



Agata Gluzicka

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Badań Operacyjnych
agata.gluzicka@ue.katowice.pl

ZALEŻNOŚĆ ROZKŁADU RYZYKA PORTFELA OD KRYTERIUM WYBORU SPÓŁEK DO PORTFELA

Streszczenie: Od kilku lat na rynku inwestycyjnym można zaobserwować stopniowe odchodzenie od sposobów konstruowania portfeli, w których jest brany pod uwagę zysk. Jest to spowodowane negatywnymi efektami, jakie osiągnęli inwestorzy, kierując się kryterium zysku podczas ostatniego globalnego kryzysu ekonomicznego. Zarówno wśród inwestorów praktyków, jak i teoretyków coraz więcej jest zwolenników teorii, że lepszym rozwiązaniem w dobie kryzysu jest skupianie się tylko i wyłącznie na ryzyku inwestycji. Jednym z nurtów tej teorii jest takie planowanie inwestycji, aby taka sama wartość ryzyka przypadła na poszczególne instrumenty portfela. Stosowanie takiego podejścia prowadzi do konstrukcji portfeli równego udziału ryzyka zwanych również portfelami parytetowymi. W artykule zaprezentowano ogólne informacje dotyczące portfeli parytetowych będących nowym terminem w polskiej literaturze przedmiotu. Omówiono miary potrzebne do określenia portfeli parytetowych oraz metody wykorzystywane do wyznaczania tego typu portfeli. W ostatniej części przedstawiono wyniki badań empirycznych, których głównym celem była analiza wpływu na równomierność rozkładu ryzyka portfela w zależności od metody zastosowanej do wstępnej selekcji spółek do portfela.

Słowa kluczowe: portfele parytetowe, portfele równego udziału ryzyka, marginalny udział ryzyka, całkowity udział ryzyka.

Wprowadzenie

Strategia portfeli parytetowych jest stosunkowo nową metodą, która zaczęła być stosowana na szeroką skalę w badaniach dotyczących planowania inwestycji przypadających na okres ostatniego kryzysu ekonomicznego. Po raz pierwszy pojęcie parytetu ryzyka pojawiło się w latach 90. ubiegłego wieku przy okazji

badania amerykańskiej firmy inwestycyjnej Bridgewater. Wówczas o ryzyku portfela mówiono, że jest w „parytecie”, jeśli wagi poszczególnych aktywów były proporcjonalne do odwrotności zmienności danej klasy aktywów. Przykładowo jeśli walor A miał prognozowaną zmienność rzędu 15%, a prognozowana zmienność waloru B wynosiła 5%, to portfel będący kombinacją złożoną w 75% z waloru B i w 25% z waloru A (tzn. trzy razy mniej niż waloru B) przyjmowano jako portfel parytetu ryzyka. W tej pierwszej definicji parytetu ryzyka została całkowicie pominięta korelacja zachodząca między parami aktywów, nawet jeśli idea była stosowana do więcej niż dwóch klas aktywów. Bardziej kompletna definicja, w której uwzględniono już zależność korelacyjną, została sformalizowana przez Qiana [2006]. Sformułował on własność parytetu ryzyka w odniesieniu do budżetu ryzyka, gdzie wagi są skorygowane w taki sposób, że każdy walor ma ten sam udział ryzyka portfela.

Kolejna definicja została wprowadzona przez zespół autorów Maillard, Roncalli i Teiletche [2010], którzy portfel parytetu ryzyka nazwali portfelem o równym udziale ryzyka (*equal risk contribution portfolio*). Oprócz określenia nowej strategii inwestycyjnej w swoich badaniach analizowali również własności analitycznego rozwiązania zaproponowanego problemu optymalizacyjnego, za pomocą którego można w prosty sposób wyznaczać wagi portfeli parytetowych. Ta metoda wyznaczania portfeli o równym udziale ryzyka została zastosowana m.in. w badaniach dotyczących porównania portfeli parytetowych z bardziej standardowymi metodami konstrukcji portfeli inwestycyjnych [Chaves i in., 2011].

W ostatnich latach pojawiły się inne podejścia do konstrukcji portfeli o równym udziale ryzyka. Asl, Fershid i Etula [2012] analizowali portfele parytetowe oraz podobne strategie konstrukcji portfeli inwestycyjnych z perspektywy optymalizacji odpornej. Natomiast Lee [2011] zaproponował metodę konstrukcji portfeli parytetowych, w której są wykorzystywane współczynniki beta. W metodzie tej portfele parytetowe są wyznaczone w taki sposób, że wagi walorów są proporcjonalne do odwrotności ich współczynnika beta w stosunku do współczynnika beta portfela.

W pierwszej części artykułu została przedstawiona matematyczna definicja portfeli parytetowych oraz podstawowe własności charakterystyczne dla tego typu portfeli inwestycyjnych. W części drugiej zostały opisane wybrane metody wyznaczania wag dla portfeli równego udziału ryzyka. Ostatnia część zawiera wyniki krótkich badań empirycznych, których celem była analiza wpływu kryterium doboru spółek do portfela na rozkład ryzyka w tym portfelu. Uzasadnieniem podjęcia takich badań jest fakt, że metody konstrukcji portfeli parytetowych gwarantują niezerowy udział każdej spółce branej pod uwagę przy planowaniu składu portfela. A zatem zasadne jest ustalenie najbardziej efektywnego sposobu wstępnej selekcji spółek, z których w dalszej kolejności będzie konstruowany portfel o równym udziale ryzyka.

