Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe
Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach
ISSN 2083-8611 Nr 242 · 2015

Ekonomia 3

Agnieszka Przybylska-Mazur

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Ekonomii
Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii
agnieszka.przybylska-mazur@ue.katowice.pl

WYBRANE SPOSOBY MODELOWANIA KRZYWEJ DOCHODOWOŚCI

Streszczenie: Stopy procentowe są ważnym wskaźnikiem branym pod uwagę przy ocenie efektywności i stabilności inwestycji na rynku finansowym. Modele wykorzystujące krzywą dochodowości są narzędziami pomocnymi przy ocenie kształtowania stóp procentowych. Jednak występuje problem z wyborem optymalnego sposobu oszacowania krzywej dochodowości. W artykule zestawiono najczęściej stosowane sposoby modelowania krzywej, czyli model Nelsona i Siegela oraz model Svenssona, z alternatywnym sposobem konstrukcji krzywej dochodowości – z konstrukcją krzywej swapowej.

Słowa kluczowe: krzywa dochodowości, model Nelsona i Siegela, model Svenssona, konstrukcja krzywej swapowej.

Wprowadzenie

Ważnym wskaźnikiem branym pod uwagę przy ocenie efektywności i stabilności inwestycji na rynku finansowym są stopy procentowe. Wysokość stóp procentowych może być rozumiana jako realny koszt pieniądza, czyli jego cena w gospodarce. Narzędziami pomocnymi przy ocenie kształtowania stóp procentowych są modele wykorzystujące krzywą dochodowości. Jednak występuje problem z wyborem optymalnego sposobu oszacowania krzywej dochodowości. Najczęściej stosowanymi sposobami modelowania krzywej dochodowości ze względu na prostą postać analityczna modelu i możliwość interpretacji ekonomicznej parametrów modelu są model Nelsona i Siegela oraz model Svenssona. Jednakże model Nelsona–Siegela cechuje się małą elastycznością, natomiast model Svenssona, chociaż posiada większą elastycznością, często traci stabilność. Dlatego te dwa modele w pracy zestawiono z alternatywnym sposobem konstrukcji krzywej dochodowości – z konstrukcją krzywej swapowej.

Celem pracy było zaprezentowanie wybranych sposobów modelowania krzywej dochodowości. Szczególną uwagę zwrócono na zaprezentowanie problemu konstrukcji krzywej dochodowości na przykładzie krzywej swapowej.

1. Krzywa dochodowości – podstawowe pojęcia

Na początku przytoczono podstawowe pojęcia związane z krzywą dochodowości.

W celu dyskontowania przyszłych przepływów jest konieczna konstrukcja krzywej dochodowości. Struktura terminowa stóp procentowych wyraża relację między rentownością instrumentów o tym samym ryzyku kredytowym, ale o różnych zapadalnościach. W literaturze występują różne definicje struktury terminowej stóp procentowych. S. Sundaresan [1997, s. 176] definiuje ją jako relację między stopą wolnych od ryzyka instrumentów zerokuponowych, a ich zapadalnością, ograniczając pojęcie krzywej jedynie do instrumentów emitowanych przez Skarb Państwa. M. Choudhry [2004, s. 55] odnosi pojęcie struktury terminowej stóp procentowych tylko do stóp instrumentów zerokuponowych.

