

Kazimierz Trzęsicki

Wkład logików polskich w światową informatykę¹

Kiedy słyszymy o sukcesach polskich studentów informatyki na Akademickich Mistrzostwach Świata w Programowaniu czy zwycięstwach w konkursach prac młodych naukowców Unii Europejskiej i o zajmowaniu przez Uniwersytet Warszawski czołowych pozycji w światowych rankingach studiów informatycznych, musimy zapytać się, dlaczego tak jest, gdzie należy szukać źródeł tego sukcesu. Niewątpliwie sukcesy polskich studentów, nie tylko tych z Uniwersytetu Warszawskiego, są ich sukcesami osobistymi, wynikiem ich talentów, pracowitości i ambicji. Nie na wiele jednak by to się zdało, gdyby zabrakło dobrych nauczycieli, takich, którzy sami jako naukowcy wnoszą istotny i znaczący wkład w rozwój informatyki. Informatycy z Uniwersytetu Warszawskiego znajdują się w światowej czołówce. Komentując odnotowanie w 2003 roku Uniwersytetu Warszawskiego jako instytucji, skąd pochodzą publikacje znajdujące się na czołowym miejscu ze względu na liczbę cytowań, profesor Damian Niwiński [Niwiński 2003] wskazuje na to, że na Uniwersytecie Warszawskim informatyka rozwija się systematycznie od 1960 roku. Przyczyny tego upatruje w postawach wielkich polskich matematyków², spadkobierców polskiej szkoły matematycznej: Kazimierza Kuratowskiego, Stanisława Mazura, Wacława Sierpińskiego, Hugo Steinhausa³, Heleny Rasiowej⁴. Wskazuje przy tym na zasadni-

¹ Pragnę podziękować anonimowemu recenzentowi za uwagi, które przyczyniły się do ulepszenia artykułu. Praca została wykonana w ramach grantu KBN 3 T11F 01130.

² W tym kontekście ważne są też dwa inne nazwiska: profesor Oskar Lange — ekonomista, profesor Janusz Groszkowski — dyrektor Państwowego Instytutu Telekomunikacyjnego, późniejszy zastępca przewodniczącego Rady Państwa PRL.

³ Początkowo pełnił funkcję wicedyrektora Grupy Aparatów Matematycznych ds. zastosowań. Później stanowisko to zajął prof. Stanisław Turski (1906-1986).

⁴ Profesor Rasiowa była głęboko zaangażowana w wydawanie *Fundamenta Informaticae*. Piśmo to zaczęło ukazywać się w 1977 roku głównie dzięki jej staraniom. Była jego redaktorem na-

czą rolę logików. To przede wszystkim w tym obszarze tworzona była krytyczna masa dzisiejszych sukcesów. Być może, że był to w jakimś sensie przypadek, jednak kiedy w 1948 roku powstała pierwsza polska placówka zajmująca się komputerami, Grupa Aparatów Matematycznych, profesor Kuratowski na pierwszego kierownika powołał logika i statystyka Henryka Greniewskiego⁵ (1903-1972). To on inicjował powstanie w 1962 roku Polskiego Towarzystwa Cybernetycznego.⁶ Za datę otwierającą historię polskiej informatyki można przyjąć 23 grudnia 1948 r. Romuald W. Marczyński wspomina, że wtedy to w pokoju seminarium matematycznego w Instytucie Fizyki spotkało się sześć osób: prof. Kazimierz Kuratowski, prof. Andrzej Mostowski (logik), dr Henryk Greniewski i trzech inżynierów Krystyn Bochenek, Leon Łukaszewicz oraz Romuald W. Marczyński. Omówiono wówczas możliwości budowy aparatów matematycznych. Dodajmy, że pierwszą maszynę GAM-1 zbudował w 1950 Zdzisław Pawlak, jednak nie była ona stosowana do obliczeń.

Do znaczących osiągnięć na skalę światową należy zaliczyć język *KLIPA* stworzony w latach sześćdziesiątych przez zespół pod kierownictwem profesora Władysława M. Turskiego: Marek Greniewski, Jadwiga Empacher, Jadwiga Zdanowska i Ryszard Solich. Był to język zewnętrzny dla maszyny *URAL* [Greniewski, Turski 1963]. W latach siedemdziesiątych Andrzej Salwicki tworzy obiektowo zorientowany język programowania *LogLan*. Na kilka lat wcześniej, nim logika dynamiczna znalazła uznanie na Zachodzie, kierowany przez Salwickiego zespół: Grażyna Mirkowska, Antoni Kreczmar i inni tworzy logikę algorytmiczną jako narzędzie do badania i opisu problemów związanych z weryfikacją programów. Idąc za wskazaniem Niwińskiego trzeba jeszcze odnotować prace Jerzego Tiuryna i jego następców dotyczące miejsca logiki w informatyce (teoria typów, rachunek lambda, programowanie funkcjonalne, logika programów, moc obliczeniowa języków programowania, zagadnienia złożoności w logice, teoria modeli skończonych) oraz prace Jana Madeya.

Tiuryn aktualnie kieruje zespołem bioinformatyki. Madey — obecnie kierownik Zakładu Systemów Operacyjnych Instytutu Informatyki UW oraz dyrektor Centrum Otwartej i Multimedialnej Edukacji (COME) UW — był autorem pierwszych w Polsce podręczników języków Algol 60 oraz Pascal i prowadził nowatorskie zajęcia dydaktyczne na wielu poziomach. Twórca systemu OS Kit do badania systemów operacyjnych, problemów współbieżności oraz wydajności systemów informatycznych, najbardziej znany jest z opracowanej wspólnie z Davidem Lorgem Parnasem metodyki zwanej w literaturze „Parnas-Madey Four Variable Model”. Jego mistrzami byli profesor (wówczas doktor) Andrzej Kielbasiński oraz profesorowie Karol Borsuk,

czelnym (Editor-in-Chief) aż do śmierci. Nawet kiedy chorowała, nie przestawała zajmować się nim. Dodajmy, że oprócz tego była aktywnym członkiem zespołu redakcyjnego *Studia Logica* (od 1974) i *Journal of Approximate Reasoning* (od 1986).

⁵ Został usunięty z Komisji Planowania z przyczyn politycznych, w ramach zaostrożenia się walki klasowej.

⁶ Nazwa była uwarunkowana ideologicznie. Tak określano informatykę również w Związku Radzieckim.

