

Tadeusz Czernik

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Finansów i Ubezpieczeń
Katedra Matematyki Stosowanej
tadeusz.czernik@ue.katowice.pl

Daniel Iskra

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Finansów i Ubezpieczeń
Katedra Matematyki Stosowanej
daniel.iskra@ue.katowice.pl

MODEL NADWYŻKI FINANSOWEJ PRZEDSIĘBIORSTWA DEWELOPERSKIEGO. SYMULACYJNE STUDIUM PRZYPADKU

Streszczenie: Poniższe opracowanie zawiera propozycję dynamicznego modelu nadwyżki finansowej firmy deweloperskiej. W rozważaniach uwzględniono strukturę zarówno uruchomienia, jak i spłaty kredytu, losowy charakter procesu sprzedaży nieruchomości (moment sprzedaży oraz cena sprzedaży – złożony proces Poissona), a także przewidywalne oraz nieprzewidywalne koszty działalności. Zaprezentowano wyniki symulacyjne dla założonych a priori wartości parametrów.

Słowa kluczowe: proces nadwyżki finansowej, deweloper, proces Poissona, wartość zagrożona, kredyt.

Wprowadzenie

Wydarzenia ostatnich lat występujące na polskim rynku deweloperskim stanowią silny impuls do badań nad ryzykiem deweloperskich inwestycji mieszkaniowych [Tworek, 2012]. Kwestia ta jest istotna nie tylko z punktu widzenia dewelopera, ale także jego klienta.

W literaturze poświęconej ryzyku przedsięwzięć okołobudowlanych dominuje tematyka ściśle związana z ryzykiem wykonawcy projektu budowlanego [Skorupka, 2007; Marcinkowski i in., 2008; Tworek, 2009]. Poniższa praca za-

wiera propozycję dynamicznego modelu nadwyżki finansowej firmy deweloperskiej. Celem opracowania jest prezentacja modelu, wskazanie jego potencjalnych zastosowań w wycenie lokali mieszkalnych oraz szacowaniu ryzyka finansowego dewelopera.

1. Model nadwyżki finansowej

Nadwyżkę finansową zdefiniowano jako wartość kapitału ulokowanego w instrumentach o wysokim poziomie płynności. Należy podkreślić, że rozważana nadwyżka finansowa nie może być utożsamiana z zyskiem. Na potrzeby opracowania przyjęto, że nadwyżka finansowa to stan konta na rachunku bieżącym firmy. Tym samym ujemny stan nadwyżki będzie rozumiany jako kredyt obrotowy udzielony deweloperowi przez bank.

Z uwagi na fakt iż, autorzy uwzględnili wiele aspektów funkcjonowania firmy deweloperskiej, założenia oraz funkcjonowanie modelu zaprezentowano w formie studium przypadku dla założonych apriorycznie wartości parametrów.

1.1. Podstawowe założenia modelu

1. Nadwyżka finansowa jest procesem losowym $N(t)$ ze znaną wartością początkową $N(0) = N_0$.
2. Czas:
 - a) jednostką czasu jest jeden dzień,
 - b) jeden rok to 360 dni,
 - c) nie rozróżniono dni roboczych i dni wolnych od pracy,
 - d) moment początkowy nie został umieszczony w określonym przedziale roku kalendarzowego.
3. Dynamika nadwyżki jest opisana stochastycznym równaniem różnicowym:

$$\Delta N_{k+1} = N_{k+1} - N_k = \sum_i P_{k+1,i} \quad (1)$$

gdzie:

N_k – wartość nadwyżki w chwili $k \in \{0, 1, \dots, T\}$,

T – horyzont czasu/symulacji (w dniach),

$P_{k,i}$ – deterministyczny lub losowy przepływ finansowy w chwili k , którego źródłem jest i -ty czynnik (sumowanie zawiera wszystkie uwzględnione czynniki – w pracy rozważono ich 6; patrz niżej).

4. Uwzględnione przepływy finansowe:

a) oprocentowanie rachunku bieżącego – odsetki kapitalizowane każdego dnia:

$$P_{k+1,1} = I_{k+1} = N_k \left[\left(1 + \frac{i_1^{(12)}}{12} \right)^{\frac{12}{360}} - 1 \right] \theta(-N_k) \quad (2)$$

gdzie $i_1^{(12)}$ – nominalna stopa procentowa oprocentowania debetu na rachunku bieżącym, $\theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0 \\ 1 & \text{dla } x > 0 \end{cases}$ – funkcja schodkowa (funkcja Heavisde'a),

b) zagregowane standardowe koszty działalności $P_{k,2}$ (wynagrodzenia, koszty najmu/utrzymania powierzchni biurowych, wydatki marketingowe itp.; UWAGA: pominięto aspekty podatkowe),

c) kredyt inwestycyjny $P_{k,3}$ – transze kredytu i raty,

d) koszty związane z wykonaniem inwestycji $P_{k,4}$,

e) przychód ze sprzedaży lokali mieszkalnych $P_{k,5}$ (sprzedaż utożsamiamy z przepływem finansowym – zapłatą),

f) inne nieprzewidywalne koszty $P_{k,6}$.