W pracy krzywą dochodowości definiuje się jako funkcję

$$t \to P(t,T), \tag{1}$$

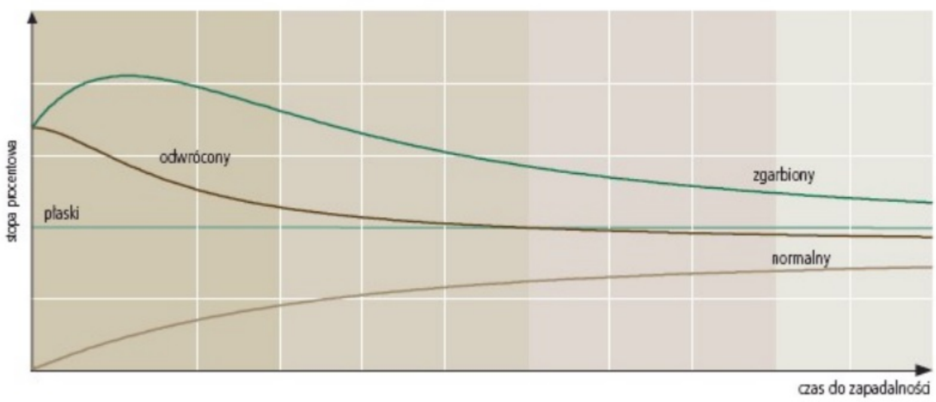
gdzie:
$P(t,T)$ jest wartością w chwili t hipotetycznej obligacji zerokuponowej o momencie zapadalności T i wartości 1, czyli jest to wartość w chwili t przepływu pieniężnego o wartości 1, który odbędzie się w momencie T.

Struktura terminowa stóp procentowych ujmuje wpływ szerokiej gamy czynników determinujących poziom stóp procentowych. W krótkim horyzoncie, w przypadku krótkoterminowych stóp procentowych, ważną rolę odgrywa polityka pieniężna banku centralnego – polityka stopy procentowej, jak również popyt i podaż na środki płynne odzwierciedlające bieżącą sytuację na rynku pieniężnym. Czynnikami determinującymi poziom stóp w długim okresie są przede wszystkim oczekiwania rynkowe dotyczące szacowanej inflacji oraz decyzji monetarnych.

Wykres krzywej dochodowości jest graficznym odwzorowaniem terminowej struktury stóp procentowych.

Porównanie modelowego rozkładu stóp procentowych wyznaczonych na podstawie krzywej dochodowości z rzeczywistymi wartościami stóp procentowych kształtującymi się na rynku finansowym lub z prognozowanymi stopami procentowymi wyznaczonymi innymi metodami może stanowić podstawę do podejmowania optymalnych decyzji inwestycyjnych. Inwestorzy szacują krzywe dochodowości, aby na ich podstawie znaleźć aktywa w danym momencie niedowartościowane, w celu ich zakupu i przewartościowane, w celu ich sprzedaży. Ponadto, analiza zachowania się krzywej dochodowości na zmiany stóp procentowych ustalonych przez bank centralny może być pomocna przy ocenie wiarygodności polityki pieniężnej. Banki oraz inne instytucje finansowe wyznaczają dziennie wiele krzywych dochodowości, aby na ich podstawie wycenić swoje portfele uwzględniając przy tym warunki panujące na rynku. Krzywa dochodowości przedstawiająca zależność między stopami spot i forward zawiera informacje, co inwestorzy w danej chwili sądzą o przyszłości. W związku z tym krzywa dochodowości jest pomocna bankom centralnym do szacowania oczekiwań dotyczących aktualnie prowadzonej polityki pieniężnej.

Możemy wyróżnić cztery podstawowe rodzaje (kształty) krzywej dochodowości:
1) normalną,
2) płaską,
3) odwróconą,
4) zgarbioną.



Rys. 1. Podstawowe rodzaje krzywych dochodowości

Źródło: [Świętoń, 2002].

W praktyce najczęściej krzywa dochodowości jest krzywą normalną, czyli stopa procentowa rośnie wraz ze wzrostem długości okresu do wykupu. Gdy krzywa dochodowości jest krzywą normalną, to świadczy to o dobrym stanie gospodarki.

Przy konstrukcji krzywej dochodowości trzeba mieć na uwadze, że należy ją tworzyć dla instrumentów dłużnych posiadających ten sam poziom niewypłacalności emitenta. Analizę struktury terminowej stóp procentowych, czyli teoretyczną strukturę implikowanych stóp forward można przeprowadzić na podstawie stóp natychmiastowych (stopy lokat międzybankowych, bonów i obligacji skarbowych) oraz na podstawie stóp forward (instrumenty pochodne oparte na stopie procentowej).