Kazimierz Kuratowski, Stanisław Mazur i Andrzej Mostowski. Wskazuje na znaczenie zaufania, jakim cieszył się u rektora Uniwersytetu Warszawskiego, a jednocześnie jednej z osób najbardziej zasłużonych dla polskiej informatyki — Stanisława Turskiego (ojca Władysława M. Turskiego): Wpuścił mnie na głęboką wodę, ale jednocześnie czuwał i wspierał z dystansu. W latach 1964-70 Jan Madey był zastępcą Stanisława Turskiego jako kierownika Zakładu Obliczeń Numerycznych UW. Turski jako rektor UW (1952-69) doprowadził do powstania pierwszego ośrodka obliczeniowego Uczelni (Zakład Obliczeń Numerycznych), a potem do powołania w 1975 roku Instytutu Informatyki na wydziale o nowej nazwie: Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki. Te zmiany instytucjonalne wiążą się z otwarciem pierwszych w Polsce pełnych magisterskich studiów informatycznych (w miejsce studiów w sekcji metod numerycznych). Innym kierunkiem prac prowadzonych w Instytucie była teoria automatów (Stanisław Waligórski i inni) oraz lingwistyka stosowana (Leonard Bolc, Janusz Bień i inni), zwłaszcza w powiązaniu z zagadnieniami sztucznej inteligencji i programowania w logice.

Odpowiedź na pytanie o znaczenie polskiej logiki dla uzyskania tych wyników jest niewątpliwie trudna. Wiele idei, które pozornie nie mają związku, mogą mieć znaczenie dla tworzenia odpowiedniego klimatu. Wiele przedsięwzięć niezależnie od celów tych, którzy je podejmowali, może mieć niespodziewane znaczenie w innych obszarach. Jeśli chodzi o logikę, to:

Jednak najbardziej znanym Polakiem w informatyce jest logik, Jan Łukasiewicz (1876-1956), który w 1917 roku wprowadził beznawiasowy zapis wyrażeń, popularnie zwany polskim zapisem (ang. *Polish notation*). Zapis ten jest obecnie powszechnie stosowany w automatycznych obliczeniach wartości wyrażeń, wykorzystywany m.in. w różnych kalkulatorach [Madey, Sysło 2000].

Tak oto rozwiązanie problemu ekonomizacji zapisu, w żaden sposób nieinspirowane zagadnieniami informatycznymi, zapewniło Łukasiewiczowi trwałe miejsce w informatyce.

Logika jest obok algorytmiki składową informatyki teoretycznej.⁷ W tym sensie cały dorobek światowy polskich logików miałby znaczenie dla informatyki. Takie postawienie sprawy sprowadziłoby w istocie nasze pytanie o światowy dorobek polskich logików *tout court*. Wskażemy więc tylko te idee, które wydają się mieć bardziej bezpośredni związek z informatyką, jak to jest choćby w wypadku zapisu beznawiasowego. Tak jak w wypadku problemu zapisu pominiemy intencje, nie będziemy też zastanawiali się, czy idee były wzięte bezpośrednio od ich autorów, czy też pośrednio lub — jak w wypadku logiki wielowartościowej — tego, że inni niezależnie również mieli takie pomysły. Znaczenie wskazanych idei dla informatyki omówione będzie na tyle, na ile to będzie konieczne dla ich zrozumienia.

⁷ Do współczesnej informatyki jako całości należy dodać jeszcze elektronikę. Rozwiązania elektroniczne okazały się bardziej efektywne niż mechaniczne. Być może w przyszłości elektronika będzie zastąpiona przez jakieś rozwiązania biotechnologiczne.

ZAPIS BEZNAWIASOWY

Pomysł zapisu beznawiasowego powstał w związku z badaniami systemów formalnych. Polscy logicy za równie ważne jak inne zagadnienia uznali niezależność zbioru terminów pierwotnych i aksjomatów. W związku z tym powstały problemy „ekonomizacji”, w szczególności pytano o system formalny z najmniejszą liczbą terminów pierwotnych, jednym najkrótszym aksjomatem.

Z semiotycznego (i informatycznego) punktu widzenia — ze względu na ekonomię środków wyrazu — interesujące jest pytanie o możliwość języka bez znaków interpunkcyjnych, nawiasów. Otóż taką notację wynalazł Jan Łukasiewicz. Łukasiewicz [Łukasiewicz 1931, s. 165] podaje, że zasady symboliki beznawiasowej opracował w 1924 r. Po raz pierwszy użył jej w artykule *O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej* [Łukasiewicz 1929] opublikowanym w 1929 r. O pisaniu spójników przed argumentami mówił na początku lat dwudziestych Chwistek. Jak pisze Woleński [Woleński 1985, s. 93] symbolika beznawiasowa to coś więcej niż samo pisanie spójników przed argumentami, stąd nie ma konfliktu pomiędzy uznaniem, że twórcą symboliki beznawiasowej jest Łukasiewicz, a tym, że pomysł pisania spójników przed argumentami pochodzi od Chwistka.

Okazuje się, że w wypadku, gdy wszystkie spójniki są *prefiksami* (czyli gdy pisane są przed swoimi argumentami) lub gdy wszystkie spójniki są *sufiksami* (czyli gdy pisane są po swoich argumentach) możliwe jest wyeliminowanie nawiasów. Notacja łukasiewiczowska oprócz ekonomizacji środków wyrazu ma i tę zaletę, że struktura wyrażenia jest określona przez pozycję symboli, z których jest ono zbudowane. Ta właśnie cecha jest zaletą z informatycznego (i nie tylko) punktu widzenia.