1. Portfele o równym udziale ryzyka i ich podstawowe własności

Idea strategii parytetu ryzyka polega na identyfikacji wag portfela w taki sposób, aby całkowite ryzyko portfela równo rozdzielić na poszczególne instrumenty finansowe wchodzące w skład portfela. Stosując takie podejście, możemy uniknąć otrzymania portfela inwestycyjnego z dominującą rolą jednego lub kilku walorów, co z kolei pozwala na osiągnięcie maksymalnej dywersyfikacji ryzyka [Braga, 2012].

Problem konstrukcji portfeli parytetowych sprowadza się do ustalenia wag dla poszczególnych walorów w taki sposób, aby została zachowana równowaga pod względem ryzyka. Wagi portfeli parytetowych w sposób jednoznaczny mogą być wyznaczone jedynie w hipotetycznej sytuacji. Jest to możliwe przy założeniu, że wszystkie pary klas aktywów (walorów) mają ten sam współczynnik korelacji. Wówczas optymalne wagi portfela o równym udziale ryzyka są proporcjonalne do odwrotności odchyłeń standardowych poszczególnych klas aktywów. Strategię, dla której waga danej klasy aktywów jest proporcjonalna do odwrotności odchylenia standardowego tego aktywów, nazywamy naiwnym parytetem ryzyka. Optymalne wagi dla naiwnego parytetu ryzyka oblicza się według następującego wzoru:

$$x_i = \frac{\frac{1}{\sigma_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i}} \quad (1)$$

gdzie x_i oznacza udział i -tej spółki w portfelu, a σ_i to odchylenie standardowe i -tej spółki.

W rzeczywistym świecie poszczególne pary walorów portfela mają jednak różne wartości współczynnika korelacji, dlatego powyższy sposób konstrukcji portfeli nie jest możliwy do praktycznego zastosowania. Przykładem metody stosowanej do wyznaczenia portfeli parytetowych jest podejście zaproponowane przez Maillard, Roncalli, Teiletche [2010]. W podejściu tym do wyznaczania udziałów portfeli parytetowych jest stosowany model optymalizacyjny, w którym wykorzystuje się dwie nowe miary ryzyka.

Rozważmy portfel składający się z N walorów. Niech r_i oznacza stopę zwrotu i -tego waloru, a x_i – udział i -tego waloru w portfelu. Ryzyko portfela jest mierzone klasyczną miarą, jaką jest odchylenie standardowe:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}} \quad (2)$$

gdzie:

- σ_{ij} – kowariancja między i -tym a j -tym walorem,
- $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ – wariancja i -tego waloru,
- σ_p – odchylenie standardowe portfela.

Do zdefiniowania portfeli parytetowych jest potrzebne wprowadzenie dwóch miar związanych z rozkładem ryzyka portfela. Pierwszą miarą jest marginalny udział ryzyka (MRC – *marginal risk contribution*) określany wzorem [Maillard, Roncalli, Teiletche, 2010; Chaves i in., 2011, 2012]:

$$MRC_i = \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} = \frac{x_i \sigma_i^2 + \sum_{j \neq i} x_j \sigma_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}}} = \frac{\sum_{j=1}^N x_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} \quad (3)$$

Marginalny udział ryzyka określa zmiany spowodowane w ryzyku portfela, mierzonego odchyleniem standardowym, przez nieskończenie małe zmiany dokonywane w udziałach walorów.

Drugą miarą wykorzystywaną do określenia parytetu ryzyka jest całkowity udział ryzyka (TRC – *total risk contribution*) liczony jako iloczyn alokacji w i -ty walor oraz marginalnego udziału ryzyka. Całkowity udział ryzyka symbolicznie można zapisać następująco:

$$TRC_i = x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} = x_i \frac{x_i \sigma_i^2 + \sum_{j \neq i} x_j \sigma_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}}} = \frac{\sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} \quad (4)$$

Za pomocą miary TRC możemy dokonać podziału całkowitego ryzyka portfela na jego poszczególne komponenty. Łatwo zauważyć, że¹:

¹ Uzasadnienie wzoru (5): $\sum_{i=1}^N TRC_i = \sum_{i=1}^N \frac{\sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p} = \sigma_p$.

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^N TRC_i \quad (5)$$

W badaniach empirycznych dotyczących portfeli równego udziału ryzyka stosuje się również procentowy udział całkowitego ryzyka obliczany według następującego wzoru:

$$PTRC_i = \frac{x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i}}{\sigma_p} \quad (6)$$

Miara marginalnego udziału ryzyka (*MRC*) może być stosowana do wyznaczania udziałów portfeli o minimalnej wariancji. Warunkiem wymaganym jest, aby wszystkie miary *MRC* były sobie równe. Jeśli miary *MRC* dla dwóch dowolnych walorów są różne, to jedna z tych miar może zwiększać udział jednego waloru i równocześnie obniżać udział drugiego waloru, tak aby otrzymać możliwie niski poziom wariancji portfela.