2. Podstawy konstrukcji krzywej dochodowości

Bardzo często stosowanym w praktyce, przede wszystkim przez wiele banków centralnych, np. Belgii, Finlandii, Francji, Niemiec Włoch, Norwegii, Hiszpanii, Szwecji i Szwajcarii, sposobem modelownia krzywej dochodowości, czyli konstrukcji funkcji ciągłej opartej na istniejących dyskretnych danych historycznych, jest modelowanie wykorzystujące model Nelsona–Siegela oraz model Svenssona. Podstawową zaletą takiego podejścia do modelowania jest prosta postać analityczna modelu, który posiada niewielką liczbę parametrów i duża elastyczność i możliwość interpretacji ekonomicznej parametrów tych modeli. Poniżej przestawimy postacie obu modeli.

Niech $P(t,T)$ oznacza cenę instrumentu o zapadalności w chwili $T > 0$ wyznaczoną w momencie t, $t \leq T$. Czas t oznacza tym samym moment konstrukcji krzywej. Ponadto, zakładamy, że przeprowadzana jest kapitalizacja ciągła.

2.1. Model Nelsona–Siegela

Funkcja opisująca zależność między chwilową stopą forward wyznaczaną przy kapitalizacji ciągłej i czasem do wykupu jest następującej postaci:

$$f(T,\Theta) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\frac{T}{t}} + \beta_2 \cdot \frac{T}{t} \cdot e^{-\frac{T}{t}}, \tag{2}$$

gdzie: $\Theta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, t)$ jest wektorem parametrów modelu.

Na podstawie wyliczonych chwilowych stóp forward można wyznaczyć implikowane stopy natychmiastowe (stopy spot) przy przeprowadzaniu kapitalizacji ciągłej i przy terminie zapadalności T korzystając z następującego wzoru:

$$\frac{\int f(T,\Theta)dT}{T} = i(T,\Theta) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T}{t}}}{\frac{T}{t}} - \beta_2 \cdot e^{-\frac{T}{t}}$$

Parametr β_0 przedstawia poziom stopy długoterminowej o bardzo odległym terminie zapadalności, suma parametrów $\beta_0 + \beta_1$ odzwierciedla poziom chwilowej stopy spot i często jest interpretowana jako przybliżenie jednodniowej stopy overnight.

2.2. Model Svenssona

Model Svenssona jest rozwinięciem modelu Nelsona–Siegela. Ten model przedstawia chwilową stopę forward jako funkcję parametrów β_0, β_1, β_2, β_3, t_1, t_2:

$$f(T,\Phi) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\frac{T}{t_1}} + \beta_2 \cdot \frac{T}{t_1} \cdot e^{-\frac{T}{t_1}} + \beta_3 \cdot \frac{T}{t_2} \cdot e^{-\frac{T}{t_2}}, \qquad (3)$$

gdzie: $\Phi = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, t_1, t_2)$ jest wektorem parametrów modelu.

Wówczas również na podstawie wyliczonych chwilowych stóp forward można wyznaczyć implikowane stopy natychmiastowe (stopy spot) przy przeprowadzaniu kapitalizacji ciągłej i przy terminie zapadalności T wykorzystując następujący wzór:

$$\frac{\int f(T,\Phi)dT}{T} = i(T,\Phi) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T}{t_1}}}{\frac{T}{t_1}} - \beta_2 \cdot e^{-\frac{T}{t_1}} + \beta_3 \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{T}{t_2}}}{\frac{T}{t_2}} - e^{-\frac{T}{t_2}} \right). \qquad (4)$$

Wyznaczenie zerokuponowej krzywej dochodowości sprowadza się do takiego doboru parametrów związanych z modelem Nelsona–Siegela lub modelem Svenssona, aby wyznaczyć minimum następującego wyrażenia:

$$\Psi(P) = \sum_{j=1}^{k} (P_j - \hat{P}_j)^2, \qquad (5)$$

gdzie: P_j – cena rzeczywista j-tego instrumentu, $j = 1,2, \ldots , k$,
$\hat{P}_j$ – cena rzeczywista j-tego instrumentu, $j = 1,2, \ldots , k$.