Znaczenie notacji Łukasiewicza dla informatyki zauważał już Turing, który spotkał się z Łukasiewiczem w 1949 r. Zdaniem Turinga dla urządzeń mechanicznych korzystniej jest mieć symbole funkcji na początku formuł. W informatyce szczególnie znaczenia ma notacja sufiksowa. Na pomysł jej wykorzystania wpadł Hamblin. Jak podaje Pearcey [Pearcey 1994], Hamblin, mając doświadczenie ze służby radarowej w II wojnie światowej, w 1956 r. został zaangażowany do obsługi trzeciego akademickiego komputera w Australii. Uświadomił sobie problemy związane z (a) obliczaniem formuł matematycznych zawierających nawiasy, i (b) zajmowaniem pamięci przez nazwy własne zasobów pamięci. Jako logik formalny znał prace Łukasiewicza.⁸ Rozwiązanie pierwszego problemu dawała notacja łukasiewiczowska. Zamiast pisać np.: $(a + b) \cdot c$ można pisać: $\cdot + abc$. Drugi problem, aby maszyna mogła użyć zasobów, które nie wymagają adresu — bieżąca operacja byłaby zawsze przeprowadzana na wynikach operacji bezpośrednio poprzedzających, pozostawianych i zawsze pozostających w zasobach — został rozwiązany przez zastoso-

⁸ Notację Łukasiewicza stosował — tym samym „utrudniając” czytelność (zob. komentarz w tej sprawie [Woleński 1985, s. 94-95]) — A. N. Prior, logik z Nowej Zelandii, m.in. w podręczniku logiki [Prior 1955].

wanie odwrotnej notacji Łukasiewicza (**R**everse **P**olish **N**otation — RPN). Zamiast pisać: $\cdot + abc$ piszemy: $ab + c \cdot$. Tak zrodziła się idea organizacji zasobów w postaci stosu — *last-in, first-out* (LIFO). Swoje wyniki Hamblin przedstawił na Pierwszej Australijskiej Konferencji Obliczania i Przetwarzania Danych (The First Australian Conference on Computing and Data Processing) [Hamblin 1957]. Obecni na niej przedstawiciele English Electric Company przenieśli te idee do Anglii, a firma wykorzystwała architekturę (a nawet terminologię) Hamblina [Lavington 1980]. Hamblin swoją koncepcję przedstawił również w [Hamblin 1962]. Jeden z projektantów amerykańskiego komputera B5000 (zapowiedzianego w 1961 r., a wyprodukowanego w 1963 r.), w którym zastosowano RPN, R. S. Barton, pisał [Barton 1970], że wpadł na ten pomysł niezależnie od Hamblina, czytając podręcznik z logiki symbolicznej. Dziesięć lat po pierwszej publikacji Hamblina ideę RPN zastosowali inżynierowie firmy Hewlett-Packard w kalkulatorze wprowadzonym na rynek w 1968 r., a następnie w HP-35 z 1972 r. W ten sposób RPN stało się popularne w środowisku naukowym i inżynierskim.⁹ Warto tu dodać, że Hamblin był prekursorem wielu idei m.in. zastosowania logiki temporalnej w informatyce [Allen 1984, Allen 1985, Hamblin 1987, Williams 1985].

LOGIKA WIELOWARTOŚCIOWA

Jan Łukasiewicz (1878-1956) najbardziej znany jest jednak z idei logiki wielowartościowej.¹⁰ Łukasiewicz był przekonany, że jest to odkrycie porównywalne do odkrycia geometrii nieeuklidesowej. W [Łukasiewicz 1930, s. 161] pisał:

Nielatwo przewidzieć, jaki wpływ wywrze powstanie niechryzypowych¹¹ systemów logiki na spekulację filozoficzną. Wydaje się jednak, że znaczenie filozoficzne przedstawionych tutaj systemów może być co najmniej równie wielkie, jak znaczenie nieeuklidesowych systemów geometrii.

Łukasiewicz projektował swoje systemy jako podstawę badań matematycznych w arytmetyce i teorii mnogości.¹² W sprawie praktycznego wykorzystania, mając na myśli cybernetykę, w 1951 r. w liście do Lejewskiego pisał:

Systemy wielowartościowe mają już dzisiaj ważne zastosowania praktyczne i mogą stać się źródłem poważnych dochodów.¹³

⁹ Konwertując z notacji infiksowej na zapis RPN Edsger Dijkstra wynalazł algorytm, który ze względu na jego podobieństwo do działania kolejowego placu manewrowego (railroad shunting yard) nazwany został „shunting yard”.

¹⁰ Niezależnie od Łukasiewicza [Łukasiewicz 1920c, Łukasiewicz 1920b, Łukasiewicz 1920a] logiki wielowartościowe stworzył E. Post (ur. w Augustowie) [Post 1921]. Na temat historii logik wielowartościowych zob. [Rescher 1969].

¹¹ Tak Łukasiewicz określał logiki wielowartościowe.

¹² W sprawie historii stworzenia logik wielowartościowych Łukasiewicza zob. [Woleński 1985, s. 115-122].

Można zgodzić się z Woleńskim, gdy pisze, że:

W chwili obecnej nie ulega wątpliwości, że oczekiwania Łukasiewicza nie zostały spełnione. Logiki wielowartościowe nie przyniosły rewolucji ani w logice, ani w matematyce, ani w filozofii [Woleński 1985, s. 122-123].

Należy jednak dodać, że teza o praktycznych korzyściach z logik wielowartościowych w szeroko pojętej informatyce wydaje mieć szanse na potwierdzenie. Istnieje monografia poświęcona wykorzystaniu logik wielowartościowych w informatyce [Rine 1977]. O zainteresowaniu wykorzystaniem logik wielowartościowych w informatyce może świadczyć też działalność organizacyjna. W 2006 roku w Singapurze odbędzie się 36 doroczne sympozjum organizowane przez *The Multiple-Valued Logic Technical Committee of the IEEE Computer Society*.

*The Multi-Valued Logic — An International Journal*¹⁴ wśród zagadnień będących w obszarze zainteresowania wskazuje:

1. MVL¹⁵ and Soft Computing: neural networks, evolutionary computation, fuzzy systems, computational intelligence, cost-effectiveness;
2. Engineering Aspects of MVL: circuit design, programmable logic, hardware and software verification, testing, analog and digital VLSI and ULSI, new concept devices and architectures, carrier computing (biocomputing, optical computing, ...);
3. MVL and Automated Reasoning: machine learning, reasoning, theorem proving, expert systems;
4. Computer Science and MVL: databases, massively parallel systems, collision-based computing;
5. Fuzzy Logic and MVL: theoretical and practical aspects;
6. Philosophical Aspects of MVL.

W Komitecie redakcyjnym tego pisma jest Ewa Orłowska z Instytutu Telekomunikacji.

Można wyróżnić zastosowania logiki wielowartościowej w projektowaniu sprzętu informatycznego oraz w metodach sztucznej inteligencji.

Zastosowania inżynierskie

Najprościej rzecz ujmując, jak logiki wielowartościowe są uogólnieniem logiki dwuwartościowej, tak obwody elektryczne z m stanami są uogólnieniem obwodów z dwoma stanami. Problematyka ta była podejmowana od dawna. Technicznym wykorzystaniem logik wielowartościowych interesował się Henryk Greniewski, który — o czym była wcześniej mowa — był pierwszym kierownikiem Grupy Aparatów Matematycznych. Dodajmy przy okazji, że jego książka *Elementy cybernetyki systemem*

¹³ Zob. [Woleński 1985, s. 261].