W przypadku portfeli o równym udziale ryzyka warunkiem koniecznym jest, aby miary całkowitego udziału ryzyka (*TRC*) dla wszystkich walorów były sobie równe:

$$x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} = x_j \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_j} \text{ dla } i, j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Ta definicja jest w pewien sposób uzasadnieniem, dlaczego portfele będące wynikiem stosowania strategii parytetu ryzyka są również nazywane portfelami równego udziału ryzyka.

Analizy porównawcze dotyczące portfeli parytetowych, portfeli minimalnej wariancji, portfeli naiwnych (tzn. portfeli o równych udziałach) oraz portfeli naiwnego parytetu pozwoliły na ustalenie następującej zależności między wartością ryzyka tych portfeli [Braga, 2012]:

$$\sigma_{MV} \leq \sigma_{PP} \leq \sigma_{PNP} \leq \sigma_N \quad (8)$$

gdzie:

σ_{MV} – odchylenie standardowe portfela o minimalnej wariancji,

σ_{PP} – odchylenie standardowe portfela parytetowego,

σ_{PNP} – odchylenie standardowe portfela naiwnego parytetu,

σ_N – odchylenie standardowe portfela naiwnego (o równych udziałach).

Z kolei badania empiryczne prezentowane w pracy Chaves i in. [2011] wykazały, że portfele parytetu ryzyka charakteryzują się wyższym wskaźnikiem Sharpe'a niż portfele inwestycyjne konstruowane zgodnie z regułą minimalnej wariancji czy portfele wyznaczone za pomocą modelu optymalizacyjnego średnia-wariancja.

2. Wybrane metody konstrukcji portfeli o równym udziale ryzyka

W konstrukcji portfeli parytetu ryzyka funkcja celu nie jest tradycyjną funkcją typu średnia-wariancja, w związku z czym problem konstrukcji tego typu portfeli może się okazać numerycznie trudny do zaimplementowania w przypadku licznych zbiorów inwestycyjnych. Bardzo często do rozwiązania tego typu problemów jest potrzebne specjalne oprogramowanie, a sam proces rozwiązywania jest z reguły czasochłonny.

W literaturze przedmiotu zostało przedstawionych kilka różnych metod służących do konstrukcji portfeli parytetowych. Przykładowe algorytmy wyznaczania tego typu portfeli przedstawiono m.in. w pracy Chaves i in. [2011, 2012]. Zaprezentowano tam metody iteracyjne, w których jest wykorzystywana liniowa aproksymacja układu równań rozwiązywanego za pomocą metody Newtona. W innym podejściu do konstrukcji portfeli równego udziału ryzyka jest stosowany wprowadzony przez Meucci'ego [2009] rozkład dywersyfikacji oraz analiza tzw. portfeli głównych [Lohre, Neugebauer i Zimmer, 2012].

Kolejna metoda pozwalająca na wyznaczenie udziałów poszczególnych składników portfela parytetowego dla zbioru inwestycyjnego o dowolnym rozmiarze polega na rozwiązaniu modelu optymalizacyjnego. Korzystając z omówionych w poprzedniej części miar rozkładu ryzyka, Maillard, Roncalli i Teiletche [2010] opracowali następujący problem optymalizacyjny:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} - x_j \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_j} \right)^2 \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \tag{9}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ dla } i = 1, 2, \dots, N$$

Głównym założeniem przy konstrukcji portfeli parytetowych sformułowanym w postaci funkcji celu jest spełnienie warunku opisanego wzorem (7). Do roz-

wiązania powyższego problemu optymalizacyjnego jest stosowany algorytm sekwencyjnego programowania kwadratowego.

Według definicji portfele parytetu ryzyka to takie portfele, które zawierają wszystkie N walorów w wybranym zakresie inwestycji. Innymi słowy powyższa metoda wyznaczania portfeli równego udziału ryzyka pozwala na taką konstrukcję portfeli, że wszystkie składniki mają niezerowy znaczący udział w portfelu. Waga przypisana do danego waloru w portfelu parytetowym jest tym wyższa, im niższa jest jego zmienność i korelacja z innymi walorami.

Alternatywnym sposobem wyznaczania portfeli parytetowych jest rozwiązanie następującego problemu optymalizacyjnego:

$$\begin{aligned} \sqrt{\gamma^T \Sigma \gamma} &\rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N \ln \gamma_i &\geq c \\ \gamma &\geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie Σ oznacza macierz kowariancji między walorami, natomiast c jest dowolną stałą. Wagi portfeli parytetowych są wówczas wyznaczone według następującego wzoru²:

$$x_i = \frac{\gamma_i}{\sum_{i=1}^N \gamma_i} \quad (11)$$

Drugi z proponowanych problemów optymalizacyjnych jest nieco trudniejszy w zastosowaniu ze względu na występowanie nieliniowego warunku ograniczającego. Rozwiązanie tego problemu wymaga zatem wprowadzenia dalszych modyfikacji. W tym przypadku problem jest konstrukcyjnie zbliżony do problemu minimalizacji wariancji przy dodatkowym warunku dotyczącym stopnia dywersyfikacji.

Przedstawiony sposób wyznaczania portfeli parytetowych za pomocą modelu optymalizacyjnego był do tej pory stosowany dla danych dotyczących funduszy, długoterminowych obligacji czy papierów skarbowych. Żadne z dotychczas opublikowanych badań nad portfelami parytetowymi nie dotyczyły portfeli złożonych tylko z akcji spółek. Najczęściej w przeprowadzonych badaniach empirycznych portfele parytetowe były porównywane z portfelami naiwnymi oraz portfelami o minimalnej wariancji.

