektronami zgodnie z prawem Coulomba. W tym kontekście istnienie osobliwości kosmologicznych wskazuje *de facto* na ograniczenia samej teorii. Są one dla nas sygnałem do wyjścia poza paradygmat opisu klasycznego i uwzględnienia efektów kwantowej grawitacji w skalach planckowskich i mniejszych. Kwantowa teoria grawitacji zastosowana do opisu bardzo wczesnego Wszechświata powinna usunąć problem osobliwości. Należy tu jednak zasygnalizować zasadniczą trudność w realizacji tego programu. Jak już wspomnieliśmy wcześniej, twierdzenia

Hawkinga–Penrose’a odnoszą się do sytuacji ogólnej, tzn. w założeniach tych twierdzeń nie występują założenia dotyczące symetrii czasoprzestrzeni. Twierdzenia te odnoszą się zatem nie tylko do osobliwości kosmologicznych, ale również do osobliwości np. czarnych dziur. Tymczasem każda wersja teorii kwantowej musi poczynić pewne założenia upraszczające, np. dotyczące rozdziału na czas i przestrzeń (sformułowanie Arnowitta, Desera, Misnera — ADM — teorii grawitacji). Siła twierdzeń o osobliwościach polega na ich ogólności i tej sile zawsze będzie przeciwstawiany argument o unikaniu osobliwości dla szczególnych rozwiązań kosmologicznych.

3. INNE TRUDNOŚCI KOSMOLOGII STANDARDOWEJ

A. Problem warunków początkowych

Kosmologia relatywistyczna opisuje wielkoskalową ewolucję i strukturę czasoprzestrzeni w języku pojęć OTW [2]. Stąd, za modele kosmologiczne możemy w pewnym zawężonym sensie uważać rozwiązania kosmologiczne równań Einsteina. W badaniach naukowych często posługujemy się bardzo prostymi rozwiązaniami uzyskanymi przy odpowiednich założeniach idealizacyjnych, np. dotyczących symetrii przestrzennej. Dla uzyskania rozwiązań równań Einsteina musimy zadać warunki początkowe (dowolne funkcje) na przestrzennopodobnej hiperpowierzchni stałego czasu. Ilość dowolnych funkcji jest miarą ogólności rozwiązań. W przypadku rozwiązań próżniowych, rozwiązanie ogólne powinno zawierać cztery dowolne funkcje.

Gdy pojmujemy model wszechświata jako rozwiązanie równań Einsteina, wówczas warunki początkowe i brzegowe dla wszechświata nie mogą być wzięte z zewnątrz, ponieważ czasoprzestrzeń nie jest zanurzona w zewnętrznej metaprzestrzeni. Dlatego ich wybór stanowi takie samo prawo fizyki, jak przykładowo prawa grawitacji Einsteina. Innymi słowy, „osobliwość” przedmiotu kosmologii, który jest nam dany w jednym egzemplarzu i jest jednocześnie największym obserwowanym obiektem, każe nam odróżnić:

- fundamentalne prawo opisujące strukturę i ewolucję czasoprzestrzeni,
- prawa dla kosmologicznych warunków początkowych geometrii i pól fizycznych na niej określonych.

B. Problem horyzontu

Natura pierwszych dwóch problemów odnosi je do sytuacji ogólnej, tzn. dowolnego modelu kosmologicznego nadbudowanego na OTW. Dalsze problemy dotyczą modeli Friedmanna–Robertsona–Walkera (FRW) czy modeli Bianchiego. Modele FRW zakładają jednorodność i izotropowość przestrzenną, tzn. nieodróżnialność punktów i kierunków. Natomiast modele Bianchiego stanowią ogólniejszą klasę mo-

deli kosmologicznych. Są to modele jednorodne, ale anizotropowe, tzn. własności przestrzeni zależą od kierunku (Bianchi sklasyfikował swe modele w oparciu o algebry Liego).

Otóż fundamentalna, naszym zdaniem, kwestia polega na tym, że ewolucja wczesnego Wszechświata jest aproksymowana poprzez serie modeli kosmologicznych, z których każda poprzednia seria zadaje warunki początkowe dla następnej. W tej serii modeli punkt końcowy jest reprezentowany przez Λ CDM model. Ale poprzedni model (inflacja) zadaje warunki początkowe dla serii, dla której z kolei warunki początkowe są zadane w epoce Plancka. Czy ta seria jest zbiorem skończonym? Pytanie pozostaje otwarte.

Doskonale opisuje tę sytuację metodologiczna koncepcja M. Hellera [7] sformułowana przez niego wiele lat temu w jego pracy doktorskiej. Wyjaśnienia natomiast wymagają warunki „zszycia” zadawane poprzez warunki początkowe. Te są brane z naszej wiedzy o konkretnych procesach fizycznych zachodzących we Wszechświecie.