Wówczas stosuje się numeryczne metody poszukiwania minimum. Jednak stosowane metody nie gwarantują znalezienia minimum globalnego. Ponadto ważną rolę odgrywa w praktyce dobór warunków początkowych nakładanych w procesie estymacji wektora parametrów.

Pomimo prostoty zaprezentowanych powyżej modeli parametrycznych należy zaznaczyć, że model Nelsona–Siegela nie cechuje się nadmierną elastycznością, natomiast model Svenssona często traci stabilność, co implikuje, że niewielkim zmianom rentowności instrumentów długoterminowych towarzyszą znaczne wahania stóp krótkoterminowych, nieadekwatne do faktycznej sytuacji na rynku. Rozszerzając model Nelsona–Siegela, Svensson uzyskał większą elastyczność szacowanej krzywej, ale kosztem stabilności.

2.3. Konstrukcja krzywej dochodowości na przykładzie krzywej swapowej

Należy zwrócić uwagę na problem dostępności danych. Jest on bardzo ograniczony, ponieważ brakuje powszechnego na rynkach rozwiniętych zwyczaju konstruowania stawek referencyjnych dla praktycznie każdego płynnego segmentu rynku. Krzywą swapową najwygodniej byłoby tworzyć tylko na podstawie depozytów międzybankowych. Jednak dla dalszych terminów zapadalności depozyty międzybankowe nie istnieją lub nie są płynne. Jedynym źródłem danych mogą stać się kwotowania banków komercyjnych, które nie są powszechnie dostępne. Niedostatek danych, ich subiektywny dobór, który może nie odzwierciedlać aktualnego stanu rynku, są dodatkowymi elementami zakłócającymi proces szacowania krzywej. Z tego powodu jest konieczne wykorzystanie innych instrumentów kwotowanych na rynku, które cechuje wysoka płynność. Należy mieć na uwadze również fakt, aby ich ceny odczytane z rynku oddawały ich faktyczną wartość. Z tego powodu krzywą swapową dzieli się na trzy odcinki, odpowiadające krótkiemu, średniemu i długiemu terminowi. Przy wyznaczeniu każdego z nich są wykorzystywane instrumenty innego typu.

W pierwszej części, czyli w tak zwanym krótkim końcu krzywej swapowej, który obejmuje okres od 0 do 3 miesięcy, wykorzystuje się stopy depozytów. Mogą to być stopy depozytów jednodniowych, dwudniowych oraz jedno-, dwu- i trzymiesięcznych.

W drugiej części, czyli w tzw. środkowym obszarze krzywej, który obejmuje okres od 3 miesięcy do 1 roku, korzysta się z kontraktów ustalających stopę procentową. Na rynku europejskim do konstrukcji tej części krzywej wykorzystywane są kontrakty FRA (Forward Rate Agreement).

W ostatniej, trzeciej części krzywej, czyli na tzw. długim końcu krzywej swapowej, który obejmuje okresy dalsze niż 1 rok, danymi wejściowymi są kontrakty wymiany stopy procentowej, czyli tzw. IRS (*interest rate swap*). Na podstawie tych kontraktów konstruuje się krzywą nawet do okresu 30 lat.

Poniżej krótko opisano sposób konstrukcji poszczególnych odcinków krzywej swapowej.

2.3.1. Konstrukcja krótkiego końca krzywej swapowej

Wartości dla punktów z pierwszej części krzywej swapowej możemy obliczyć na podstawie oprocentowania depozytów korzystając z następującego wzoru:

$$P_{t_0}(T) = \frac{1}{1 + i(t_0, T) \cdot \Delta(t_0, T)}, \tag{6}$$

gdzie: $i(t_0, T)$ – oprocentowanie lokaty na termin od t_0 do T,

$\Delta(t_0, T)$ – długość odcinka czasu od t_0 do T.