Powyższy sposób konstrukcji portfeli parytetowych pozwala na dobór wag w taki sposób, aby uzyskać w przybliżeniu równomierny podział ryzyka portfela na poszczególne składniki. Pojawiają się zatem pytania, dla jakiej liczby spółek dobrze

² Z uzasadnieniem tego podejścia można się zapoznać w pracy Maillard, Roncalli, Teiletche [2010].

jest stosować strategię parytetową oraz w jaki sposób należy dokonywać wstępnej selekcji spółek, aby otrzymać portfel z podziałem ryzyka jak najbardziej zbliżonym do równomiernego. W dalszej części artykułu zostaną przedstawione wyniki badań empirycznych pozwalających odpowiedzieć na wyżej wymienione pytania.

3. Zależność rozkładu ryzyka portfela od kryterium doboru spółek do portfela – przykład empiryczny

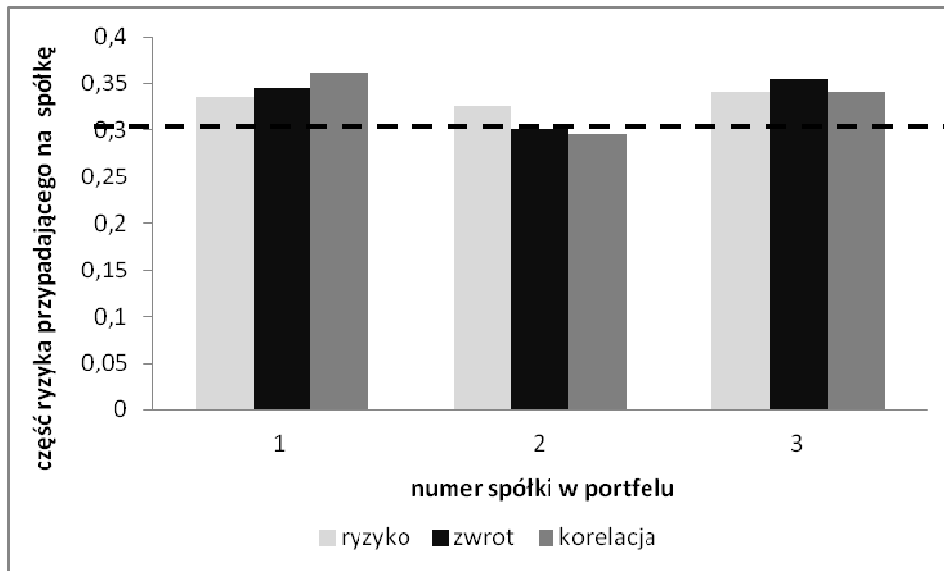
Głównym celem prezentowanych poniżej badań empirycznych była analiza wpływu sposobu selekcji spółek na rozdział całkowitego ryzyka na poszczególne składniki. W badaniach wykorzystanoienne stopy zwrotu dla 42 indeksów (z grupy WIG250) Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie, które w okresie styczeń 2012-grudzień 2013 były notowane bez zawiesznień. Portfele były wyznaczane za pomocą modelu (9) omówionego w poprzedniej części artykułu. Model ten był stosowany do konstrukcji portfeli składających się z różnej liczby składników (od 2 do 20 składników). Składniki do poszczególnych portfeli nie były dobierane w sposób przypadkowy. Dodawanie kolejnych spółek do portfeli przeprowadzono według trzech następujących kryteriów:

- rosnąca wartość ryzyka (odchylenie standardowe),
- malejąca wartość stopy zwrotu,
- rosnąca wartość współczynnika korelacji.

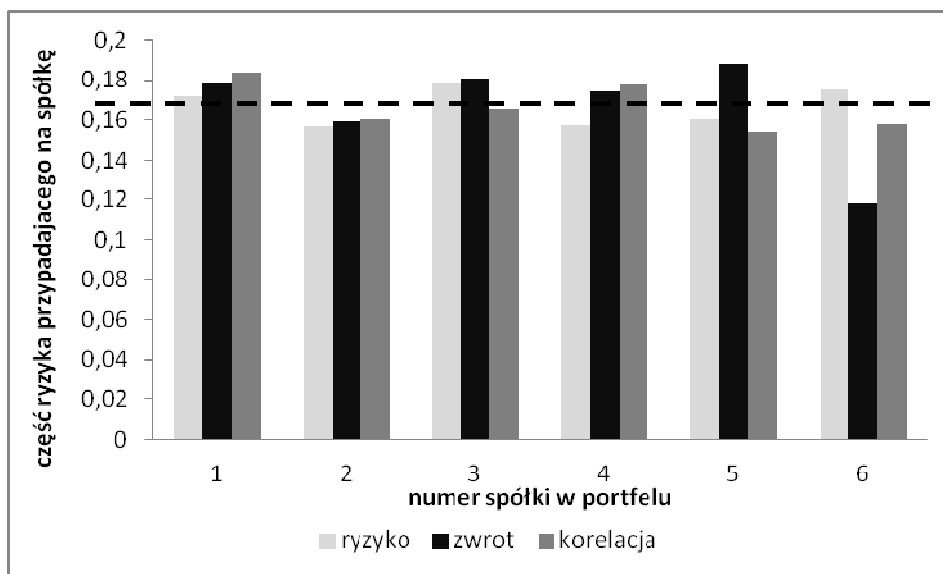
Dla tego ostatniego kryterium procedura dobierania spółek do portfela była następująca: w pierwszej kolejności obliczono współczynnik korelacji dla każdej pary analizowanych indeksów. Portfel dwuskładnikowy (P2) składał się z pary tych indeksów, dla których otrzymano najniższą wartość współczynnika korelacji. W kolejnym kroku obliczono współczynniki korelacji między indeksami z portfela P2 i pozostałymi analizowanymi indeksami. Dodatkowym składnikiem w portfelu P3 był ten indeks, który charakteryzował się najniższą korelacją z indeksami z portfela P2. Dobieranie składników w kolejnych portfelach odbywało się według tej samej zasady.