Epoka kwantowa przechodzi w fazę inflacji i jeśli problem aproksymujemy przez FRW kosmologię kwantową, to teoria kwantowa powinna dla dużych czasów (w przyszłości) posiadać asymptotykę reprezentowaną przez model de Sittera, będący stabilnym asymptotycznie stanem (w teorii układów dynamicznych istnieje pojęcie globalnego atraktora, które precyzyjniej mogłoby opisać warunki zszycia). Z kolei model inflacyjny łączy się z klasycznym modelem FRW z materią i promieniowaniem. Konsekwentnie ten model powinien zadawać warunki początkowe dla modeli Λ CDM. Jeśli Wszechświat jest układem kwantowym, to podstawowym zagadnieniem pozostaje, w jaki sposób Wszechświat klasyczny wyłonił się ze świata, którego natura jest kwantowa. Jest to tzw. problem dekoherencji [8], [9].¹

Problem horyzontu możemy teraz sformułować następująco. Promieniowanie reliktove jest kluczową obserwabłą w kosmologii, a jej zadziwiająca własnością jest własność jednorodności i izotropii. Promieniowanie to dochodzi do nas ze sfery, w centrum której znajdujemy się my — obserwatorzy (zwróćmy uwagę na to, że pytanie: Czy jest to centrum Wszechświata? — jest pytaniem natury filozoficznej). Jest to promieniowanie elektromagnetyczne ciała doskonale czarnego o temperaturze $2,7^\circ \text{K}$. Satelita *COBE* zarejestrował niewielką anizotropię tego promieniowania na poziomie $\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$, a ostatnio satelita *WMAPa* [6] dokonał jeszcze dokładniejszego pomiaru parametrów kosmologicznych. W dzisiejszej epoce promieniowanie to praktycznie nie oddziałuje z materią i Wszechświat stał się dla niego przezroczysty

¹ Rodzi się pytanie, czy nasza konstrukcja aproksymacji „prawdziwego modelu” poprzez serię modeli aproksymujących, dobrze opisujących różne epoki, jest aproksymacją jakiegoś dokładnego rozwiązania wynikającego z najbardziej fundamentalnej teorii fizycznej, dotychczas nieznaney. Jest to pytanie o możliwość konstrukcji kosmologii opartej na *TOE* (*Theory of Everything* — tzw. teorii wszystkiego). Problem ten jest złożony i nie będziemy się nim tutaj zajmować.

począwszy od epoki rekombinacji wodoru, gdy naładowane elektrony i protony łączyły się w neutralne atomy wodoru, z którymi długofalowe fotony oddziałują bardzo słabo. Temperatura rekombinacji wodoru była około $3000 \text{ }^\circ \text{K}$, a całe wydarzenie miało miejsce przy redshiftach $z \cong 10^3$ ($t_{rekomb.} = 10^{12} - 10^{13} \text{ s}$ począwszy od wielkiego wybuchu). Po tym wydarzeniu promieniowanie swobodnie wypełniało przestrzeń i rozmiar obszaru przyczynowo związanego w tym czasie (rozmiar horyzontu) co do rzędu wielkości można utożsamić z wielkością $c \cdot t_r$. Stąd obszary na sferze niebieskiej o rozmiarach kątowych:

$$\Theta = (1 + z_r) \frac{t_r}{t_0} \cong 10^{-2}$$

„nie powinny nic o sobie wiedzieć”. Tymczasem promieniowanie jest prawie jednakowe w dowolnym kierunku i punkcie na powierzchni ostatniego rozproszenia.

C. Problem płaskości

Ostatnie pomiary satelity *WMAPa* opierające się na porównaniu kątowych rozmiarów struktur na mapach anizotropii z rozmiarami horyzontu w epoce rekombinacji pokazują wyraźnie, że Wszechświat jest bardzo bliski płaskiemu $\Omega_{k,0} \cong 0$.

Punktem wyjścia dla kosmologii obserwacyjnej jest bardzo uproszczony model Wszechświata, który ewoluuje w czasie kosmologicznym t , i którego obraz w dowolnej chwili t jest przestrzennie jednorodny i izotropowy. Ewolucja czasoprzestrzeni podlega prawom Ogólnej Teorii Względności, która w tym przypadku redukuje się do równań różniczkowych na pojedynczą funkcję czasu, zwaną czynnikiem skali $a(t)$. Zakłada się również, że materia wypełniająca Wszechświat posiada właściwości cieczy doskonałej o gęstości ρ i ciśnieniu p , która to ciecz jest źródłem pola grawitacyjnego reprezentowanego przez zakrzywioną geometrię czasoprzestrzeni. Właściwości materii wygodnie jest opisać przy pomocy wielkości bezwymiarowej — tzw.

parametru gęstości $\Omega_i = \frac{\rho_i}{3H_0^2}$, gdzie ρ_i jest gęstością i — tej składowej cieczy, a H_0

jest obecną (dla dzisiejszej epoki) wartością funkcji Hubble’a, która mierzy logarytmiczne tempo ekspansji Wszechświata $H = \frac{d}{dt}(\ln a)$. Zamiast mierzyć czas zajścia

procesu fizycznego w czasie kosmologicznym t używa się tzw. redshiftu z , który w prosty sposób wiąże się z wartością czynnika skali w chwili zajścia zjawiska t

i z jego obecną wartością $a(t = t_0) = a_0$: $1 + z = \frac{a_0}{a}$. Równania Friedmanna, które

określają zależność $a(t)$, można wyrazić w postaci, w której stałe parametry są parametrami gęstości.

