



Jan Kaczmarzyk

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Finansów i Ubezpieczeń
Katedra Finansów Publicznych
jan.kaczmarzyk@ue.katowice.pl

Piotr Kania

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Finansów i Ubezpieczeń
Katedra Finansów Publicznych
piotr.kania@ue.katowice.pl

TEORETYCZNE ROZKŁADY PRAWDOPODOBIENSTWA W POMIARZE STRAT EKSTREMALNYCH NA DZIAŁALNOŚCI INWESTYCYJNEJ PRZEDSIĘBIORSTWA

Streszczenie: Działalność inwestycyjna podmiotów gospodarczych ma charakter racjonalny, gdy podejmowanym decyzjom dotyczącym alokacji wolnych środków pieniężnych towarzyszy możliwie najdokładniejszy pomiar ryzyka. Podmioty gospodarcze alokujące nadwyżki płynności na rynku finansowym są narażone na ryzyko rynkowe. Szczególnie ważnym aspektem ryzyka rynkowego są straty ekstremalne mierzone wartością zagrożoną. Część metod pomiaru skrajnego ryzyka wykorzystuje założenie o rozkładzie normalnym stóp zwrotu. Konsekwencją może być niedoszacowanie lub przeszacowanie ryzyka. Celem artykułu jest rozpatrzenie wykorzystania, innych niż normalny, teoretycznych rozkładów stóp zwrotu, wierniej odzwierciedlających rozkłady empiryczne ustalane na podstawie danych historycznych. Rozważania dotyczące rozkładów teoretycznych poparto badaniami dziennych prostych stóp zwrotu 40 funduszy inwestycyjnych funkcjonujących na polskim rynku finansowym w latach 2003-2013.

Słowa kluczowe: ryzyko, finanse przedsiębiorstwa, wartość zagrożona.

JEL Classification: G32.

Wprowadzenie

Racjonalne gospodarowanie wolnymi środkami pieniężnymi w przedsiębiorstwie może polegać na ich alokacji na rynku finansowym. Niezagospodarowane nadwyżki płynności wiążą się z powstawaniem kosztów utraconych korzyści. W zależności od indywidualnej awersji do ryzyka, podmiot gospodarczy

może rozważyć instrumenty finansowe o różnym poziomie ryzyka rynkowego (przejawiającego się w zmienności wartości instrumentu finansowego), w tym tytuły uczestnictwa w funduszach inwestycyjnych. Akceptacja ryzyka – a w konsekwencji – decyzja o zaangażowaniu wolnych środków pieniężnych powinny być poprzedzone analizą ryzyka, w tym w szczególności jego możliwie najdokładniejszym pomiarem. W zarządzaniu finansami przedsiębiorstwa szczególne znaczenie ma określenie maksymalnej straty, jaka może wiązać się z danym rodzajem aktywności gospodarczej. Rozwiązaniem jest zastosowanie koncepcji wartości zagrożonej. Jednym ze sposobów kwantyfikacji wartości zagrożonej jest przyjęcie założenia o rozkładzie normalnym stóp zwrotu, generowanych przez instrumenty finansowe. To powszechnie przyjmowane założenie może jednak powodować niedoszacowanie lub przeszacowanie zagrożenia. Celem artykułu jest rozpatrzenie wykorzystania, innych niż normalny, teoretycznych rozkładów stóp zwrotu, wierniej odzwierciedlających rozkłady empiryczne ustalone na podstawie danych historycznych. Rozważania dotyczące zastosowania innych niż normalny rozkładów teoretycznych poparto badaniami dziennych prostych stóp zwrotu 40 funduszy inwestycyjnych funkcjonujących na polskim rynku finansowym w latach 2003-2013.

1. Wartość zagrożona inwestycji a założenie o teoretycznym rozkładzie prawdopodobieństwa stóp zwrotu

Koncepcja wartości zagrożonej w ocenie ryzyka finansowego, w tym ryzyka rynkowego, pierwotnie znalazła zastosowanie w sektorze bankowym, jednak obecnie coraz częściej wykorzystują ją przedsiębiorstwa w zarządzaniu ryzykiem. W przypadku instrumentu finansowego jest ona interpretowana jako pewna maksymalna utrata wartości w danym horyzoncie czasowym, która nie zostanie przekroczona z zadaniem poziomem ufności [Best, 2000, s. 23; Jajuga, 2007, s. 99; Jorion, 2007, s. 17; Alexander, 2008, s. 13]. Wartość zagrożona w ujęciu funkcjonalnym staje się de facto wartością potencjalnej rezerwy finansowej gwarantującej pokrycie strat¹ z tytułu posiadania instrumentu finansowego przez podmiot gospodarczy, będąc tym samym narzędziem zarządzania ryzykiem.