Zatem na podstawie powyższego wzoru można obliczyć jaką kwotę należy ulokować w momencie t_0, aby w momencie T otrzymać kwotę w wysokości 1.

2.3.2. Konstrukcja środkowego obszaru krzywej swapowej

Wartości dla punktów z środkowego obszaru krzywej swapowej możemy obliczyć na podstawie kontraktu FRA korzystając z następującego wzoru:

$$P_{t_0}(T_{i+1}) = P_{t_0}(T_i) \cdot \frac{1}{1 + i_{FRA}(T_i, T_{i+1}) \cdot \Delta(T_i, T_{i+!})}, \tag{7}$$

gdzie: $i_{FRA}(T_i, T_{i+1})$ oznacza stopę kontraktu FRA o wartości bieżącej zero na okres od T_i do T_{i+1}.

Odwrotność prawej strony powyższego wzoru odpowiada ulokowaniu kwoty 1 na termin od t_0 do T_i i jednoczesnemu zawarciu kontraktu FRA na okres od T_i do T_{i+1}.

2.3.3. Konstrukcja długiego końca krzywej swapowej

Wartości dla punktów z długiego końca krzywej swapowej możemy obliczyć na podstawie kontraktu IRS korzystając z następującego wzoru:

$$P_{t_0}(T_n) = \frac{1 - i_{IRS} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \Delta(T_i, T_{i+!}) \cdot P_{t_0}(T_i)}{1 + i_{IRS} \cdot \Delta(T_{n-1}, T_n)}, \tag{8}$$

gdzie: i_{IRS} oznacza stopę kontraktu IRS.

Zatem, jeżeli są znane wartości krzywej dochodowości dla wszystkich punktów T_i dla $i < n$, to na podstawie powyższego wzoru można obliczyć wartość w punkcie T_n. Jednak wartości krzywej dochodowości w punktach T_i dla $i < n$ często nie są znane. W związku z tym, stosuje się metodę kolejnych przybliżeń, która polega na wybraniu dowolnych wartości dla nieznanych $P_{t_0}(T_i)$ dla $i < n$ i wykonaniu pętli następujących czynności:

1) obliczeniu $P_{t_0}(T_n)$ z powyższego wzoru,
2) zapomnieniu nieznanych $P_{t_0}(T_i)$ dla $i < n$,
3) wykorzystaniu wybranej metody interpolacji do wyznaczenia wartości w punktach zapomnianych w kroku 2) z pozostałych punktów, czyli znanych $P_{t_0}(T_i)$ dla $i < n$ oraz $P_{t_0}(T_n)$ wyznaczonego w kroku 1.

Kroki 1)-3) są wykonywane do momentu, gdy zostanie osiągnięty przyjęty warunek stopu, np. gdy zmiany wartości $P_{t_0}(T_n)$ będą wystarczająco małe.

2.3.4. Interpolacja

Przedstawiony powyżej sposób konstrukcji krzywej dochodowości na przykładzie krzywej swapowej pozwala na uzyskanie wartości krzywej dochodowości w określonych punktach. Aby można było mówić o krzywej dochodowości należy posiadać również wartości we wszystkich punktach pośrednich. W tym celu trzeba skorzystać z interpolacji. Istnieje wiele jej metod, a wybór właściwej jest uzależniony od tego, jakich własności oczekuje się od krzywej interpolującej. Krzywa otrzymana w wyniku interpolacji powinna niewiele różnić się od aktualnej krzywej, którą przybliżamy (jeżeli taka krzywa istnieje). Ponadto, krzywa powinna mieć własność lokalności, co oznacza, że jeżeli zmienimy o niewielką wartość dane wejściowe, to zmiana w krzywej interpolującej będzie widoczna tylko w otoczeniu zmienionego punktu, a nie wpłynie w dużym stopniu na jej kształt. Krzywą chwilowych stóp forward powinna również cechować stabilność, czyli aby wahania wspomnianej krzywej między dwoma danymi do interpolacji punktami nie były za duże.