Możemy wyrazić wielkość Ω dla całkowitej materii (wielkość tę wcześniej oznaczyliśmy Ω_{total}), w dowolnej wcześniejszej epoce, dla którego mamy redshift z jako funkcję dzisiejszej wartości tego parametru Ω_0 :

$$\frac{1-\Omega}{\Omega} = \frac{1-\Omega_0}{\Omega_0} \frac{1}{(1+z)^n} \quad (18)$$

Z danych [5],[6] widać, że bez uszczerbku ogólności rozważań można położyć $\frac{1-\Omega_0}{\Omega_0} \cong 1$. Możemy teraz ocenić, na ile bliska jedności powinna być ta wielkość

$\frac{1-\Omega}{\Omega}$ odniesiona do wcześniejszych epok.

Okres	z	Czas (t)	Ω (z ciemną energią)
Dzisiaj	$z = 0$	$2 \cdot 10^{10}$ lat	$1,0 \pm 0,05$
Rekombinacja	$z = 1000$	10^5 lat	1 ± 10^{-4}
Początek nukleosyntezy	$z = 10^8$	1 s	1 ± 10^{-17}
Plazma kwarkowo-gluonowa	$z = 10^{13}$	10^{-5} s	1 ± 10^{-21}
Epoka Plancka	$z = 10^{51}$	10^{-43} s	1 ± 10^{-60}

Tabela: Względne odchylenia gęstości materii od wartości krytycznej dla dowolnej chwili czasu są proporcjonalne do czynnika skali dla modelu pyłowego lub są proporcjonalne do a^2 dla modelu zdominowanego przez promieniowanie.

Ponieważ w przeszłości czynnik skali był mniejszy od jego obecnej wartości, gęstość materii będzie coraz bliższa gęstości krytycznej. Dla bardzo wczesnych epok w estymacji Ω należy się posługiwać formułą proporcjonalności do czynnika skali. Przykładowo, w epoce wielkiej unifikacji GUT, $t \approx 10^{-34}$ s. Wówczas wszystkie odległości we Wszechświecie były około 10^{27} mniejsze od dzisiejszych, co daje redshift $z_{unif} \approx 10^{27}$. Stąd względne odchylenie gęstości materii od gęstości krytycznej staje się niezwykle małe — około 10^{-54} .

Z tabeli widzimy, że gęstość materii w przeszłości jest zadziwiająco bliska gęstości krytycznej. Pytanie — dlaczego warunki początkowe zostały tak subtelnie dostrojone, wyraża istotę problemu płaskości. Dlaczego warunki początkowe dla klasycznej ewolucji Wszechświata zostały zadane z taką precyzją? Fizycy podobną sytuację uważają za niemożliwą do realizacji przez przyrodę i twierdzą, że w tym miejscu pojawia się problem, który należy wyjaśnić w ramach samej fizyki.

Przyjęcie zasady szczególnego dostrojenia jest postrzegane jako wyjaśnienie bardziej atrakcyjne z filozoficznego niż fizycznego punktu widzenia. Tym niemniej wybór pomiędzy zasadą szczególnego dostrojenia a zasadą indyferentnego dostrojenia jest w istocie wyborem filozoficznym [13].

D. Problem akceleracji Wszechświata

Najbardziej dramatyczną trudnością współczesnej kosmologii Friedmannowskiej jest problem wyjaśnienia obserwowalnej akceleracji Wszechświata i związany z nim ściśle problem stałej kosmologicznej. Problem ten wyrasta z wyników obserwacji odległych gwiazd supernowych typu *SNIa*. Jest to jednorodna klasa bardzo jasnych gwiazd, które są używane jako świece standardowe do wyznaczania odległości kosmologicznych. Dla odległych gwiazd supernowych kosmologowie potrafią wyznaczyć odległość jasnościową oraz redshift. W ten sposób otrzymują diagram Hubble'a. Z drugiej strony, teoretycy potrafią w prosty sposób wyliczyć w modelu obserwowalnej $d_L(z)$, gdzie $d_L(z)$ jest odległością jasnościową jako funkcją redshiftu z oraz parametrów kosmologicznych modelu.

Relacja $d_L(z)$ jest zależnością odległości jasnościowej od redshiftu z , parametryzowaną poprzez parametry modelu — parametry kosmologiczne. W naszym przypadku są nimi parametry gęstości $\Omega_{i,0}$. W najprostszej sytuacji możemy sobie wyobrazić dwuskładnikowy model zbudowany z materii pyłowej oraz stałej kosmologicznej, dla którego parametry gęstości skalują się z redshiftem następująco:

$$\Omega_m = \Omega_{m,0} (1+z)^3$$

$$\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda,0}, \quad \Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda.$$

Bez straty ogólności możemy również założyć $\Omega_{k,0} = 0$, tj. model płaski, co jest uzasadnione przez ostatnie pomiary *WMAPa* [6].