Przy alokacji wolnych środków pieniężnych przez przedsiębiorstwa w instrumenty finansowe, wartość zagrożoną szacuje się metodą symulacji histo-

¹ Im wyższy przyjęty przez przedsiębiorstwo poziom ufności, tym lepsze zabezpieczenie – większa wartość rezerwy finansowej. Ostatecznie stosowany poziom ufności zależy od indywidualnej awersji do ryzyka osób odpowiedzialnych za zarządzanie przedsiębiorstwem.

rycznej, metodą wariancji-kowariancji² lub metodami symulacyjnymi z grupy Monte Carlo³. Metoda symulacji historycznej wykorzystuje rozkłady empiryczne stóp zwrotu, dając tym samym wiarygodne wyniki, uwzględniające historyczne zdarzenia ekstremalne (tzw. efekt grubych ogonów [Best, 2000, s. 29, 48]). Metoda wariancji-kowariancji oraz metody z grupy Monte Carlo posługują się natomiast teoretycznymi rozkładami prawdopodobieństwa, możliwie najwierniej dopasowanymi do rozkładów empirycznych lub ustalonymi na podstawie opinii eksperckiej [Vose, 2008, s. 263, 393; Kaczmarzyk, 2013, s. 23-34]. Metody opierające się na rozkładach teoretycznych, w tym w szczególności metody Monte Carlo, są bardziej elastyczne, gdyż przede wszystkim umożliwiają modyfikowanie parametrów rozkładów teoretycznych zmiennych losowych oraz korelacji pomiędzy nimi. Owe modyfikacje pozwalają na odzwierciedlenie uwarunkowań rynkowych innych niż historyczne.

Wartość zagrożona może być szacowana w ujęciu bezwzględnym (VaR_A) w odniesieniu do wartości początkowej instrumentu finansowego (PV) lub w ujęciu względnym (VaR_R) – w odniesieniu do wartości przyszłej instrumentu finansowego (FV). W przypadku omawianych metod kluczowe znaczenie ma poziom bezpieczeństwa, definiowany jako pewna skrajna stopa straty, zachodząca z zadanyim poziomem prawdopodobieństwa (poziomem istotności) (1) [Jajuga, 2007, s. 100-102; Jorion, 2007, s. 106-113].

$$\begin{aligned} P(r \leq r_\alpha) &= \alpha \\ VaR_A &= -PV \cdot r_\alpha \\ VaR_R &= [E(r) - r_\alpha] \cdot PV, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

r – stopa zwrotu,

r_α – poziom bezpieczeństwa,

α – poziom istotności,

VaR_A – wartość zagrożona w ujęciu bezwzględnym,

VaR_R – wartość zagrożona w ujęciu względnym.

W ujęciu statystycznym poziom bezpieczeństwa w zależności od metody szacowania jest kwantylem dla założonego poziomu prawdopodobieństwa, ustalonym na podstawie:

² O metodzie wariancji-kowariancji oraz metodzie symulacji historycznej w ocenie wartości zagrożonej tytułów uczestnictwa w instytucjach zbiorowego inwestowania por. szerzej [Kaczmarzyk i Kania, 2010a, s. 216-230].

³ O metodach Monte Carlo w ocenie wartości zagrożonej tytułów uczestnictwa w instytucjach zbiorowego inwestowania por. szerzej [Kaczmarzyk i Kania, 2010b, s. 53-64; Kaczmarzyk i Kania, 2014].

1. Rozkładu empirycznego stóp zwrotu (metoda symulacji historycznej, podejście nieparametryczne).
2. Rozkładu teoretycznego stóp zwrotu (metoda wariancji-kowariancji, podejście parametryczne).
3. Rozkładu stóp zwrotu generowanego losowo na podstawie założeń o rozkładach teoretycznych (metody z grupy Monte Carlo, podejście parametryczne) [Jajuga, 2007, s. 102; Jorion, 2007, s. 108-113, 265-267].