Na rysunkach 1-3 zostały przedstawione rozkłady ryzyka wybranych portfeli parytetowych, których składniki były dobierane według różnych kryteriów. Na każdym wykresie zaznaczono średni poziom ryzyka przypadający na poszczególną spółkę przy założonej liczbie składników. Na osi poziomej zaznaczono numer spółki w portfelu, a na osi pionowej część ryzyka przypadającego na daną spółkę. Na wszystkich wykresach widać wyraźnie, że podział ryzyka najbliższy równomiernemu podziałowi ma miejsce w przypadku portfeli, któ-

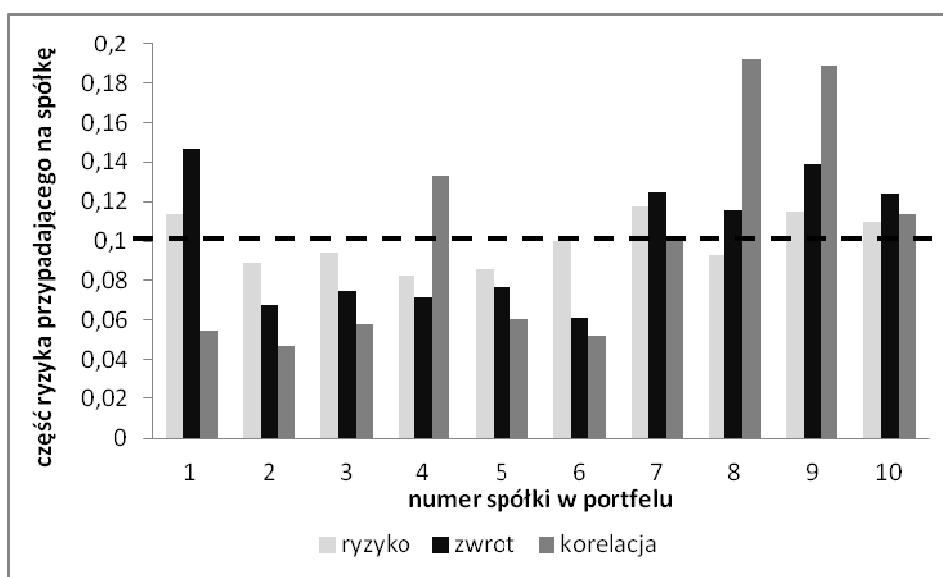
rych składniki były dobierane według wartości ryzyka. Można również zauważyć, że dla portfeli złożonych z dużej liczby składników różnice między ryzykiem przypadającym na poszczególne składniki w portfolio są zdecydowanie większe niż w przypadku portfeli złożonych z zaledwie kilku spółek.



Rys. 1. Rozkład ryzyka w portfelach parytetowych o 3 składnikach dobieranych według różnych kryteriów



Rys. 2. Rozkład ryzyka w portfelach parytetowych o 6 składnikach dobieranych według różnych kryteriów



Rys. 3. Rozkład ryzyka w portfelach parytetowych o 10 składnikach dobieranych według różnych kryteriów

W celu przeprowadzenia pełniejszej analizy, do oceny tego, która z metod doboru spółek do portfela jest najlepsza w przypadku portfeli parytetowych,

został zastosowany współczynnik koncentracji Giniego. Miara ta pozwala na ustalenie stopnia koncentracji nierównomiernego podziału ryzyka na poszczególne składniki portfela. Dla indeksów uporządkowanych według rosnącej wartości ryzyka wartość współczynnika Giniego (G) można obliczyć według następującego wzoru:

$$G(\sigma) = \frac{\sum_{i=1}^N (2i - N - 1)\sigma_i}{N^2 \bar{\sigma}} \quad (12)$$

gdzie:

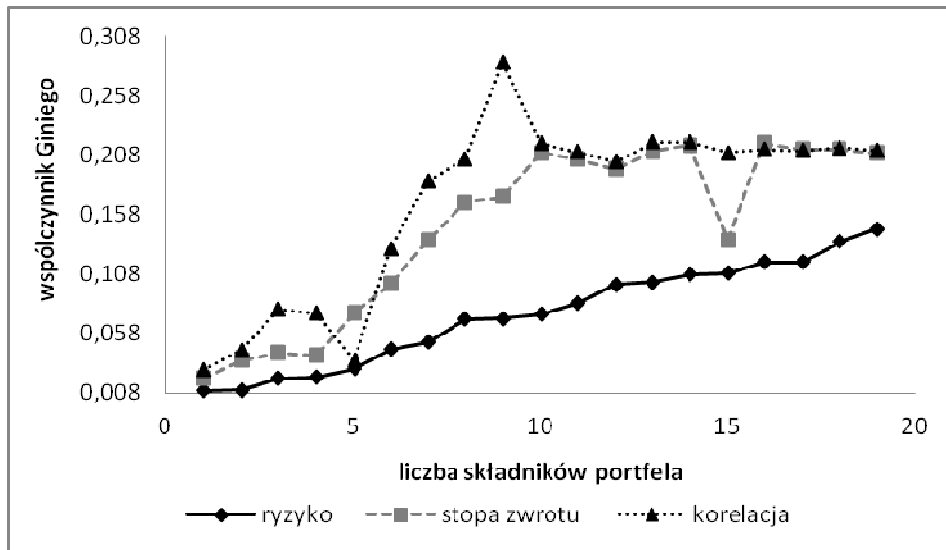
N – liczba spółek w portfelu,

σ_i – wartość odchylenia standardowego spółki występującej na i -tym miejscu w szeregu uporządkowanym według rosnącej wartości odchylenia standardowego,

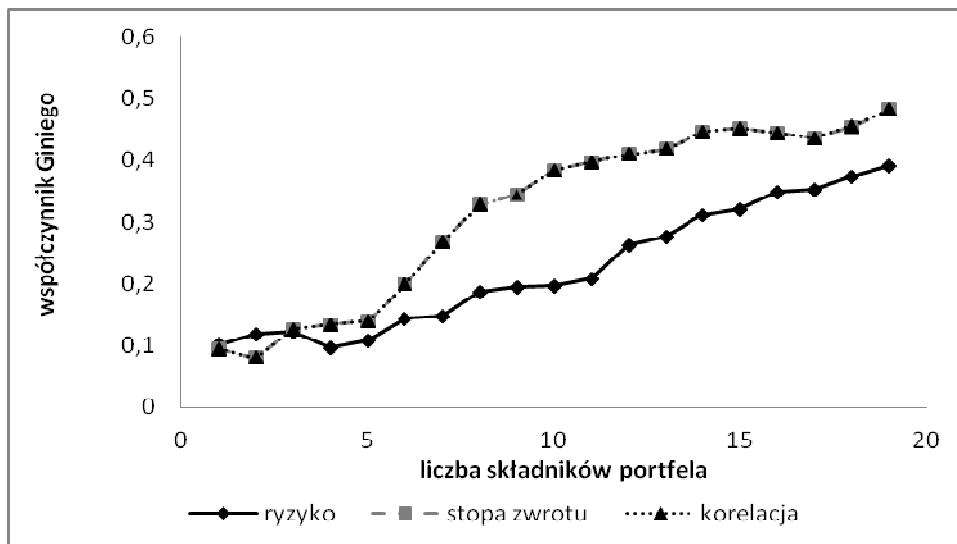
$\bar{\sigma}$ – średnia wartość odchylenia standardowego dla wszystkich spółek występujących w portfelu.

Przypomnijmy, że im wartość współczynnika Giniego jest bliższa zeru, tym rozkład ryzyka jest bardziej równomierny.

Na rysunku 4 została przedstawiona zależność wartości współczynnika Giniego wszystkich wyznaczonych portfeli parytetowych od liczby spółek występujących w portfelu. Na podstawie otrzymanych wyników można zdecydowanie stwierdzić, że najlepszym sposobem doboru spółek do portfela jest zastosowanie kryterium według wartości odchylenia standardowego. Portfele, których składniki były dobierane według rosnącej wartości ryzyka, charakteryzują się zdecydowanie niższym współczynnikiem Giniego niż portfele o tej samej liczbie składników dobieranych według innych kryteriów. Stosując wartości odchylenia standardowego jako kryterium selekcji spółek otrzymujemy portfele, dla których stopień nierównomiernego podziału nie przekracza 15% – dla portfeli o najwyższej liczbie składników. W przypadku portfeli konstruowanych według stóp zwrotu czy współczynnika korelacji otrzymano portfele o współczynniku Giniego przekraczającym 21%.