Możemy teraz zapytać, na ile nasz model teoretyczny jest zgodny z obserwacjami supernowych typu *SNIa* biorąc określoną ich próbkę, np. ostatnio dostępną próbkę supernowych Rieesa [10]. Następnie używając standardowej metody największej wiarygodności możemy znaleźć wartości estymowanych parametrów modelu $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$ zakładając dzisiejszą wartość funkcji Hubble'a. Po raz pierwszy uczynił to w 1999 r. Perlmutter [11] i otrzymał, że $\Omega_{m,0} = 0,3$ i $\Omega_{\Lambda,0} = 0,7$ dla modelu płaskiego. Oznacza to, że 70 % materialnej zawartości Wszechświata stanowi ciemna energia, która interpretowana jako energia próżni rozpycha Wszechświat tak, że akceleruje on zgodnie z obserwacjami. Zwykła materia, która grawituje, działa w kierunku przeciwnym wyhamowując ekspansję Wszechświata. To o czym mówimy dotyczy naszych obecnych obserwacji, ponieważ w przeszłości (duże z) dominujący wkład do ewolucji Wszechświata miała materia pyłowa, która powodowała decelerację Wszechświata, a efekty stałej kosmologicznej były zaniedbywalne. Punktem zwrotnym była chwila, w której oba efekty — stałej kosmologicznej oraz materii — zbilansowały się, co dało zerowe przyspieszenie. Bez trudu możemy obliczyć ten moment w historii Wszechświata, co dla estymowanych wartości daje wartość redshiftu równą ok. $z_T \approx 0,5$.

Na podstawie tych elementarnych rozważań rodzi się kilka trudności zasadniczej wagi:

1. Jeśli uznajemy, że model *FRW* dobrze opisuje rzeczywistość, to empiryczna ewidencja akceleracji oznacza, że Wszechświat jest wypełniony nieznaną formą energii łamiącej silny warunek energetyczny: $\rho_X + 3p_X \geq 0$, gdzie ρ_X i p_X są odpowiednio gęstością energii i ciśnieniem ciemnej energii X . Energię tę nazywamy ciemną energią. Jakkolwiek stała kosmologiczna (Λ) daje pewien opis problemu, nie daje jego wyjaśnienia. Koncepcja Λ jako dodatkowej stałej fizycznej jest teorią niezadowalającą, a koncepcja Λ jako energii próżni nie zgadza się z jej wartością wyznaczoną z obserwacji supernowych. Pewnym rozwiązaniem może być koncepcja tzw. kwintesencji, która wskazuje na rolę pól skalarnych z pewnym potencjałem, ale pól skalarnych we Wszechświecie nikt jeszcze nie widział.

2. Wartość z_T jest bliska $z = 0$ (dzisiaj), co oznacza, że dziwnym trafem żyjemy w epoce ciemnej energii. Jest to istotny problem, który wymaga wyjaśnienia zadowalającego z fizycznego punktu widzenia. Oczywiście zawsze można odwołać się do zasady antropicznej, co niektórzy ostatnio czynią (Vilenkin), ale fakt, że jest ono interesujące z filozoficznego punktu widzenia, absolutnie nie oznacza przydatności w kontekście kosmologicznym.

3. Jeśli przyjrzymy się 30% materii pyłowej, to ok. 26% pełnej zawartości Wszechświata stanowi tzw. ciemna materia, która grawituje, ale nie świeci. Jej natury również nie znamy (tzw. *VIMPy* są kandydatem, ale jedynie kandydatem), co summarycznie znaczy, że o 95% materii nie potrafimy powiedzieć, jakiej jest natury. Taki stan rzeczy może rodzić uczucie dyskomfortu z powodu stanu naszej wiedzy na temat Wszechświata, bądź przeciwnie, być wyzwaniem dla teoretycznych poszukiwań. My czujemy się raczej zainspirowani niż stropieni.

4. W tym kontekście rodzi się jeszcze inny problem. Dlaczego $\Omega_{m,0}$ i $\Omega_{\Lambda,0}$ są porównywalne co do rzędu wielkości? Jest to rzeczywistą zagadką, ponieważ materia i ciemna energia powstawały w zupełnie innych epokach i nie były w przeszłości w jakimś związku przyczynowym. O ile wartość $\Omega_{m,0}$ była ustalona w procesach nukleosyntezy, o tyle $\Omega_{\Lambda,0}$ wydaje się być związana z epoką kwantową. I znowu tę koincydencję uważa się za wymagającą wyjaśnienia, ponieważ wyjaśnianie naukowe nie znosi zbiegów okoliczności.

Naszym zdaniem problem akceleracji Wszechświata jest kluczowym zagadnieniem dla kosmologii XXI wieku, który bezlitośnie obnażyła obecna ewolucja Wszechświata.

E. Problem powstawania struktur we Wszechświecie

Do listy problemów klasycznej kosmologii relatywistycznej należałoby dołączyć jeszcze kilka problemów, takich jak problem materii i antimaterii (dlaczego we Wszechświecie obserwujemy materię, a nie antimaterię), problem monopoli magnetycznych, problem niewyjaśnionego stosunku barionów do fotonów i inne. Brak tutaj miejsca na zreferowanie wspomnianych problemów. Chcielibyśmy się jednak