W metodzie wariancji-kowariancji poziom bezpieczeństwa jest szacowany bezpośrednio jako wartość funkcji odwrotnej do funkcji dystrybuanty rozkładu teoretycznego wybranego dla stóp zwrotu (stanowiących zmienne losowe). Funkcja dystrybuanty $F(x)$ daje w wyniku wartość prawdopodobieństwa α , że zmienna X (w rozważanym przypadku stopa zwrotu z inwestycji finansowej) będzie mniejsza bądź równa zadanej wartości x (zadanej stopie zwrotu):

$$F(x) = P(X \leq x) = \alpha \quad (2)$$

Funkcja odwrotna $G(x)$ ⁴daje w wyniku wartość x (wartość stopy zwrotu) dla danego poziomu prawdopodobieństwa α na podstawie funkcji dystrybuanty $F(x)$:

$$G(\alpha) = G[P(X \leq x)] = G[F(x)] = x \quad (3)$$

Przedstawiony mechanizm jest najczęściej określany jako metoda inwersji lub odwracania funkcji dystrybuanty [Gałarek in., 2001, s. 37; Gentle, 2003, s. 102-103; Vose, 2008, s. 57-58; Korn, Korn i Kroisandt, 2010, s. 31-32]. Stosunkowo prostym sposobem ustalenia poziomu bezpieczeństwa jest wykorzystanie w obliczaniu wartości zagrożonej inwestycji finansowej funkcji odwrotnej dla funkcji dystrybuanty rozkładu normalnego [Jorion, 2007, s. 111]. Rozkłady empiryczne stóp zwrotu inwestycji finansowej mogą jednak wykazywać istotne rozbieżności względem rozkładu normalnego [Wilmott, 2006, s. 295-299; Hull 2011, s. 371]. Niedopasowanie rozkładu teoretycznego może natomiast być źródłem istotnych błędów obliczeniowych, prowadzących w konsekwencji do przeszacowania lub niedoszacowania ryzyka rynkowego.

Wybór innego, niż normalny, rozkładu teoretycznego do zobrazowania zachowania stóp zwrotu polega na jego dopasowaniu do rozkładu empirycznego. Jedną z metod są statystyki jakości dopasowania (*goodness of fit*) – statystyka chi-kwadrat (χ^2), Kołmogorowa-Smirnowa (*KS*) oraz Andersona-Darlinga (*AD*) [Vose, 2008, s. 290-294].

⁴ W zależności od rozkładu prawdopodobieństwa, różnorodne są metody obliczania wartości funkcji odwrotnych. Dla niektórych rozkładów prawdopodobieństwa możliwe jest wyznaczenie w sposób algebraiczny równania funkcji odwrotnej. Dla pozostałych konieczne jest zastosowanie metod numerycznych [Vose, 2008, s. 57].

Statystyka χ^2 (4) wskazuje jak bardzo teoretyczna częstość (O_i) różni się od częstości empirycznej (E_i). Wartość χ^2 pozostaje pod wpływem ustalonej liczby przedziałów klasowych N , co stanowi częsty zarzut adekwatności jej zastosowania [Levine i in., 2005, s. 461; Vose, 2008, s. 292].

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\{O(i) - E(i)\}^2}{E(i)} \quad (4)$$

$$E(i) = \{F(i_{max}) - F(i_{min})\} \cdot n,$$

gdzie:

χ^2 – wartość statystyki chi-kwadrat,

O_i – empiryczna częstość dla i -tego przedziału klasowego,

E_i – oczekiwana częstość dla i -tego przedziału klasowego,

N – liczba przedziałów klasowych,

$F(x)$ – funkcja dystrybuanty rozkładu teoretycznego,

i_{max} – górna granica przedziału klasowego,

i_{min} – dolna granica przedziału klasowego,

n – liczebność przedziału klasowego.

Statystyka KS (5) jest pozbawiona niedogodności charakterystycznej dla statystyki χ^2 , dotyczącej konieczności dobrania optymalnej liczby przedziałów klasowych, co w skrajnym przypadku może przesądzić o ostatecznym wyborze typu rozkładu teoretycznego. Statystyka KS jest bardziej wrażliwa na rozbieżności rozkładu teoretycznego względem rozkładu empirycznego w środkowych częściach rozkładów. Mankamentu⁵ tego jest pozbawiona statystyka AD , która kładzie większą wagę na rozbieżności w tzw. ogonach rozkładów (6) [Kole, Koedijk i Verbeek, 2007, s. 2409; Vose, 2008, s. 291-292].

$$KS = \max[|F_n(x) - F(x)|]$$

$$F_n(x) = \frac{i}{n}, \quad (5)$$

gdzie:

KS – wartość statystyki Kołmogorowa-Smirnowa,

i – skumulowana ranga dla i -tego punktu danych empirycznych,

n – liczba punktów danych empirycznych (historycznych stóp zwrotu).

⁵ Omawiana własność statystyki KS jest mankamentem z finansowego punktu widzenia. Szacowanie wartości zagrożonej ma na celu pozyskanie informacji o ekstremalnych stratach, które mogą zaistnieć w związku z zaangażowaniem kapitału w inwestycję finansową. Dopasowanie do tzw. ogonów rozkładu ma tutaj istotne znaczenie.