¹⁴ Zob. <http://www.csi.uottawa.ca/ivan/mvl.html>

¹⁵ Multi-Valued Logic

niematematycznym wyłożone [Greniewski 1959] została przetłumaczona na niemiecki, angielski i francuski i do dzisiaj oferowana jest w sprzedaży przez *Pergamon Press* [Greniewski 1960]. W Niemieckiej Republice Demokratycznej był autorytetem m.in. w zakresie zastosowania cybernetyki (informatyki) w planowaniu gospodarczym [Segal 1999]. Do dzisiaj jego poglądy w tej kwestii są cytowane [Greniewski 1962]. W języku polskim na temat wykorzystania logik wielowartościowych Łukasiewicza jest przynajmniej jedna większa publikacja. Jest nią dwutomowa praca Moisiła (Rumunia) [Moisil 1966, Moisil 1967].¹⁶ Dobrym wprowadzeniem do problematyki wielowartościowych (rozmytych) przełączników jest [Epstein 1993].¹⁷

Dziś w informatyce obowiązuje standard binarny. Za takim rozwiązaniem optował już Leibniz, który jednak — a pamiętajmy, była to era mechaniczna — swój „komputer” oparł na systemie dziesiętnym. Architektura współczesnych komputerów postulowana była przez von Neumanna w napisanym w 1945 roku „First Draft of a Report on the EDVAC” [von Neumann 1981], raporcie pod auspicjami University of Pennsylvania i United States Army Ordnance Department. W uzasadnieniu, jakie daje dla wyboru systemu binarnego — podobnie, jak to miało miejsce u Leibniza — odwołuje się do prostoty tego systemu. W raporcie czytamy [von Neumann 1981]:

5.1 ... Since these tube arrangements are to handle numbers by means of their digits, it is natural to use a system of arithmetic in which the digits are also two valued. This suggests the use of the binary system.

5.2 A consistent use of the binary system is also likely to simplify the operations of multiplication and division considerably. Specifically it does away with the decimal multiplication table. ... In other words: Binary arithmetic has a simpler and more one-piece logical structure than any other, particularly than the decimal one.

W raporcie podkreśla się, że:

An important part of the machine is not arithmetical, but logical in nature. Now logics, being a yes-no system, is fundamentally binary. Therefore, a binary arrangement of the arithmetical organs contributes very significantly towards a more homogeneous machine, which can be better integrated and is more efficient.

Jeżeli projektowanie komputerów pracujących w systemie dziesiętnym można wytłumaczyć naturalnością, to dla innych systemów muszą być ważne racje teoretyczne lub praktyczne. Takie znajduje się nie tylko dla systemu binarnego, ale również dla systemu ternarnego.

Pierwszym projektantem maszyny pracującej w systemie trójkowym był Thomas Fowler. W maju 1840 roku zademonstrował swoją drewnianą maszynę. Została opisana przez De Morgana [De Morgan 1840, De Morgan 1843].¹⁸

¹⁶ Wcześniejsza publikacja [Moisil 1959] wydana była również po angielsku przez Pergamon Press. Zob. również [Moisil 1972].

¹⁷ Por. [Gottwald 2004].

¹⁸ Bibliografię na ten temat można znaleźć: <http://www.mortati.com/glusker/fowler/refslinks.htm>

W Związku Radzieckim zbudowano 50 komputerów ternarnych *Setun* i *Setun70*. Twórca tych komputerów, Brousetnsov jako współautor [Brousetnsov ... 2005] pisze:

It is known that the ternary arithmetic has essential advantages as compared with the binary one that is used in present-day computers. In connection with this Donald Knuth assumed that the replacement of „flip-flop” for „flip-flap-flop” one a „good” day will nevertheless happen [1].¹⁹ Now, when the binary computers predominate, it is hard to believe in a reality of such assumption, but if it would happen not only the computer arithmetic, but the informatics on the whole would become most simple and most perfect. The third value (Aristotle named it $\sigma\mu\beta\epsilon\beta\eta\kappa\omicron\varsigma$ — attendant) what is very actual but hidden in binary logic, will become obvious and direct manipulated. Ternary logic has better accordance with the Nature and human informal thinking [2]. Unfortunately, the modern researches of the multi-valued (non-binary) logic are formal and are not associated with practical requests.

A remarkable exclusion is the experience of creating the ternary computers „Setun” and „Setun 70” at Moscow State University [...]. This experience convincingly confirms practical preferences of ternary digital technique.

[1] Knuth D. E., *The art of computer programming*. Vol 2. Seminumerical algorithms, Addison-Wesley, 1969.

[2] Brousetnsov N. P., *Origins of informatics*, Moscow, The New Millenium Foundation, 1994 (In Russian).

Brousetnsov w wywiadzie [Rumyantsev 2004] wskazuje na techniczne źródła pomysłu. Zauważa jednak znaczenie logiki trójwartościowej, stwierdzając, że zagadnienia te nie były dopracowane w jego komputerach.

Komputer analogowy²⁰

Dzisiaj dominują komputery cyfrowe. Wydaje się, że koncepcja komputera analogowego została ostatecznie porzucona. Nie pierwszy raz zdarzyłoby się to w informatyce, że przewidywania okazały się nietrafne, dość przypomnieć prognozowanie w sprawie liczby komputerów potrzebnych Stanom Zjednoczonym. Profesor Jonathan W. Mills z Indiana University Bloomington²¹ wierzy w sukces takich maszyn. Nie jest to wiara odosobniona. Lee Rubel²² w 1995 r. pisał do niego [Mills 2006]:

The future of analog computing is unlimited. As a visionary, I see it eventually displacing digital computing, especially, in the beginning, in partial differential equations and as a model in neurobiology. It will take some decades for this to be done. In the meantime, it is a very rich

¹⁹ Dodajmy, że dla Knuth'a ma to być system zrównoważony, a takim ma być system oparty na $\{-1, 0, 1\}$. Więcej na temat zalet takiego systemu w [Hayes 2001].

²⁰ Na to zastosowanie logiki Łukasiewicza zwrócił mi uwagę profesor Witold Marciszewski.

²¹ W sprawie jego koncepcji komputera analogowego zob. [Mills 1993] oraz [Mills ... 2003].