odnieć do jeszcze jednego, bardzo ważnego problemu, a mianowicie problemu powstawania struktur we Wszechświecie. Nasze istnienie we Wszechświecie pozostaje w ścisłym związku z istnieniem we Wszechświecie struktur takich jak gwiazdy, galaktyki, gromady galaktyk itp. Pomimo intensywnych badań w tym kierunku problem powstawania galaktyk pozostaje zagadnieniem niewyjaśnionym na gruncie OTW. W badaniu tego zagadnienia stosuje się następującą metodologię, której źródło odnajdujemy w klasycznych pracach Landaua i Lifszycy. Uważa się, że struktury powstawały w wyniku ewolucji małych zaburzeń metryki czasoprzestrzeni na tle metryki dla modelu jednorodnego i izotropowego. Zakłada się, że zaburzenia metryki były małe, oraz że podlegają one prawom OTW. W pobliżu osobliwości początkowej zaburzenia początkowe tensora metrycznego nie znikają, ale dążą do stałej wartości. Wymaga się, aby zaburzenia początkowe były takie, aby ich widmo i amplituda pozostawały w zgodności z obserwacjami promieniowania mikrofalowego. Jeśli nasze wyobrażenia o pochodzeniu struktur są słuszne, to należałoby wyjaśnić, skąd się wzięły pierwotne perturbacje. Innymi słowy, warunki początkowe dla ewolucji zaburzeń powinny być zadane we wcześniejszej epoce kwantowej, a to oznacza wyjście poza paradygmat Wszechświata opisywanego przez OTW. Jeśli zaniedbamy malejącą modę zaburzeń w skalach kosmologicznych, wtedy kwantowy Wszechświat po wyjściu z epoki Plancka przejdzie w klasyczny, w którym perturbacje mają charakter stochastyczny (stochastyczne spektrum pierwotnych perturbacji — idea Starobińskiego). Wtedy załączków obserwowalnych struktur należałoby poszukiwać aż w epoce Plancka, która byłaby opisywana przez kwantową teorię grawitacji, której jeszcze nie znamy.

4. POMIĘDZY SZCZEGÓLNYM A GENERYCZNYM (TYPOWYM) WYBOREM PARAMETRÓW KOSMOLOGICZNYCH

Jeśli dokładniej przyjrzeć się trudnościom kosmologii relatywistycznej, to zauważymy, że łączy je jeden element. Mianowicie rozwiązanie owych trudności wymaga przyjęcia bardzo szczególnych wartości parametrów kosmologicznych, ściśle dostosowanych do obserwacji. Przypomnijmy sobie jedną z podstawowych trudności kosmologii newtonowskiej — niemożność opisu statycznego oraz jednorodnego i izotropowego rozkładu materii w nieskończonej przestrzeni R^3 . W zasadzie jest do pomyślenia sytuacja równowagowa, gdy galaktyki (wówczas myślano o gwiazdach) zostałyby umieszczone w wierzchołkach nieskończonej sieci przestrzennej zbudowanej z sześciątów. Innymi słowy, wyjaśnienie tej fundamentalnej trudności wymaga bardzo szczególnego rozkładu materii we Wszechświecie. Problem polega zdaniem fizyków na tym, że w przyrodzie takie bardzo szczególne dostrojenia nie są realizowane. Powiedzmy, że taką sytuację szczególnego dopasowania chcielibyśmy stwierdzić empirycznie. Będzie to niemożliwe chociażby z tego powodu, że każdy pomiar jest obciążony błędem. Powróćmy do naszego szczególnego rozkładu ga-

laktyk, które oddziałują grawitacyjnie. Jeśli w takim świecie pojawi się jakiegokolwiek małe zaburzenie, np. typu fali grawitacyjnej, czy też inne, to wówczas cała ta szczególnie dobrana konstrukcja runie z tego powodu, że nasz układ (podobnie jak statyczny Wszechświat Einsteina) nie jest odporny na wpływ małych zaburzeń, jest niestabilny. Wydaje się, że nie tylko realne układy fizyczne powinny być w jakimś sensie stabilne, ale atrybutem tym winien się charakteryzować Wszechświat jako taki. O ile wydaje się to oczywiste dla dowolnego układu fizycznego „zanurzonego” we Wszechświecie, o tyle nie jest całkiem oczywiste, jeśli wymagamy własności stabilności od Wszechświata danego w jednym egzemplarzu. Jeśli weźmiemy pod uwagę, że w poznaniu rzeczywistego Wszechświata posługujemy się jedynie modelami, to wówczas wymaganie od takiego modelu, aby był stabilny i opisywał rzeczywisty Wszechświat z pewną tolerancją na dokładność mierzonych parametrów (np. gdyby jedna z gwiazd posiadała nieco inną masę) wydaje się rozsądnym założeniem o charakterze metodologicznym. Chodzi o to, aby model opisywał sytuację fizyczną w taki sposób, by odnosiła się ona do danych i również bliskim im parametrów. Takie założenie wyrasta z przekonania, że nasz model z definicji jest jedynie uproszczonym opisem rzeczywistości. Otóż gdyby w krystalograficznym modelu Wszechświata któraś z gwiazd posiadała masę nieco różną, niż wymaga ten model, wówczas równowaga sił grawitacyjnych w punktach sieci krystalicznej zostałaby zaburzona, a sam układ zapadłby się grawitacyjnie. Powyższy model był odpowiedzią Newtona na pytanie zadane mu w 1692 r. przez Richarda Bentleya dotyczące zgodności jednorodnego rozkładu materii z prawem powszechnej grawitacji. Dzisiaj powiedzielibyśmy, że Bentley wskazał na zasadniczą trudność w konstrukcji kosmologii Newtona, który jako wyjście z kryzysu zaproponował model krystalograficzny wymagający bardzo subtelnego dopasowania odległości pomiędzy galaktykami czy też ich mas. Newton uznał, że taki model Wszechświata jest rozwiązaniem trudności, na którą zwrócił mu uwagę Bentley [12]. Sytuacja jest w pewnym sensie analogiczna do późniejszego wyboru statycznego rozwiązania dla Wszechświata Einsteina. Jest to co prawda model relatywistyczny, ale nietrwały ze względu na wpływ małych zaburzeń gęstości i wymagający szczególnego dopasowania parametrów modelu. Jego zaburzenie prowadzi do modelu Wszechświata ewoluującego w czasie z nieznikającą stałą kosmologiczną, co jest zgodne z obserwacjami astronomicznymi. Zwróćmy uwagę, że dla fizyka najważniejszą rzeczą jest zgodność z obserwacją, co czyni, że pytanie Bentleya będzie skłonny uznać za poważne wskazanie na trudność kosmologii newtonowskiej, a rozwiązanie Newtona jedynie za ciekawostkę nieposiadającą głębszego fizycznego znaczenia. Inaczej sprawa może wyglądać z filozoficznego lub teologicznego punktu widzenia, gdzie sytuacja szczególnego dostrojenia parametrów może być atrakcyjna. Jako przykład takiego stanu rzeczy w kosmologii można podać antropiczny sposób wyjaśniania dostrojenia parametrów modelu. W pracy [13] autorzy twierdzą, że w zależności od tego, czy interesują nas problemy epistemologiczne (ontologiczne), czy też wyjaśnianie w ramach kosmologii (*heuristic preferences*) antropiczny typ wyjaśniania jest bardziej lub mniej fundamentalny. Autorzy twierdzą,