Rys. 4. Wartość współczynnika Giniego dla wyznaczonych portfeli parytetowych

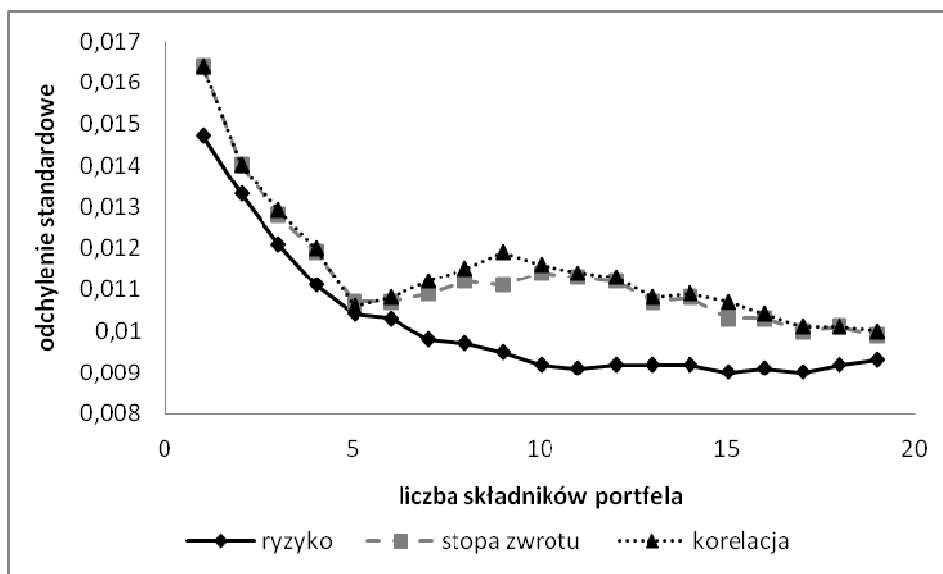


Rys. 5. Wartość współczynnika Giniego dla portfeli o minimalnej wartości odchylenia standardowego

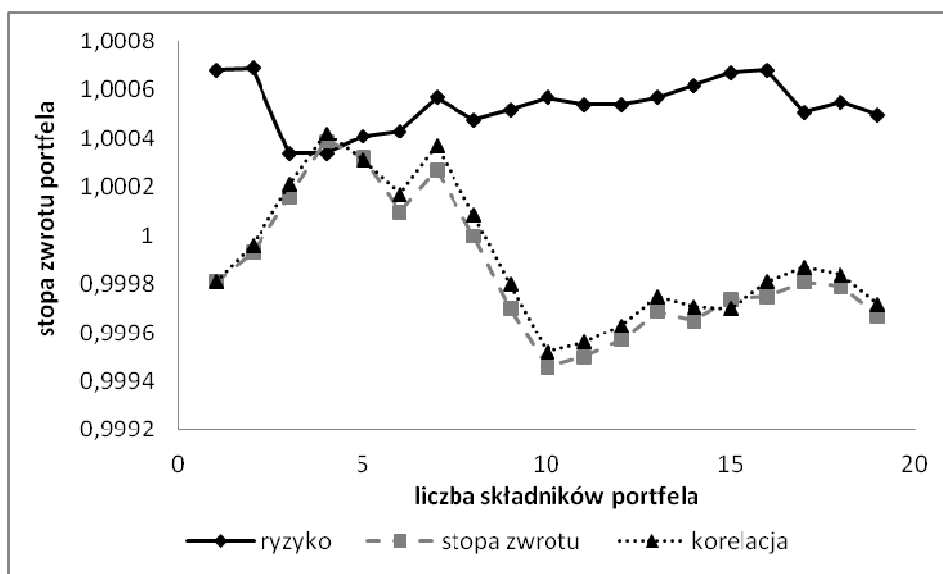
W przypadku wszystkich portfeli, bez względu na zastosowaną metodę wstępnej selekcji spółek, zaobserwowano, że wartość współczynnika Giniego wzrasta wraz ze wzrostem liczby składników portfela. Oznacza to, że dodając kolejne składniki, otrzymujemy portfele o coraz bardziej nierównomiernym podziale ryzyka.

Dla porównania na rys. 5 przedstawiono wartości współczynnika Giniego dla portfeli konstruowanych zgodnie z regułą minimalizacji ryzyka (odchylenia standardowego) przy ograniczeniu dotyczącym tylko udziałów, tzn. założono, że suma udziałów jest równa jedności. Widać, że zastosowanie modelu optymalizacyjnego pozwalającego wyznaczyć portfele parytetowe zdecydowanie obniża wartość współczynnika Giniego, co oznacza, że otrzymujemy podział ryzyka zbliżony do równomiernego. Portfele o minimalnej wartości ryzyka są portfelami, dla których współczynniki koncentracji, nawet dla dwuskładnikowych portfeli, są zdecydowanie wyższe niż współczynniki Giniego dla odpowiadających im portfeli parytetowych.

Wyznaczone portfele parytetowe dodatkowo zostały porównane pod względem wartości ryzyka oraz stóp zwrotu. Na rysunku 6 zostały przedstawione wartości odchylenia standardowego portfeli parytetowych w zależności od liczby spółek w portfelu. Na rysunku 7 przedstawiono zależność stóp zwrotu od liczby spółek występujących w portfelach o równym udziale ryzyka. Również w tych porównaniach najlepszym sposobem okazała się konstrukcja portfeli za pomocą kryterium ryzyka. Portfele, których składniki były dobierane według wartości odchylenia standardowego, charakteryzowały się niższym ryzykiem i wyższą stopą zwrotu niż portfele o tej samej liczbie składników, ale o składnikach dobieranych według innych kryteriów. Warto również podkreślić, że w przypadku doboru spółek na podstawie ryzyka, wszystkie portfele gwarantowały zysk z inwestycji. Natomiast wybierając indeksy według wartości stopy zwrotu czy zależności korelacyjnej, tylko portfele składające się z 4-9 składników charakteryzowały się stopą zwrotu wyższą niż 1. W pozostałych przypadkach otrzymano portfele przynoszące stratę z inwestycji w badanym okresie.