²² Autor m.in. artykułu *The Extended Analog Computer* [Rubel 1993], który dał asumpt do wy-nalezienia Maszyny Kirchhoffa-Łukasiewicza.

and challenging field of investigation, although (or maybe because) it is not in the current fashion.

Mills kwestią komputera analogowego zainteresował się w 1990 r. w związku ze studiami nad logiką wielowartościową Łukasiewicza. Współpracował wówczas z nim J. Michael Dunn, profesor filozofii i Oscar R. Ewing, profesor informatyki. Wspólnie z Ch. Daffingerem i M. G. Beavers'em rozpoczął projektowanie obwodów elektrycznych opartych na nieskończenie wartościowej logice Łukasiewicza. Mills uznał tę logikę za właściwą dla opisu obwodów analogowych. Budowa maszyny inspirowana była badaniami Kirchhoffa nad elektrycznością. Mills o swojej maszynie Kirchhoffa-Łukasiewicza pisze, że [Hedger 2006]

I'm thinking that within five to ten years, we will find a niche in which these processors are superior, efficient, and cost-effective.

Przewiduje, że [Hedger 2006]

We may develop sensors that would detect chemicals in the environment or toxins within our bodies, such as life-threatening cholesterol levels. We might develop an implant that could predict heart attacks — sort of a biological beeper.

Zastosowania w AI

Zastosowania w AI wydają się najbardziej obiecujące ze wszystkich możliwych zastosowań logik wielowartościowych.

Logiki wielowartościowe dają podstawę dla opisu pojęć nieostrych, które są charakterystyczne dla języka naturalnego i rozumowań potocznych. Ma to znaczenie dla systemów ekspertowych i nie tylko.

Najbardziej znana jest koncepcja zbiorów rozmytych opracowana w latach 60. przez Lotfi A. Zadeha [Zadeh 1965]. Zastosował on wielowartościową logikę Łukasiewicza do elementów zbioru, tworząc algebrę zbiorów rozmytych. Ich kariera rozpoczęła się w połowie lat 70., gdy Ebrahim H. Mamdani z Queen Mary College z Londynu opracował „rozmyty” kontroler dla maszyny parowej.

Podobne rozwiązanie w związku z badaniami nad systemami ekspertowymi zostało opracowane w Polsce przez Z. Pawlaka. Teoria zbiorów przybliżonych jest rozwijana w wielu publikacjach, jak np. [Pawlak 1982, Pawlak 1991, Pawlak 1993] oraz [Komorowski ... 1999].

Teorie zbiorów rozmytych i przybliżonych znajdują zastosowanie w sztucznej inteligencji i systemach ekspertowych. Znajdują zastosowanie w automatyzacji eksploracji danych i wiedzy. W związku z zastosowaniami logiki wielowartościowej w informatyce mówi się o logice rozmytej.²³

²³ Zob. np. <http://plato.stanford.edu/entries/logic-manyvalued/>

DEDUKCJA NATURALNA

We współczesnej informatyce dedukcja naturalna znajduje zastosowanie przede wszystkim w zagadnieniach szeroko rozumianej problematyki sztucznej inteligencji. Stanowi punkt wyjścia podstawowych systemów dowodzenia i/lub sprawdzania poprawności dowodów. Stworzona została niezależnie przez Gerharda Genztena [Genzten 1934] oraz Stanisława Jaśkowskiego (1906-1965). Jaśkowski zaświadcza, że 1926 r. Łukasiewicz postawił problem systemu logicznego, który byłby zgodny z praktyką dowodzenia matematycznego. Podobnie rzecz ujmował Genzten:

Mój pierwotny punkt widzenia był następujący: formalizacja wynikania logicznego, w szczególności tak, jak została rozwinięta przez Fregego, Russella i Hilberta różni się znacznie od sposobu wnioskowania, jaki praktykowany jest w dowodach matematycznych. Uzyskuje się za to znaczne formalne korzyści. Chciałbym więc najpierw raz jeszcze podać formalizm, który jest możliwie bliski rzeczywistości wnioskowaniu [Genzten 1934, s. 176].²⁴

Jaśkowski rozwiązanie problemu opublikował w 1934 r. [Jaśkowski 1934], tworząc system założeniowy. Pierwszy komunikat w tej sprawie ukazał się już w 1929 r. w materiałach konferencyjnych pierwszego Kongresu Matematyków Polskich w 1927 r. [Księga pamiątkowa ... 1929]. Jaśkowski informował w nim o swoich wynikach przedstawionych na seminarium Łukasiewicza w 1926 r.

Do systemu Jaśkowskiego (i logiki niefregeowskiej Romana Suszki) wprost odwołuje się Andrzej Trybulec, twórca systemu MIZAR, sprawdzania poprawności dowodów matematycznych. Witold Marciszewski reprezentuje pogląd, że system Jaśkowskiego ma większą przydatność w komputerowym sprawdzaniu dowodu, natomiast system Genztena w komputerowym dowodzeniu [Marciszewski 1994, Marciszewski 2005]. W zakresie problematyki mechanizacji rozumowań do odnotowania jest praca [Murawski, Marciszewski 1995].

LOGIKA TEMPORALNA

Twórcą logiki temporalnej jest niewątpliwie Arthur Norman Prior. Należy jednak zauważyć wpływ Szkoły Lwowsko-Warszawskiej, a w szczególności Łukasiewicza, na kształtowanie się Priora jako logika i na początki jego rozważań temporalnych.²⁵ Wśród prac mających znaczenie dla jej powstania wskazuje się również pracę Jerzego Łosia [Łoś 1948]. Prior był zaskoczony użytecznością logiki temporalnej. O tym, że

²⁴ Mein erster Gesichtspunkt war folgender: Die Formalisierung des logischen Schließens, wie sie insbesondere durch Frege, Russell und Hilbert entwickelt worden ist, entfernt sich ziemlich weit von der Art des Schließens, wie sie in Wirklichkeit bei mathematischen Beweisen geübt wird. Dafür werden beträchtliche formale Vorteile erzielt. Ich wollte nun zunächst einmal einen Formalismus aufstellen, der dem wirklichen Schließen möglichst nahe kommt.

²⁵ Szerzej na ten temat piszę w [Trzęsicki 2005].

There are practical gains to be had from this study too, for example in the representation of time-delay in computer circuits. [Prior 1996, s. 46]

dowiadwał się m.in. od Dova Gabbaya i Dany Scotta. Dzisiaj logika temporalna jest uznanym i ważnym przedmiotem z punktu widzenia informatyki.