rozważając rozwój kosmologii, że wybór pomiędzy szczególnymi (nietypowymi) a generycznymi (typowymi) warunkami jest wyborem filozoficznym. Jako przykład oscylacji pomiędzy różnymi wyborami warunków dla dzisiejszego Wszechświata może posłużyć wybór pomiędzy koncepcją Charlesa Misnera kosmologii chaotycznej z 1969 r. [14] a koncepcją Alana Gutha [15] świata inflacyjnego z 1981 r. W pierwszej koncepcji zakładamy, że Wszechświat startował z dowolnych warunków początkowych, a różne procesy fizyczne powodowały, że dzisiejszy jego obraz jest bardzo szczególny, opisywany przez modele *FRW*. Z kolei w koncepcji świata inflacyjnego nadaje się rangę szczególnej ścieżce ewolucyjnej, w której czynnik skali zmienia się eksponencjalnie. Istnienie oscylacji, czy też swoistego napięcia pomiędzy dwoma wyborami, zostało szczegółowo przedyskutowane zarówno z historycznej, jak i współczesnej perspektywy przez Ernana McMullina [16], [17]. McMullin dokonał bardzo istotnego rozróżnienia pomiędzy dwoma odmiennymi, pozostającymi w stanie swoistego napięcia sposobami wyjaśniania:

— wyjaśnianie w oparciu o **zasadę antropiczną**, gdzie wyjątkowy charakter Wszechświata tłumaczy się szczególnym wyborem warunków początkowych,

— wyjaśnianie w oparciu o **zasadę indeferentyzmu** (*indeference principle*), gdzie źródeł pewnej szczególnej kosmologicznej konfiguracji upatruje się w generycznym zbiorze warunków początkowych, a prawa fizyki działają w taki sposób, że wybierają z tego zbioru realizowane szczególne konfiguracje.

Przykładem pierwszego typu wyjaśniania jest wyjaśnianie w duchu zasady antropicznej począwszy od Dickego (1961) czy Cartera (1974) [18]. W tej koncepcji obserwowalny Wszechświat posiada takie parametry, które są jego atrybutem w wyniku efektu selekcji obserwatora (*observer selection effect* w terminologii Paula Davisa).

Ostatnio w literaturze kosmologicznej i filozoficznej zwraca się uwagę na pojęcie ensemble'a Wszechświatów, które może być użyteczne w kontekście tak kosmologicznych, jak i filozoficznych analiz, a które znajdują zastosowanie w wyjaśnianiu drugiego typu. Rekonstrukcję swoistej gry pomiędzy kosmologią obserwacyjną i teoretyczną na tym gruncie przedstawił jeden z autorów niniejszej pracy — Marek Szydłowski [19]. W pracy tej po raz pierwszy zdefiniowano przestrzeń rozwiązań równań Einsteina (modeli kosmologicznych) z różnymi konfiguracjami stałych fizycznych. Podprzestrzeń tej przestrzeni (tzw. podensemble poznawalny) jest utworzona z tych modeli, które dopuszczają życie inteligentne w znanej formie. Tam też został sformułowany program tzw. kosmologii jakościowej [19] (por. też [20]), której celem byłoby nie tyle badanie własności szczególnych rozwiązań, ile ich rozkładu w ensemble'u Wszechświatów.