Istotny wpływ na decyzję dotyczącą wyboru metody interpolacji ma również szereg czynników związanych z posiadanymi przez nas danymi. Ilość danych punktów, odległości pomiędzy nimi oraz ich stopień skupienia dostarczają argumentów za przyjęciem lub odrzuceniem danej metody interpolacji. Hagan i West przedstawiają w swojej pracy szereg różnych bardziej lub mniej popularnych metod służących interpolacji krzywej.

Poniżej zaprezentowano jeden wybrany sposób interpolacji krzywej dochodowości, zwany forward monotone convex spline, na podstawie którego można otrzymać krzywą o zaprezentowanych wcześniej własnościach.

Niech $0 = t_0 = t_1 = ... = t_n$ będą danymi momentami czasowymi oraz załóżmy, że dla każdego t_i mamy daną wartość f_i^d. Przybliżymy krzywą chwilowych stóp forward. Do interpolacji wykorzystamy zmodyfikowane wartości f_i w punktach t_i. W tym celu rozszerzymy dla $i = 1,2,\ldots,n$ wartość f_i^d na przedział (t_{i-1}, t_i) i określimy nową stopę forward za pomocą następujących wzorów:

$$f_i = \frac{t_i - t_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} + \frac{t_{i+1} - t_i}{t_{i+1} - t_{i-1}} \text{ dla } i = 1,2,\ldots,n-1$$

$$f_0 = f_1^d - \tfrac{1}{2}(f_1 - f_1^d)$$

$$f_n = f_n^d - \tfrac{1}{2}(f_{n-1} - f_n^d).$$

Ponadto funkcja interpolująca powinna spełniać następujące własności:

$$f(t_{i-1}) = f_{i-1}, \quad f(t_i) = f_i, \quad \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(t)dt = f_i^d .$$

Zatem przyjmując, że funkcja interpolująca jest stopnia niewiększego od 2, otrzymujemy, że dla każdego $t \in [t_{i-1}, t_i)$ funkcja interpolująca ma następującą postać:

$$\begin{aligned} f(t) &= (1 - 4 \cdot x(t) + 3 \cdot (x(t))^2) \cdot f_{i-1} + \\ &+ (2 \cdot x(t) + 3 \cdot (x(t))^2) \cdot f_i + (6 \cdot x(t) - 6 \cdot (x(t))^2) \cdot f_i^d, \end{aligned}$$

gdzie $x(t) = \dfrac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$.

Tak otrzymana funkcja stanowi bazę, którą wykorzystujemy do budowy funkcji interpolującej o pożądanych własnościach. Aby funkcja interpolująca była monotoniczna i wypukła względem danych wejściowych należy wprowadzić kilka dodatkowych warunków. W tym celu, przy założeniach:

$$g(t_{i-1}) = g_{i-1},\ g(t_i) = g_i,\ \int_{t_{i-1}}^{t_i} g(t)dt = 0,$$

dla funkcji $g(t) = f(t) - f_i^d = g_{i-1} \cdot (1 - 4 \cdot x + 3 \cdot x^2) + g_i \cdot (-2 \cdot x + 3 \cdot x^2)$ określamy cztery obszary wynikające z analizy jej zachowania, przeprowadzonej przez Hagana i Westa:

I. $g_{i-1} > 0,\ -\frac{1}{2} g_{i-1} \geq g_i \geq -2g_{i-1}$ oraz

$g_{i-1} < 0,\ -\frac{1}{2} g_{i-1} \leq g_i \leq -2g_{i-1}$.