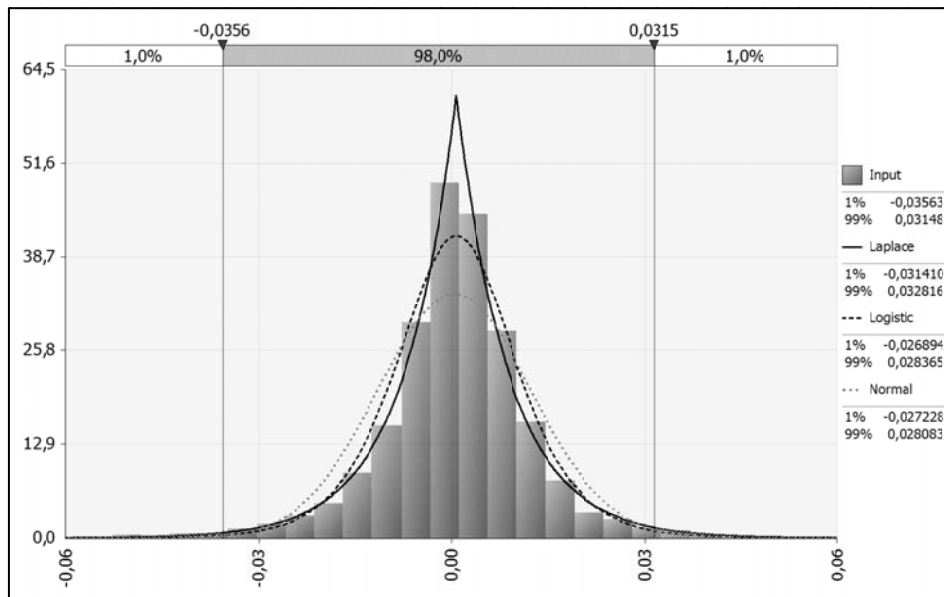
$$AD = \int_{-\infty}^{\infty} |F_n(x) - F(x)|^2 \Psi(x) f(x) dx \quad (6)$$

gdzie $\Psi(x) = \frac{n}{F(x)\{1-F(x)\}}$,

gdzie:

AD – wartość statystyki Andersona-Darlinga.

Dopasowanie rozkładu polega na znalezieniu takich parametrów rozkładu teoretycznego, które prowadzą do minimalizacji wartości wybranej statystyki [Vose, 2008, s. 284].



Rys. 1. Graficzny wynik dopasowania rozkładów teoretycznych do dziennych stóp zwrotu funduszu akcji CUPA w latach 2003-2013

Źródło: Opracowanie własne.

Dobór rozkładu powinien obejmować z zasady graficzną analizę rozważanych rozkładów teoretycznych, nałożonych na rozkład empiryczny (rys. 1). Subiektywne uzupełnienie obiektywnych informacji dostarczanych przez statystyki dopasowania pozwala uniknąć przyjmowania niewłaściwych założeń, co w szczególności powinno dotyczyć ogonów rozkładów.

2. Analiza odwzorowania strat ekstremalnych przy wykorzystaniu teoretycznych rozkładów stóp zwrotu na przykładzie tytułów uczestnictwa w funduszach inwestycyjnych

W badaniu uwzględniono 40 funduszy inwestycyjnych aktywnie uczestniczących w polskim rynku kapitałowym w okresie od 16.10.2003 r. do 18.10.2013 r. W procesie dopasowania rozkładów rozważono rozkłady Laplace'a, logistyczny, normalny, Weibulla oraz rozkład wartości ekstremalnej. Statystyki *KS* i *AD* dały zbieżne wyniki dla 37 funduszy. Pozostałe 3 fundusze wykluczono z analizy.