LOGIKI PARAKONSYSTENTNE

Jaśkowski sformułował i opracował logikę dyskusyjną. Jego praca „Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych” [Jaśkowski 1948, Jaśkowski 1969] powstała — w jakimś sensie — na zamówienie polityczne. Marksisci odrzucali zasadę niesprzeczności. W środowisku logików powstało więc niejako zamówienie na wykazanie racjonalności takiej postawy. Problematyka logiki dla systemów parakonsystentnych ma jednak głębsze korzenie. Sprzeczność na gruncie logiki klasycznej prowadzi do trywializacji i jej odrzucenie jest jednym z najstarszych postulatów logiki wyraźnie sformułowanym choćby przez Arystotelesa. Jednak wiemy, że w „realnej” aktywności poznawczej mimo ukrytych lub ujawnionych sprzeczności do zupełnego odrzucenia systemu nie musi dochodzić. Znaczenie systemów parakonsystentnych ujawnia się w informatyce w związku z tym, że dane, z którymi musi radzić sobie program komputerowy, mogą być — w jakimś sensie — sprzeczne. Źródłem sprzeczności może być to, że wprowadzono sprzeczne dane lub to, że program czerpie dane z różnych zasobów. Człowiek jakoś sobie radzi ze sprzecznością swoich przekonań. Sztuczna inteligencja winna więc też i tę umiejętność posiadać. Człowiek może w swoim postępowaniu zrezygnować z rozumu, komputer musi działać zgodnie z formalnym programem. Skoro program ten ma sobie radzić ze sprzecznością, to musi być oparty na systemach logiki parakonsystentnej. Jeden taki ważny i powszechnie uznany w świecie system stworzył właśnie Stanisław Jaśkowski.

GRAMATYKA KATEGORIALNA

Idea gramatyki kategorialnej została sformułowana przez Kazimierza Ajdukiewicza (1890-1963) w pracy [Ajdukiewicz 1935]. Niewątpliwie informatyka skorzystała z innych gramatyk dla swoich potrzeb. Znaczenie ma jednak sam fakt, że jest to gramatyka formalna. Wykorzystana może być w zastosowaniach informatyki, w szczególności w lingwistyce, ale nie tylko [Park 2001]. Teoria gramatyk kategorialnych jest rozwijana w związku z rachunkiem Lambeka. Prace prowadzone są również w Polsce. Wśród większych publikacji o zasięgu światowym można wskazać [Buszkowski ... 1988].

TEORIA FUNKCJI REKURENCYJNYCH

Andrzej Grzegorzczak²⁶ znalazł się w środowisku matematycznym w związku z czasami, w których „sytuacja polityczna sprzyjała pozostawaniu w bezpiecznym kręgu logicznych i matematycznych spekulacji”. W 1950 roku uzyskuje doktorat, którego promotorem był Andrzej Mostowski. Trzy lata później na podstawie pracy *Some Classes of Recursive Functions* [Grzegorzczak 1953] uzyskał stanowisko docenta. Ta właśnie praca jest jego ważnym historycznym wkładem w światową informatykę. Jest jego najczęściej cytowaną pracą w zakresie szeroko rozumianej problematyki informatyki teoretycznej. Zainteresowaniu rozstrzygalnością dał wyraz w pracach *Zagadnienia rozstrzygalności* [Grzegorzczak 1957, Grzegorzczak 1961]. Problemy pojęcia rozstrzygalności, pojęcia obliczalności i pojęcia funkcji rekurencyjnej, które zrodziły się w związku z programem Hilberta, a ostatecznie zaowocowały stworzeniem teoretycznych podstaw informatyki, podjęte były przez Gödla, Churcha, Turinga oraz Kleene’ego. Prace Grzegorzczaka w sposób istotny przyczyniły się do ich lepszego rozumienia. Jak pisze Krajewski [Krajewski 2005, s. 109]: „Przez cały okres swej aktywności naukowej jest wierny problematyce rozstrzygalności i funkcji obliczalnych”. Dodajmy, że jest to dla niego [Krajewski 2005, s. 108]: „związane ze zgłębianiem konkretnych, empirycznych, ‘namacalnych’ aspektów świata, które są ujmowane matematycznie”.

Wkład polskich logików w problematykę rozstrzygalności i obliczalności jest znacznie większy, jeśli zważyć osiągnięcia Alfreda Tarskiego, jednego z najwybitniejszych logików. Wpływ na rozwój informatyki Alfreda Tarskiego i logików polskich z nim współpracujących (A. Mostowski, L. Szczerba i inni) przekracza zakres problematyki rozstrzygalności i obliczalności. Sprawa ta wymaga odrębnego omówienia. Dodajmy, że nasza obecność w świecie w zakresie tej problematyki znajduje swój wyraz w takich publikacjach, jak np. Romana Murawskiego [Murawski 1999].

LITERATURA

- (1929), *Księga pamiątkowa pierwszego polskiego zjazdu matematycznego, 1927*, Kraków.
- Ajdukiewicz, K. (1935), „Die syntaktische Konnexität”, *Studia Philosophica, Leopoli* 1, 1–27.
Tłum. polskie w (Ajdukiewicz 1960), 222–244; tłum. angielskie (McCall 1967); McCall, S. *Polish Logic 1920–1939*, Oxford, Clarendon Press, 207–231.
- Ajdukiewicz, K. (1960), *Język i poznanie. Wybór pism z lat 1920–1939*, t. 1, PWN, Warszawa.
- Allen, J. F. (1984), „Towards a general theory of action and time”, *Artificial. Intelligence* 23(2), 123–154.
- Allen, J. F. (1985), „Charles Hamblin (1922–1985)”, *The Australian Computer Journal* 17(4), 194–195.
- Barton, R. S. (1970), Ideas for computer systems organization: a personal survey, w J. S. Jou, red., „Proceedings of the Third Symposium on Computer and Information Sciences held in Miami Beach, Florida, December 1969”, t. 1 *Software Engineering*, Academic Press, New York, 7–16.

²⁶ Tekst tego punktu prawie w całości oparty jest na danych zaczerpniętych z pracy Stanisława Krajewskiego pt. *Andrzej Grzegorzczak* [Krajewski 2005].