Podsumowując, czasami wyjaśnianiu antropicznemu próbuje się nadawać rangę wyjaśniania naukowego, które wnosi coś istotnego do zrozumienia procesów fizycznych zachodzących we Wszechświecie oraz jego struktury i ewolucji. Nie jest nam znany żaden przypadek takiej sytuacji, w której zasada antropiczna rozwiązuje jakiś problem, np. problem stałej kosmologicznej czy też problem koincydencji czasu

(*time coincidence*), tj. znalezienia naturalnego wyjaśnienia, dlaczego przyszło nam żyć na początku (z_T) epoki dominacji ciemnej energii? Ale można pośrednio testować mechanizm selekcji antropicznej wkomponowując go w scenariusz ewolucyjny, jak to czyni J. Garriga i Vilenkin, by następnie testować jego skutki [21]. Interesujący punkt widzenia na temat statusu fizycznego zasady antropicznej był zaproponowany przez Kane'a, Pery'ego i Żytkowa [22]. Autorzy pokazują, że możliwa jest taka sytuacja, że teoria superstrun dokładnie określi takie parametry, jak masy kwarków i leptonów oraz stałe sprzężenia — i w ten sposób w naturalny sposób zniknie problem antropicznego wyjaśniania. Swój artykuł opublikowali pod znanym tytułem: „Początek końca zasady antropicznej”, co dobrze ilustruje stosunek fizyków do samej zasady antropicznej: zmierzają oni do zastąpienia jej poprzez twierdzenia przyszłej fundamentalnej teorii fizycznej.

5. WNIOSKI

W pracy przedstawiono najważniejsze kłopoty, z którymi boryka się współczesna kosmologia relatywistyczna. Ich nagromadzenie jest pewnym sygnałem sytuacji kryzysowej, dojrzewającej do zmiany paradygmatu. Najbardziej naturalnym kierunkiem wydaje się odwołanie do propozycji opisu Wszechświata opartej na koncepcjach kwantowej teorii grawitacji.

Kosmologia posiada już pewne doświadczenia historyczne związane z przejściem od opisu w ramach teorii Newtona do opisu w ramach OTW. Przejście to wiązało się również z nagromadzeniem pewnych trudności (paradoks fotometryczny i grawitacyjny), których rozwiązanie wymagało wyjścia poza dotychczasowy model. Zauważmy, nie wchodząc w szczegóły tych trudności, że teoria Wszechświata oparta na teorii Newtona sama z siebie obnażała swoje trudności. Okazało się np., że w konsystentny sposób nie można opisać jednorodnego i izotropowego rozkładu materii w nieskończonej przestrzeni, której modelem jest R^3 .

Obecnie sytuacja powtarza się według analogicznego schematu. Trudności kosmologii klasycznej ogniskują się tak wokół osobliwości początkowej, jak i scenariusza jego przyszłej ewolucji (wieku ciemnej energii). Oba te momenty są jakimiś sytuacjami krańcowymi. Zwróćmy uwagę, że istnieje taka możliwość, że nie tylko bardzo wczesne etapy ewolucji Wszechświata będą opisywane przez teorię kwantową, ale również przyszłe stany — jeśli późna ewolucja Wszechświata zostanie zdominowana przez tzw. materię fantomową: $w < -1$ (w jest współczynnikiem proporcjonalności w równaniu stanu dla materii wypełniającej Wszechświat $w = \frac{P_{eff}}{\rho_{eff}}$,

gdzie p_{eff} i ρ_{eff} są odpowiednio zbiorczym ciśnieniem i gęstością energii). Taką sytuację zdaje się sugerować obserwacje, które lepiej opisuje model fantomowy ($w < -1$) niż model ze stałą kosmologiczną. Rozwiązania te w długim czasie dążą do bardzo dziwnej osobliwości w przyszłości, takiej, że nieskończona gęstość materii jest osią-

gana w skończonym czasie (tzw. *big rip singularity*). Pokazaliśmy [4], że ostatnie obserwacje odległych supernowych wyróżniają model kosmologiczny z podwójnymi osobliwościami typu big-bang i big-rip w przyszłości, w tym sensie, że najlepiej wyjaśnia on dane obserwacyjne *SNIa*.

Rewolucji Einsteinowskiej towarzyszyła gruntowna przebudowa naszych wyobrażeń dotyczącej samej czasoprzestrzeni. A jeśli przebudowa pojęcia czasoprzestrzeni jest istotą zmiany paradygmatu w kosmologii, to najbliższa osiągnięcia tego celu wydaje się dzisiaj pętlowa teoria grawitacji. Teoria ta na tle innych (teoria Vilenkina [23],[24], teoria Hawkinga–Hartlego [25]) idzie w kierunku uwzględnienia ziarnistości czasoprzestrzeni w okresie, gdy obowiązywała fizyka planckowska, tj. w kierunku przebudowy fundamentalnej koncepcji czasu i przestrzeni. Potrafi ona wyjaśnić przejście do czasoprzestrzennego continuum, a jej zastosowania w kosmologii dają znakomite predykcje: problem warunków początkowych jest rozwiązany, problem osobliwości i wyjścia na epokę akceleracji jest również rozwiązany. Zarówno jednak w pętlowej teorii grawitacji, jak i teorii superstrun, czerpiemy z dziedzictwa poprzednich poszukiwań w dziedzinie kosmologii kwantowej. Zachowujemy idee Misnera, DeWitta i Wheleera „background independent formulation” — niezależnego od przestrzeni tła sformułowania praw kwantowych. Z wcześniejszych badań czerpiemy ważne lekcje zmagania z jakościowo różnymi problemami pojawiającymi się na styku odmiennych teorii kwantowej i klasycznej grawitacji. Odnotujemy na koniec, że to właśnie w roku fizyki ogłoszonym przez UNESCO, w którym osiągnięcia Einsteina są szczególnie podkreślane, roku, w którym obchodzimy stulecie STW, teoria Einsteina okazuje się jedynie przybliżeniem pewnej bardziej fundamentalnej teorii fizycznej, której jeszcze nie znamy, ale która majaczy już na naszym horyzoncie.