Tabela 1. Wynik dopasowania rozkładów teoretycznych według statystyk *KS* i *AD*

L.p.	Fundusz / Indeks	Typ*	Według <i>KS</i>			Według <i>AD</i>		
			Laplace	logistic	normalny	Laplace	logistic	normalny
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	WIG	Indeks	0,019	0,025	0,063	1,532	3,790	21,929
2	ARDS	A	0,025	0,028	0,074	2,541	5,359	28,451
3	CUPA	A	0,019	0,035	0,081	1,277	7,441	34,030
4	DWAK	A	0,016	0,029	0,069	0,860	5,405	26,790
5	KH2A	A	0,018	0,024	0,061	1,658	3,232	20,825
6	MIAK	A	0,025	0,027	0,065	1,982	3,975	21,961
7	SEB3	A	0,020	0,032	0,075	1,680	5,423	28,308
8	PIO3	A	0,021	0,035	0,075	1,588	6,717	33,738
9	PKCA	A	0,021	0,034	0,075	2,038	7,040	35,267
10	PZUK	A	0,019	0,027	0,068	1,804	4,422	23,572
11	SKAA	A	0,025	0,029	0,066	1,848	4,553	21,379
12	UNIA	A	0,018	0,030	0,067	1,599	4,179	21,631
13	ARFI	SW	0,033	0,049	0,084	1,986	6,360	33,587
14	CUSI	SW	0,021	0,042	0,087	1,588	8,800	41,168
15	DWEM	SW	0,047	0,053	0,078	2,709	7,560	34,176
16	W3FF	SW	0,023	0,028	0,066	1,626	3,612	22,771
17	KHSE	SW	0,019	0,025	0,055	1,517	2,683	18,499
18	ARLU	SW	0,022	0,034	0,080	1,731	4,984	28,559
19	EFZA	SW	0,025	0,032	0,070	2,596	5,570	29,183
20	PKCP	SW	0,026	0,036	0,087	2,405	8,922	40,976
21	PZUM	SW	0,025	0,029	0,066	2,486	3,640	20,065
22	SEB4	SW	0,034	0,072	0,120	4,708	21,566	65,099
23	SKAF	SW	0,019	0,028	0,062	2,239	4,066	19,470
24	ARMS	ZW	0,026	0,036	0,083	1,932	7,031	35,746
25	DWZR	ZW	0,019	0,032	0,074	1,310	5,870	29,478
26	KBAK	ZW	0,023	0,026	0,064	1,702	3,629	22,596
27	MIZR	ZW	0,025	0,027	0,062	2,204	3,582	19,919
28	SEB1	ZW	0,021	0,037	0,077	2,080	6,662	29,951
29	PIO1	ZW	0,025	0,036	0,080	1,533	7,546	36,897
30	PKCZ	ZW	0,024	0,034	0,076	2,237	6,875	35,165

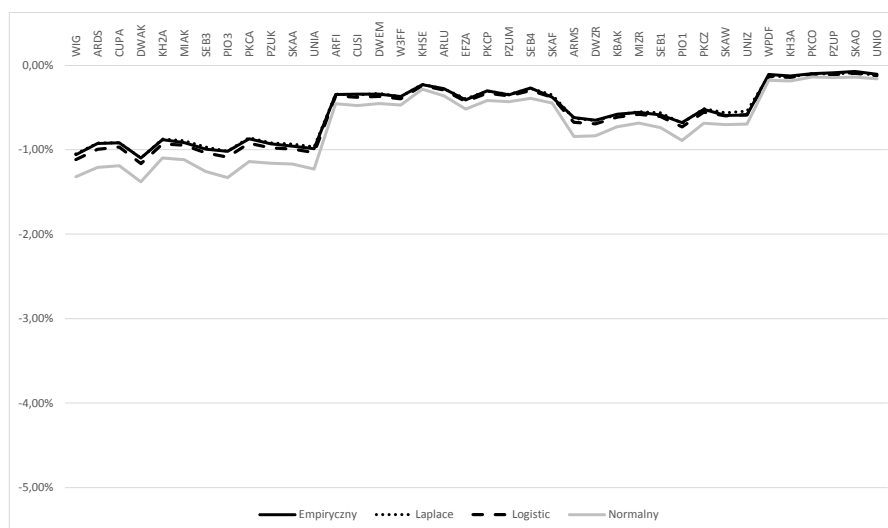
cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
31	SKAW	ZW	0,020	0,031	0,065	1,785	4,479	20,210
32	UNIZ	ZW	0,020	0,032	0,071	2,529	3,746	19,770
33	DWDP	DŁ	0,023	0,038	0,100	1,950	7,135	–
34	GTOS	DŁ	0,078	–	0,292	–	–	–
35	WPDF	DŁ	0,034	0,062	0,115	3,936	20,087	71,246
36	KH3A	DŁ	0,020	0,040	0,094	1,250	9,118	49,195
37	PKCO	DŁ	0,021	0,040	0,082	0,580	7,372	39,157
38	PZUP	DŁ	0,042	0,064	0,107	3,734	19,371	63,198
39	INV P	DŁ	–	0,142	–	–	34,195	–
40	SKAO	DŁ	0,051	0,078	0,137	9,526	32,471	104,263

*A – akcji, SW – stabilnego wzrostu, ZW – zrównoważone, DŁ – dłużne.

Źródło: Opracowanie własne.