- Brousentsov, N. P., Maslov, S. P., Ramil, A. J., Zhogolev, E. (2005), „Development of ternary computers at Moscow State University”, Internet.
- Buszkowski, W., Marciszewski, W., van Benthem, J. (1988), „Categorical Grammar”, John Benjamins Publishing Company.
- De Morgan, A. (1837-1843), „Description of a calculating machine, invented by Mr. Thomas Fowler of Torrington in Devonshire”, *Abstracts of the Papers Printed in the Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 4 243–244. Abstract (De Morgan 1840).
- De Morgan, A. (1840), „Description of a calculating machine, invented by Mr Thomas Fowler of Torrington in Devonshire”, AP.23.24., London: The Royal Society.
- Epstein, G. (1993), *Multiple-Valued Logic Design*, Institute of Physics Publishing, Bristol.
- Genzten, G. (1934), „Untersuchungen über das logische Schliessen”, *Mathematische Zeitschrift* 39, 176–210, 405–431. Tłumaczenie angielskie: „Investigation into logical deduction”, 68–131 w: *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, red. M.E. Szabo. North-Holland, Amsterdam, 1969. Polskie tłumaczenie: Trzęsicki, K., *Badania nad wnioskowaniem logicznym*, Białystok 1980.
- Gottwald, S. (Winter 2004), Many-valued logic, w E. N. Zalta, red., „The Stanford Encyclopedia of Philosophy”. <http://plato.stanford.edu/archives/win2004/entries/logicmanyvalued/>
- Greniewski, H. (1959), *Elementy cybernetyki systemem niematematycznym wyłożone*, Warszawa. Po angielsku: (Greniewski 1960), po niemiecku wyd. w 1966 (NRD) (Greniewski 1966), a w 1965 po francusku przez Gauthier-Villars. Książka wciąż cieszy się zainteresowaniem i znajduje się w sprzedaży.
- Greniewski, H. (1960), *Cybernetics without Mathematics*, Pergamon Press, New York. Tłumaczenie na angielski: (Greniewski 1959), książka wciąż oferowana przez wydawnictwo.
- Greniewski, H. (1962), „Logique et cybernétique de la planification”, *Cahiers du Séminaire d'Econométrie* ss. 115–164. Praca cytowana przez André Maisseu, przewodniczącego World Council of Nuclear Workers w: *The unquestionable answer for sustainable development: The use of nuclear energy*
<http://www.globalsecurity.org/wmd/library/report/2005/art137-teheran2005.htm>
- Greniewski, H. (1966), *Kybernetische Systemtheorie ohne Mathematik*, Dietz, Berlin.
- Greniewski, M., Turski, W. (1963), „The external language KLIPA for the URAL-2 digital computer”, *Communications of the Association for Computing Machinery* 6(6), 322-324.
- Grzegorzczak, A. (1953), *Some Classes of Recursive Functions*, IV w „Rozprawy Matematyczne”, Instytut Matematyczny PAN, Warszawa.
- Grzegorzczak, A. (1957), *Zagadnienia rozstrzygalności*, PWN, Warszawa.
- Grzegorzczak, A. (1961), *Fonctions Récursives*, Gauthier-Villars, Paris.
- Hamblin, C. L. (1957), An addressless coding scheme based on mathematical notation, w: „Proceedings of the First Australian Conference on Computing and Data Processing”, Salisbury, South Australia: Weapons Research Establishment.
- Hamblin, C. L. (1962), „Translation to and from Polish notation”, *Computing Journal* 5, 210-213.
- Hamblin, C. L. (1987), *Imperatives*, Basil Blackwell, Oxford.
- Hayes, B. (2001), „Third base”, *American Scientist* 89(6), 490-494.
<http://www.americanscientist.org/content/AMSCI/AMSCI/ArticleAltFormat/20035214317146.pdf>
- Hedger, L. (2006), „Analog computation: Everything old is new again”,
<http://www.indiana.edu/rcapub/v21n2/p01.html>
- Jaśkowski, S. (1934), „On the rules of supposition in formal logic”, *Studia Logica* 1. Wydawnictwo Poświęcone Logice i jej Historii. Redakcja Jan Łukasiewicz. Opublikowane przez Seminarium Filozoficzne Wydziału Matematyki i Nauk Przyrodniczych, Uniwersytet Warszawski. Przedruk w: (McCall 1967).
- Jaśkowski, S. (1948), „Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych”, *Studia Societatis Scientiarum Torunensis* 1(5), 55-77. Praca po angielsku: (Jaśkowski 1969).
- Jaśkowski, S. (1969), „Propositional calculus for contradictory deductive systems”, *Studia Logica* 24, 143–157. Angielskie tłumaczenie (Jaśkowski 1948).