II. $g_{i-1} > 0,\ g_i < -2g_{i-1}$ oraz $g_{i-1} < 0,\ g_i > -2g_{i-1}$.

III. $g_{i-1} > 0,\ -\frac{1}{2} g_{i-1} < g_i < 0$ oraz $g_{i-1} < 0,\ -\frac{1}{2} g_{i-1} > g_i > 0$.

IV. $g_{i-1} \geq 0,\ g_i \geq 0$ oraz $g_{i-1} \leq 0,\ g_i \leq 0$.

W tak określonych obszarach funkcję interpolującą *f*(*t*) określa się następująco:

I. W tym obszarze funkcja interpolująca jest równa funkcji wyznaczonej wcześniej;

II. $$f(\tau) = \begin{cases} f_{i-1} & dla\ 0 \leq \tau \leq A \\ f_{i-1} + (f_i - f_{i-1}) \cdot \left(\frac{\tau - A}{1 - A}\right)^2 & dla\ A < \tau \leq 1 \end{cases},$$

gdzie: $A = 1 + 3 \cdot \frac{f_{i-1}}{f_i - f_{i-1}}$.

III. $$f(\tau) = \begin{cases} f_i + (f_{i-1} - f_i) \cdot \left(\frac{B - \tau}{B}\right)^2 & dla\ 0 < \tau \leq B \\ f_i & dla\ B \leq \tau < 1 \end{cases},$$

gdzie: $B = 3 \cdot \frac{f_1}{f_i - f_{i-1}}$.

$$\text{IV. } f(\tau)=\begin{cases} D+(f_{i-1}-D)\cdot\left(\frac{C-\tau}{C}\right)^2 & dla\ 0<\tau\leq C \\ D & dla\ \tau=C \\ D+(f_i-D)\cdot\left(\frac{\tau-C}{B1-C}\right)^2 & dla\ C<\tau\leq 1 \end{cases},$$

gdzie: $C=3\cdot\frac{f_1}{f_i+f_{i-1}}$, $D=-\frac{f_{i-1}\cdot f_1}{f_i+f_{i-1}}$

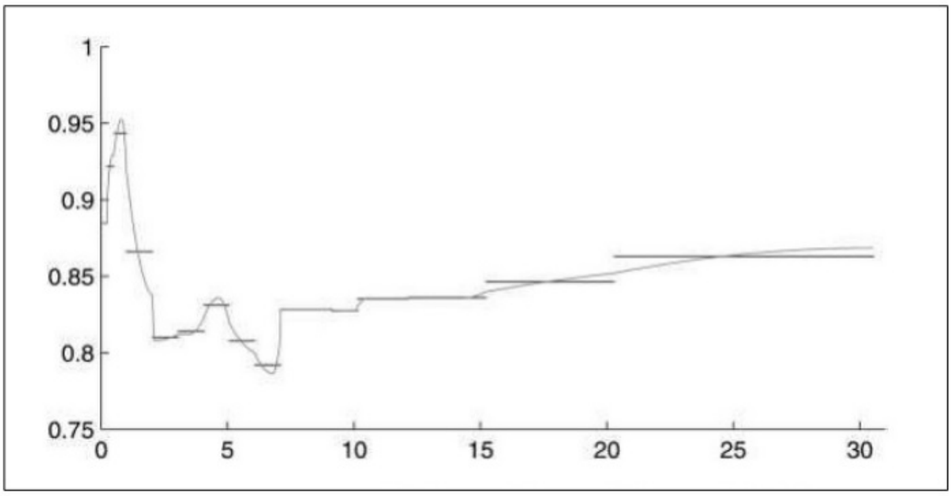
oraz przyjmujemy następujące warunki:

$f_0 \rightarrow \min\{\max\{0,f_0\},2f_1^d\}$,

$f_i \rightarrow \min\{\max\{0,f_0\},2\cdot\min\{f_i^d,f_{i+1}^d\}\}$ dla $i = 1,2, \ldots , n-1$,

$f_n \rightarrow \min\{\max\{0,f_n\},2f_n^d\}$.

Na rysunku 2 przedstawiono zastosowanie metody Monotone Convex Spline do przykładowej krzywej dochodowości.