W rankingu dopasowania największą dokładność w odzwierciedlaniu rozkładu empirycznego uzyskały kolejno rozkład Laplace'a, logistyczny i normalny, zarówno według statystyki *KS*, jak i *AD* dla wszystkich spośród 37 funduszy (tabela 1). Dla poziomów bezpieczeństwa zachodzących z 15% poziomem prawdopodobieństwa, każdy z wymienionych rozkładów teoretycznych zawyżał potencjalną stratę. Rozkład Laplace'a przeszacowywał stopę straty o przeciętnie 0,82%, podczas gdy rozkłady logistyczny i normalny zawyżały ją przeciętnie o odpowiednio 7,69% i 32,65% (rys. 2). Zastosowanie rozkładu normalnego prowadziłoby zatem do przeszacowania ryzyka mierzonego wartością zagrożoną inwestycji.



Rys. 2. Dokładność teoretycznych poziomów bezpieczeństwa dla 15% poziomu prawdopodobieństwa na podstawie danych dziennych funduszy inwestycyjnych

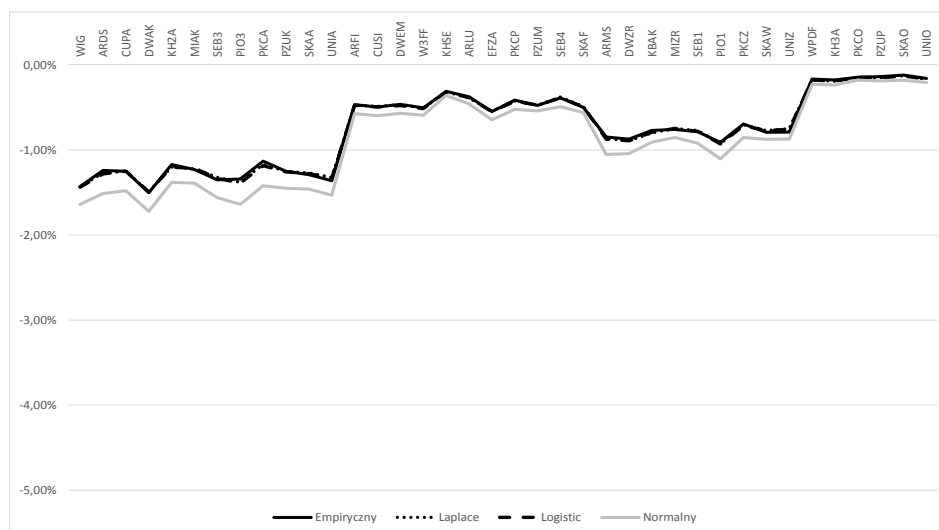
Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku 10% poziomu prawdopodobieństwa najlepiej dopasowany rozkład Laplace'a potwierdza największą zbieżność w odzwierciedlaniu poziomu bezpieczeństwa w zestawieniu z rozkładem empirycznym, zawiżając stopę straty przeciętnie o 1,24% w grupie rozważanych funduszy inwestycyjnych. Podobny rezultat uzyskał rozkład logistyczny, zawiżając niekorzystny wynik przeciętnie o 1,73%. W przypadku rozkładu normalnego – podobnie jak z 15% poziomem prawdopodobieństwa – doszło do znacznego przeszacowania ryzyka. Ewentualna stopa straty została przeciętnie zawiżona o 21,03% (rys. 3).

Sytuacja wygląda nieco inaczej w przypadku poziomów bezpieczeństwa wyznaczonych przy 5% poziomie prawdopodobieństwa. Rozkład Laplace'a oraz rozkład logistyczny zaniżały stopę straty względem rozkładu empirycznego przeciętnie o -2,93% oraz -9,13%. Rozkład normalny konsekwentnie zawiżał natomiast stratę o 2,47% (rys. 4).