- Komorowski, J., Pawlak, Z., Polkowski, L., Skowron, A. (1999), Rough sets: A tutorial, w: „Rough Fuzzy Hybridization. A new Trend in Decision-Making”, Springer Verlag, Singapore.
- Krajewski, S. (2005), Andrzej Grzegorzcyk, w: W. Mackiewicz, red., „Polska filozofia powojenna”, t. 3, Agencja Wydawnicza Witmark, Warszawa, s. 99-118.
- Lavington, S. H. (1980), *Early British Computers: The Story of Vintage Computers and the People who Built Them*, Manchester University Press, Manchester.
- Łoś, J. (1948), „Podstawy analizy metodologicznej kanonów Milla (the foundations of the methodological analysis of Mill's canons)”, *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Section F II(5)*, 269-301 (za rok 1947).
- Łukasiewicz, J. (1920a), „Logika trójwartościowa”, *Ruch Filozoficzny V*, 166-171.
- Łukasiewicz, J. (1920b), „O pojęciu możliwości”, *Ruch Filozoficzny V*.
- Łukasiewicz, J. (1920c), „On three-valued logic”, *Ruch Filozoficzny 5*, 170-171. Tłumaczenie angielskie w: Borkowski, L. (red.) 1970. Jan Łukasiewicz: Selected Works. Amsterdam: North Holland.
- Łukasiewicz, J. (1929), „O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej”, *Nauka Polska 10*, 604-20.
- Łukasiewicz, J. (1930), „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemem des Aussagankül”, *Sprawozdania Towarzystwa Naukowego Warszawskiego Wydział III 23*, 51-77. Tłumaczenie polskie znajduje się w (Łukasiewicz 1961, s. 144-163).
- Łukasiewicz, J. (1931), Uwagi o aksjomacie Nicoda i «dedukcji uogólniającej», w: „Księga Pamiątkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie”, Lwów.
- Łukasiewicz, J. (1961), *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa. Wyboru pism dokonał J. Ślupecki.
- Madey, J., Sysło, M. M. (2000), „Początki informatyki w Polsce”, *Informatyka 9/10*. Wersja tego opracowania w języku angielskim ukazała się w *IEEE Annals of History of Computing*. W związku z pięćdziesiątą rocznicą utworzenia IEEE podjęta została inicjatywa opracowania historii początków powstawania komputerów i informatyki w państwach Europy Środkowo-Wschodniej. Autorzy opracowania działali w imieniu Polskiego Podkomitetu CEEIC (Central and Eastern European Initiatives Committee). Zob. <http://www.mimuw.edu.pl/informacje/varia/histinf.html?PHPSESSID=302af23a626b38cb9e8f94c37f1b0a62>
- Marciszewski, W. (1994), A Jaśkowski-style system of computer-assisted logic, w: J. Woleński, red., „Philosophical Logic in Poland”, Synthese Library, Kluwer, Dordrecht. Wersja zmieniona: *A System of Suppositional Logic as Embodied in the Proof Checker Mizar MSE* <http://www.calculemus.org/MathUniversalis/3/marc-jas.html>
- Marciszewski, W. (2005), „A system of suppositional logic as embodied in the proof checker Mizar MSE”, <http://www.calculemus.org/MathUniversalis/3/marc-jas.html>
- Marciszewski, W., Murawski, R. (1995), *Mechanization of Reasoning in a Historical Perspective*, Rodopi, Amsterdam/Atlanta.
- McCall, S., red. (1967), *Polish Logic in 1920–1939*, Clarendon Press, Oxford.
- Mills, J. (1993), The role of continuous-valued logic in a mobile robot's sensors, control, and locomotion, w „Proc. 23rd Int. Symp. On Multiple-Valued Logic”, IEEE Computer Society.
- Mills, J. W. (2006), „Kirchhoff-Lukasiewicz machines”, <http://www.cs.indiana.edu/sjwmills/ANALOG.NOTEBOOK/klm/klm.html>
- Mills, J., Walker, T., Himebaugh, B. (2003), Continuous-valued robotic control after ten years, *Int. Jour. Multiple-Valued Logic 9(2)*.
- Moisil, G. C. (1959), *The Algebraic Theory of Switching Circuits (po rumuńsku)*, Bucharest. Tłumaczenie rosyjskie: IIL Moscow 1963, tłumaczenie czeskie: N&Ccaron, SAV Prague, tłumaczenie angielskie: Pergamon Press 1969.
- Moisil, G. C. (1966), *Zastosowanie algebr Łukasiewicza do teorii układów przekaźnikowo-stykowych*, t. 1, Wrocław-Warszawa-Kraków.
- Moisil, G. C. (1967), *Zastosowanie algebr Łukasiewicza do teorii układów przekaźnikowo-stykowych*, t. 2, Wrocław-Warszawa-Kraków.

- Moisil, G. C. (1972), *Essais sur les logiques non Chrysippiennes*, Editions de l'Acad. de la Rép. Soc. de Roumania, Bucharest.
- Murawski, R. (1999), *Recursive Functions and Metamathematics. Problems of Completeness and Decidability, Gödel's Theorems*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London.
- von Neuman, J. (1981), First draft of a report on the EDVAC, w: N. Stern, red., „From ENIAC to UNIVAC: An Appraisal of the Eckert-Mauchly Computers”, Digital Press, Bedford, Massachusetts, s. 177-246.
- Niwiński, D. (2003), „University of Warsaw”, <http://www.incites.com/institutions/UniversityofWarsaw.html>.
- Park, J. (2001), „Using combinatory categorial grammar to extract biomedical information”, *IEEE Intelligent Systems and Their Applications* 16, 62-67.
- Pawlak, Z. (1982), „Rough sets”, *International Journal of Computer and Information Sciences* 11, 341-356.
- Pawlak, Z. (1991), *Rough Sets — Theoretical Aspects of Reasoning about Data*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.
- Pawlak, Z. (1993), „Rough sets. Present state and the future”, *Foundations of Computing and Decision Sciences* 18, 157-166.
- Pearcey, T. (1994), Australian computing: The second generation, w J. M. Bennett, R. Broomham, P. M. Murton, T. Pearcey, R. W. Rutledge, red., „Computing in Australia: The Development of a Profession”, Australian Computer Society.
- Post, E. (1921), „Introduction to a general theory of elementary propositions”, *American Journal of Mathematics* XLIII.
- Prior, A. N. (1955), *Formal Logic*, Clarendon Press, Oxford. II wyd. 1962.
- Prior, A. N. (1996), A statement of temporal realism, w B. J. Copeland, red., „Logic and Reality: Essays on the Legacy of Arthur Prior”, Oxford University Press.
- Rescher, N. (1969), *Many-valued Logic*, New York.
- Rine, D. C., red. (1977), *Computer Science and Multiple Valued Logic*, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam. II wyd. popr. 1984.
- Rubel, L. A. (1993), „The extended analog computer”, *Adv. In Appl. Math.* 14, 39-50.
- Rumyantsev, D. (2004), „Interview s konstruktorem troicznej ewm (interviews with the designer of the ternary computer)”, *Upgrade* 33(175). Segal, J. (1999), L'introduction de la cybernétique en R.D.A. Rencontres avec l'idéologie marxiste, w: „Proceedings of the XXth International Congress of History of Science (Liege, 20-26 July 1997)”, t. 1, s. 67-80. Die Einführung der Kybernetik in der DDR. Begegnung mit der marxistischen Ideologie <http://jerome-segal.de/Publis/Kyb-DDR.htm>
- Szumiec-Presch, B. (2004), „Madey: Najbardziej cieszą mnie sukcesy moich studentów i wychowanków”, <http://www.naukawpolsce.pap.pl/nauka/index.jsp?place=Lead20&news%27cat%27id=62&news%27id=319&layout=1&page=text>
- Trzęsicki, K. (2005), Arthura Normana Priora związki ze szkoła lwowsko-warszawską, w: K. Trzęsicki, red., „Ratione et studio”, Uniwersytet w Białymstoku, Białystok, s. 269-288.
- Williams, G. (n.d.), „A shy blend of logic, maths and languages”.
- Woleński, J. (1985), *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, PWN, Warszawa.
- Woleński, J. (2005), Dzieje pewnego przypisu, w: K. Trzęsicki, red., „Ratione et studio”, Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok, s. 249-268.
- Zadeh, L. (1965), „Fuzzy sets”, *Journal of Information and Control* 8, 338-353.