BIBLIOGRAFIA

- [1] C. Rovelli, Loop Quantum Gravity, wykład wygłoszony na konferencji: „Albert Einstein International Centaury Conference”, Paryż, 18-22 lipca 2005.
- [2] P. Coles, The State of The Universe, *Nature*, vol. 433 (7023), 2005, s. 248-256.
- [3] T. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, University of Chicago Press, 1962.
- [4] M. Szydłowski, W. Godłowski, A. Krawiec, J. Golbiak, Can initial singularity be detected by cosmological tests?, *Phys. Rev. D* 72, 063504 (2005).
- [5] Netterfield, et al., Improved Measurement of the Angular Power Spectrum of Temperature Anisotropy in the CMB from two new Analyses of Boomerang Observations, *Astrophys. J.*, 599(2003), s. 786-805., arXiv: astro-ph/0212229, v2, 11.12.2002.
- [6] D. N. Spergel et al., First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters, *Astrophys. J. Suppl.* 148(2003)175, arXiv: astro-ph/0302209, v3, 2003.
- [7] M. Heller, *Koncepcja seryjnych modeli Wszechświata i jej filozoficzne implikacje*, KUL, Lublin, 1966.

- [8] H. D. Zeh, The Meaning of Decoherence, *Lect. Notes Phys.*, 538 (2000), s. 19-42, archiw: quant-ph/9905004.
- [9] H. D. Zeh, Decoherence: Basic Concepts and Their Interpretation, quant-ph/9506020.
- [10] A. G. Riess et al., Observational evidence from supernovae for an accelerating Universe and a cosmological constant, *Astrophysical Journal*, 116, 1998, s. 1009-1038.
- [11] S. Perlmutter et al., Measurements of omega and lambda from 42 high redshift supernovae, *Astrophysical Journal*, 517, 1999, s. 565-586.
- [12] L. M. Sokołowski, O ewolucji pojęcia przestrzeni fizycznej od Eudoksosa do Lindego, *Przestrzeń w nauce współczesnej*, tom 2, pod red. S. Symiotiuka i G. Nowaka, Wyd. UMCS, Lublin 1999, s. 26.
- [13] W. R. Stoger, G. F. R. Ellis, U. Kirchner, *Multiverses and Cosmology: Philosophical Issues*, archiw: astr-ph/0407329.
- [14] C. W. Misner, Mixmaster Universe, *Phys. Rev. Lett.* 22, 1969, s.1071-1074.
- [15] A. H. Guth, Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, *Phys. Rev. D* 23, 347-356 (1981).
- [16] E. McMullin, *The Inference that makes Science*, Milwaukee, Marquette University Press, 1992.
- [17] E. McMullin, Indeferece Principle and Antropic Principle in Cosmology, *Studies His. Phil. Sc.* (1993)24359, 389.
- [18] B. Carter, Large Number Coincidences and the Anthropic Principle in Cosmology, *Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data*, ed. M.S. Longair (Dordrecht, Holland: Reidel), 1974.
- [19] M. Szydłowski, *Problemy ensemble'a wszechświatów w kosmologii relatywistycznej*, Katolicki Uniwersytet Lubelski; Wydział Filozofii, 1982.
- [20] M. Heller, M. Lubański, *Sz. Ślaga, Zagadnienia filozoficzne współczesnej nauki. Wstęp do filozofii przyrody*, Warszawa 1997.
- [21] J. Garriga, A. Vilenkin, Testable anthropic predictions for dark energy, *Phys.Rev. D*67 (2003) 043503, arXiv: astro-ph/0210358.
- [22] G. L. Kane, M. J. Perry, A. N. Żytkow, The Beginning of the End of The Anthropic Principle, *New Astronomy*, 7(2002)45-53.
- [23] A. Vilenkin, *Phys. Lett.* 117 B (1982) 25.
- [24] A. Vilenkin, Quantum Creation of Universes, *Phys. Rev. D* 30, (1984) 509.
- [25] J. Hartle, S. Hawking, Wave Function of the Universe, *Phys. Rev. D* 28, 2960 (1983).
- [26] M. Bojowald, Absence of a Singularity in Loop Quantum Cosmology, *Phys. Rev. Lett.* 86, 5227-5230 (2003).
- [27] M. Bojowald, K. Vandersloot, Loop Quantum Cosmology, boundary proposals and Infaltion, *Phys. Rev. D* 67, 124023 (2003).
- [28] M. Bojowald, *Elements of Loop Quantum Cosmology*, arXiv: gr-qc/0505057, v1, 2005.
- [29] M. Szydłowski, A. Krawiec, Time-to-build of science and its cyclic time evolution, *Scientometrics*, tom 3, 4(1981).