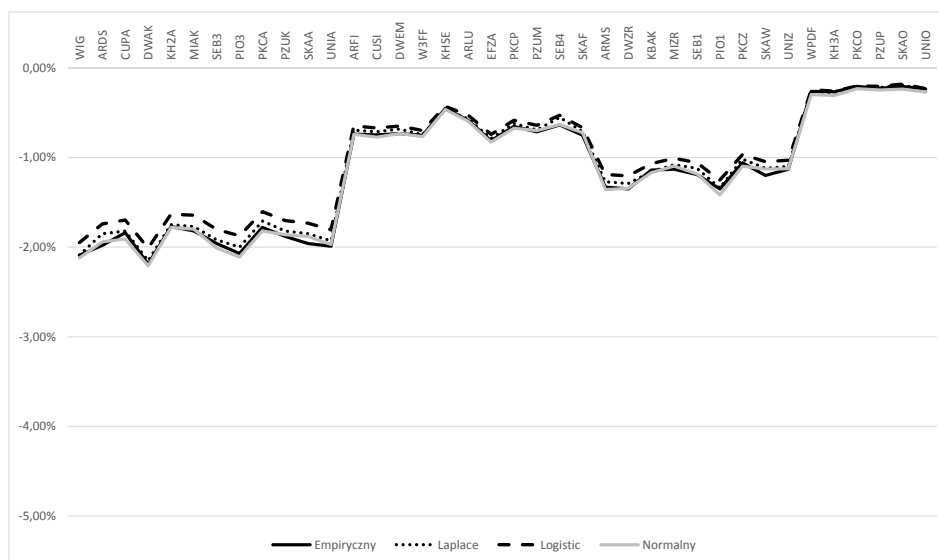
Żaden z najlepiej dopasowanych rozkładów teoretycznych nie odzwierciedlił historycznych strat ekstremalnych zachodzących z 1% poziomem prawdopodobieństwa. Rozkład Laplace'a, logistyczny i normalny zaniżały ewentualną stopę straty o odpowiednio -11,94%, -22,56% i -21,87% (rys. 5).

Analiza przyjętych w badaniach poziomów prawdopodobieństwa (1%, 5%, 10% i 15%) pozwala stwierdzić, iż rozkład Laplace'a, wykazujący najwierniejsze dopasowanie według statystyk *KS* i *AD*, dawał znacznie bliższe rozkładowi empirycznemu wyniki, niż pozostałe rozkłady, ze szczególnym wskazaniem na rozbieżności powstające przy zastosowaniu rozkładu normalnego.



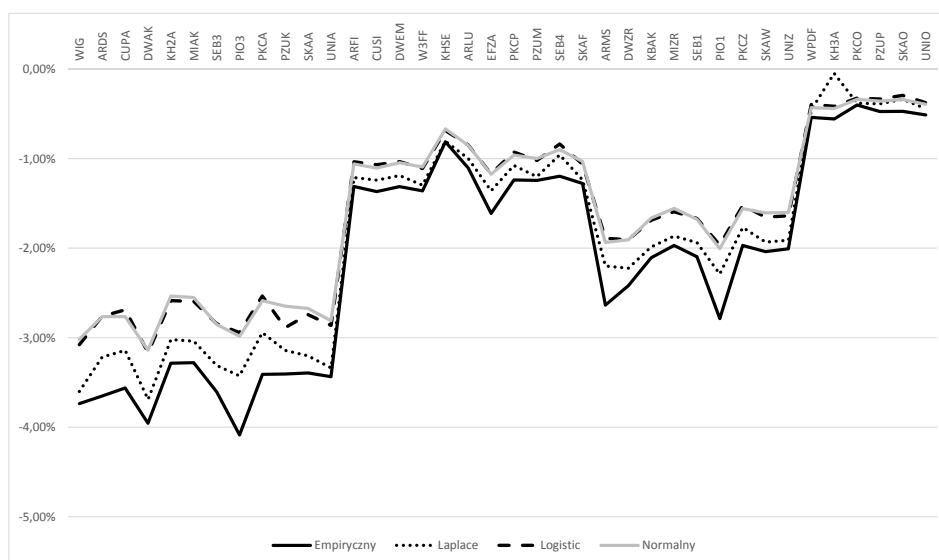
Rys. 3. Dokładność teoretycznych poziomów bezpieczeństwa dla 10% poziomu prawdopodobieństwa na podstawie danych dziennych funduszy inwestycyjnych

Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 4. Dokładność teoretycznych poziomów bezpieczeństwa dla 5% poziomu prawdopodobieństwa na podstawie danych dziennych funduszy inwestycyjnych

Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 5. Dokładność teoretycznych poziomów bezpieczeństwa dla 1% poziomu prawdopodobieństwa na podstawie danych dziennych funduszy

Źródło: Opracowanie własne.

Bezkrytyczne przyjmowanie założenia o rozkładzie normalnym może w konsekwencji prowadzić do znacznych rozbieżności względem rozkładu empirycznego, a tym samym do przeszacowania lub niedoszacowania ryzyka. Stąd sugerowane często w literaturze stosowanie specjalnych rozkładów teoretycznych do modelowania samych strat ekstremalnych. Należy podkreślić, iż zaobserwowane prawidłowości potwierdziły się niezależnie od klasy ryzyka funduszy inwestycyjnych branż pod uwagę w badaniach.