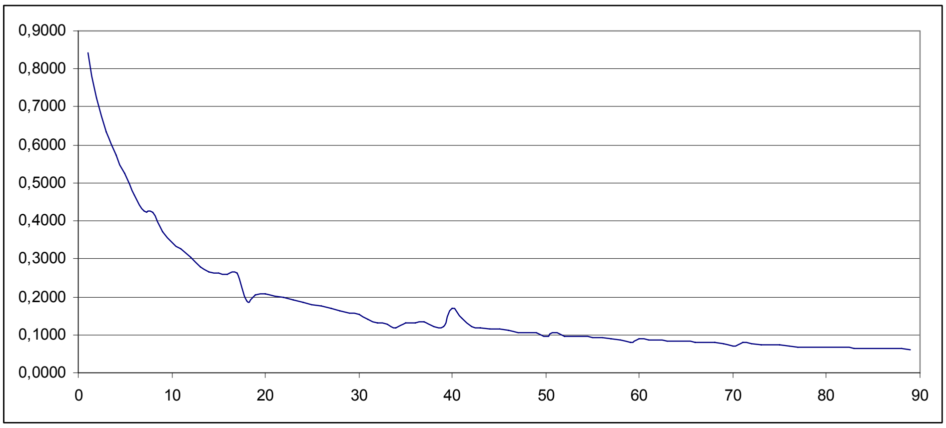


Rys. 2. Zastosowanie Monotone Convex Spline

Źródło: [Hagan, 2006].

3. Analiza empiryczna

Na podstawie danych dotyczących stóp WIBID overnight (stopa procentowa wykorzystana przy konstrukcji krótkiego końca krzywej swapowej), WIBOR 3M (stopa procentowa wykorzystana przy konstrukcji środkowego końca krzywej swapowej) oraz LIBOR 6M (stopa procentowa wykorzystana przy konstrukcji długiego końca krzywej swapowej) z okresu 1 luty 2001 r. – 30 maja 2014 r. wyznaczono krzywą dochodowości. Fragment tej krzywej zaprezentowano na poniższym rysunku.



Rys. 3. Krzywa dochodowości

Źródło: Obliczenia własne.

Podsumowanie

Istotnym narzędziem opisującym kształtowanie stóp procentowych jest krzywa dochodowości. W artykule zaprezentowano wybrane modele parametryczne będące jednym ze sposobów modelowania krzywej dochodowości, model Nelsona–Siegela oraz model Svenssona. W artykule omówiono konstrukcję krzywej dochodowości na przykładzie krzywej swapowej, jak również zaprezentowano jeden wybrany sposób interpolacji krzywej dochodowości, zwany forward monotone convex spline, Wyniki analizy empirycznej zaprezentowano w postaci wykresu krzywej dochodowości, który jest graficznym odwzorowaniem terminowej struktury stóp procentowych.

Literatura

Choudhry M. (2004), *Analyzing and Interpreting the Yield Curve*, John Wiley & Sons, Singapore.

Hagan P., West G. (2006), *Interpolation Methods for Curve Construction*, „Applied Mathematical Finance”, Vol. 13, Iss. 2.

Sundaresan S. (1997), *Fixed Income Markets and Their Derivatives*, South Western Thomson Learning, Cincinatti, OH.
Świętoń M. (2002), *Terminowa struktura dochodowości skarbowych papierów wartościowych w Polsce w latach* 1998-2001, „Materiały i Studia", nr 150, NBP, Warszawa.

SELECTED METHODS OF YIELD CURVE MODELLING

Summary: The interest rates are an important indicator taken into account when assessing the effectiveness and sustainability of investments in the financial market. Models using the yield curve are tools to be helpful in assessing the shaping of interest rates. However, there is a problem with the choice of the optimal method of estimating the yield curve. In this article we collate the most commonly used methods for modeling the curve, i.e. the model of Nelson and Siegel's and Svensson's model with the alternative construction of the yield curve – with the construction of the swap curve.

Keywords: yield curve, the model of Nelson and Siegel, Svensson' model, construction of the swap curve.