Rys. 6. Zależność odchylenia standardowego portfeli parytetowych od liczby spółek portfela



Rys. 7. Zależność stóp zwrotu portfeli parytetowych od liczby spółek portfela

Badania empiryczne przeprowadzone dla innych grup danych pozwoliły na sformułowanie analogicznych wniosków dotyczących sposobu doboru spółek do portfela.

Podsumowanie

Zaproponowany przez Maillard, Roncalli i Teiletche [2012] model optymalizacyjny do wyznaczania portfeli równego udziału ryzyka w rzeczywistości pozwala na uzyskanie przybliżonego równomiernego podziału ryzyka na poszczególne składniki portfela. Jak wykazały badania empiryczne przeprowadzone dla różnych grup danych, najlepszym kryterium doboru spółek do portfeli parytetowych jest ryzyko wyrażone odchyleniem standardowym. Portfele, których składniki były dobierane na podstawie wartości ryzyka, okazały się portfelami o rozkładzie zbliżonym do rozkładu równomiernego, o czym świadczy najniższa wartość współczynnika Giniego (najniższy stopień koncentracji). Co więcej, były to portfele o najniższym ryzyku i najwyższym spodziewanym zysku w porównaniu z portfelami o tej samej liczbie składników, ale dobieranych według stopy zwrotu lub współczynnika korelacji.

Planowane są dalsze badania dotyczące konstrukcji portfeli parytetowych. Badania te będą w szczególności ukierunkowane na uogólnienie wniosków dotyczących podstawowych własności portfeli parytetowych. Przyszłe badania będą w dużym stopniu związane z rozwojem metod wyznaczania portfeli parytetowych. Również metoda przedstawiona w artykule wymaga pewnych modyfikacji. Celem modyfikacji będzie otrzymanie portfeli o bardziej równomiernym podziale ryzyka na poszczególne składniki. Innym problemem jest opracowanie takiego modelu do wyznaczania portfeli parytetowych, który pozwoli na wybór spośród rozpatrywanego zbioru spółek określonej liczby takich spółek, w które warto zainwestować i które zagwarantują równomierny podział ryzyka.

Literatura

- Asl F.M., Etula E. (2012), *Advancing Strategic Asset Allocation in a Multi-Factor World*, "The Journal of Portfolio Management", Vol. 39, No 1, s. 59-66.
- Braga M.D. (2012), *Risk Parity versus Other μ -strategies: A Comparison in a Triple View*, Working Paper No 8, Università della Valle d'Aosta.
- Chaves D., Hsu J., Li F., Shakernia O. (2011), *Risk Parity Portfolio vs. Other Asset Allocation Heuristic Portfolios*, "The Journal of Investing", Spring, s. 108-118.
- Chaves D., Hsu J., Li F., Shakernia O. (2012), *Efficient Algorithms for Computing Risk Parity Portfolio Weights*, "The Journal of Investing", Fall, s. 150-163.
- Lee W. (2011), *Risk-Based Asset Allocation: A New Answer to an Old Question?* "Journal of Portfolio Management", 37 (4), s. 11-28.

- Lohre H., Neugebauer U., Zimmer C. (2012), *Diversified Risk Parity Strategies for Equity Portfolio Selection*, "The Journal of Investing", 111-128.
- Maillard S., Roncalli T., Teiletche J. (2010), *The Properties of Equally Weighted Risk Contributions Portfolios*, "Journal of Portfolio Management", Vol. 36, No 4, s. 60-70.
- Meucci A. (2009), *Managing Diversification*, "Risk", Vol. 22, No 5, s. 74-79.
- Qian E. (2005), *Risk Parity Portfolios: Efficient Portfolios Through True Diversification*, PanAgora Asset Management White Paper, September (<http://www.panagora.com/assets/PanAgora-Risk-Parity-Portfolios-Efficient-Portfolios-Through-True-Diversification.pdf>).
- Qian E. (2006), *On the Financial Interpretation of Risk Contributions Risk Budgets Do Add up*, "Journal of Investment Management", Vol. 4, No 4.

DEPENDENCY OF THE RISK'S PORTFOLIO DISTRIBUTION ON THE METHOD OF STOCK'S SELECTION TO PORTFOLIO

Summary: For several years in the investment market we can see a new tendency in the methods of construction of investment portfolios. More often the return of portfolio is not taken into account during the planning of investments. This is caused by the negative effects received by investors using the criterion of return during the last global economic crisis. Among investors-practitioners and researchers-theorists are more and more supporters of the theory that a better solution in times of crisis is to focus only on the investment risk. One of the trends in this theory is planning investments in such a way that the same value of risk is attributable to the individual instruments in portfolio. The application of this approach leads to the construction of equal risk portfolios called also risk parity portfolios.

The article presents the general information about risk parity portfolios, which are the new term in the Polish literature. Measures needed to determine the risk parity portfolios were discussed in the first part of article. The next section presents selected methods used to determine these types of portfolios. In the last part of the article presents the results of empirical research. The main purpose of this study was analysis of the effect on the equal distribution of portfolio risk, depending on the method used for the initial selection of companies to the portfolio. The research showed that the standard deviation is the best criterion to selection of indexes to risk parity portfolios. Then we received portfolios with risk contribution similar to the equal risk contribution.

Keywords: risk parity portfolio, equal risk contribution portfolio, marginal risk contribution, total risk contribution.