Podsumowanie

Zastosowanie rozkładu teoretycznego prowadzącego do przeszacowania ryzyka nie stanowi niebezpieczeństwa dla podmiotu gospodarczego i jedynie zawyża ewentualną rezerwę finansową. Najistotniejszą konsekwencją zawyżenia zabezpieczenia jest wówczas ograniczenie płynności. Zawyżenie potencjalnej straty prowadzi również do zwiększenia awersji do ryzyka podmiotu gospodarczego i wyważenia decyzji inwestycyjnych. Zgodnie z powyższym, niedoszacowanie ryzyka wiąże się ze znacznie poważniejszymi konsekwencjami. Dążenie do dokładności w szacowaniu ryzyka jest zatem działaniem co najmniej pożądanym.

Dobranie odpowiedniego rozkładu może ograniczać skalę błędów w szacowaniu zagrożenia. W metodzie wariacji-kowariancji błąd powstaje bezpośrednio. W metodach symulacyjnych Monte Carlo teoretyczne rozkłady są zmienionymi wejściowymi modelami, pośrednio wpływając na ewentualne błędy, czyli niedoszacowanie lub przeszacowanie ryzyka rynkowego. Dodatkowym źródłem ryzyka staje się wówczas jakość modelu finansowego⁶, zaliczana z reguły do ryzyka operacyjnego.

Literatura

- Alexander C. (2008), *Value-At-Risk Models*, John Wiley & Sons, West Sussex.
- Best P. (2000), *Wartość narażona na ryzyko*, Wydawnictwo Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Gątarek D., Maksymiuk R., Krysiak M., Witkowski Ł. (2001), *Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym*, Wydawnictwo WIG-Press, Warszawa.
- Gentle J. (2003), *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, Springer Science+Business Media, New York.

⁶ Szerzej o tzw. ryzyku modelu w: [Jajuga, 2007, s. 69-70].

- Hull J.C. (2011), *Zarządzanie ryzykiem instytucji finansowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Jajuga K. (2007), *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Jorion P. (2007), *Value At Risk*, Third Edition, McGraw Hill, Singapore.
- Kaczmazzyk J. (2013), *A Subjective Approach in Risk Modelling Using Simulation Techniques*, [w:] M. Kosmala-Wieczorek, K. Znaniecka (red.), *Risk Perception in Financial and Non-financial Entities*, Wydawnictwo UE, Katowice.
- Kaczmazzyk J., Kania P. (2010a), *Wartość zagrożona agresywnych funduszy inwestycyjnych*, [w:] B. Filipiak, M. Dylewski (red.), *Ryzyko w finansach i bankowości*, Difin, Warszawa.
- Kaczmazzyk J., Kania P. (2010b), *Ocena wartości zagrożonej kapitału emerytalnego na przykładzie otwartych funduszy emerytalnych*, „Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu”, nr 26.
- Kaczmazzyk J., Kania P. (2014), *Dochodowość i ryzyko działalności lokacyjnej funduszy emerytalnych a prognozowanie wartości kapitału emerytalnego*, „Studia Ekonomiczne Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach”, nr 198.
- Kole E., Koedijk K., Verbeek M. (2007), *Selecting Copulas for Risk Management*, „Journal of Banking and Finance”, Vol. 31.
- Korn R., Korn E., Kroisandt G. (2010), *Monte Carlo Methods and Models in Finance and Insurance*, Chapman & Hall, Boca Raton.
- Levine D.M., Stephan D., Krehbiel T.C., Berenson M.L. (2005), *Statistics for Managers Using Microsoft® Excel*, Fourth Edition, Pearson Prentice-Hall, New Jersey.
- Vose D. (2008), *Risk Analysis. A Quantitative Guide*, John Wiley & Sons, West Sussex.
- Wilmott P. (2006), *Paul Wilmott on Quantitative Finance. Volume 1*, John Wiley & Sons, West Sussex.

THEORETICAL PROBABILITY DISTRIBUTIONS IN IDENTIFICATION OF EXTREME LOSSES ON CORPORATE INVESTMENT ACTIVITY

Summary: The investment activity of economic entities is rational if undertaken decisions (in terms of free financial resources allocation) are preceded by possibly most accurate market risk measurement. Especially when it comes to measurement of market risk using value at risk approach. Some of extreme risk measurement methods assume normal probability distribution of returns. The consequence of such assumption can be over- or underestimation of risk. The aim of the paper is to consider the use of another than normal probability distributions. The authors assume that using another distribution may lead to more convenient results of risk measurement. The research bases on the analysis of the simple return rates of Polish investment funds in 2003-2013.

Keywords: risk, corporate finance, Value at Risk.