5. Specyfika podatkowa przedsięwzięcia nie została uwzględniona.

6. Stopa oprocentowania kredytu ma w całym horyzoncie symulacji stałą wartość.

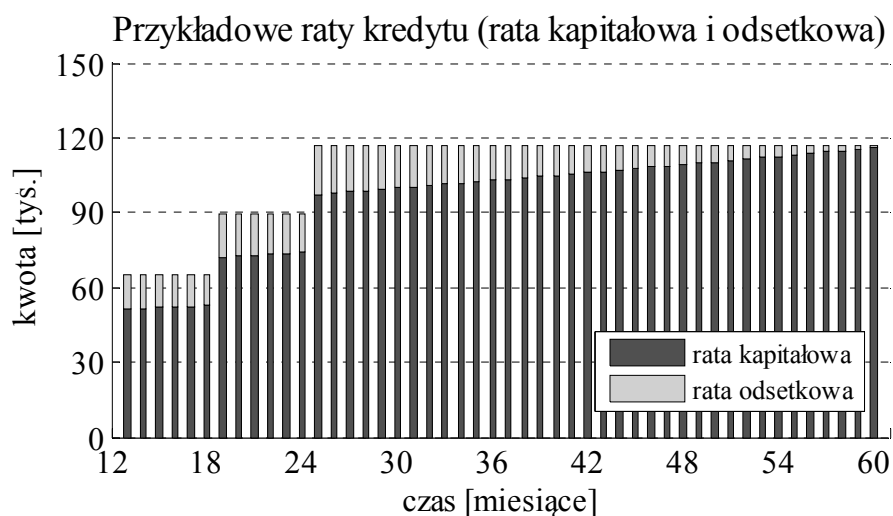
7. Występujące w modelu procesy stochastyczne są niezależne.

1.2. Proces wyznaczania planu spłaty kredytu

Koszty inwestycji zostały pokryte głównie kapitałem pozyskanym z kredytu. W założeniach symulacji okres kredytu jest pięcioletni i moment spłaty kredytu jest momentem rozliczenia całej inwestycji (kredytu nie spłacano przed czasem). Kredyt w wysokości 4,5 mln zł został przyznany w pięciu równych transzach. Pierwsza transza jest wypłacana na początku inwestycji, a następne na koniec kolejnych półroczy (ostatnia transza jest wypłacana na koniec 2 roku inwestycji). Stopa oprocentowania kredytu składała się ze stałej dwuprocentowej marży oraz stałej stopy WIBOR (nie uwzględniano zmian stopy WIBOR w czasie). Jak zaznaczono wcześniej, w kredycie pominięto wszelkie możliwe inne koszty z nim związane, np. prowizję czy ubezpieczenie.

W symulacjach założono, że spłata kredytu została odroczone na jeden rok. W czasie odroczenia dług narastał zgodnie z założoną stopą oprocentowania kredytu na dany okres (kapitalizacja miesięczna z dołu). Po roku następowała spłata pierwszej niezerowej raty. Wraz z aktualizacją długu o nową transzę aktualizowano cały plan spłaty kredytu.

Na poniższych wykresach przedstawiono przykładowy „plan” spłaty kredytu dla przyjętej stopy oprocentowania równej 6% (marża + WIBOR) odpowiednio dla raty łącznej oraz bieżącej wartości długu pozostałego do spłaty (jedna wygenerowana realizacja).



Rys. 1. Przykładowa realizacja łącznej raty kredytu

Źródło: Opracowanie własne.

Należy przypomnieć, iż spłata kredytu jest odroczone na jeden rok, w związku z tym wymagalność pierwszej (niezerowej) raty przypada na koniec 13 miesiąca.



Rys. 2. Przykładowa realizacja bieżącej wartości długu

Źródło: Opracowanie własne.

1.3. Proces sprzedaży lokali

Proces ilości sprzedanych lokali w każdej z trzech klas $n_{i,t}$ ($i = 1, 2, 3$ – klasy lokali) jest modelowany niezależnymi, niejednorodnymi procesami Poissona [Hanson, 2007, s. 20]:

- $n_{i,0} = 0$,
- przyrosty procesu są niezależne,
- dla $\Delta t \gg 1$ zachodzi $P(n_{i,t+\Delta t} - n_{i,t} = 1) = \lambda_{i,t} \Delta t + o(\Delta t)$,
- dla $\Delta t \gg 1$ zachodzi $P(n_{i,t+\Delta t} - n_{i,t} > 1) = o(\Delta t)$,

gdzie $\lambda_{i,t} \geq 0$ jest intensywnością procesu (intensywnością procesu sprzedaży) w chwili t .

Można wykazać, że prawdopodobieństwo sprzedaży k lokali w i -tej klasie w przedziale czasu $(t, t + \Delta t)$ jest dane wzorem [Hanson, 2007, s. 20-21]:

$$P(n_{i,t+\Delta t} - n_{i,t} = k) = \frac{m_i(t, \Delta t)^k}{k!} e^{-m_i(t, \Delta t)} \quad (3)$$

gdzie $m_i(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \lambda_{i,s} ds$.

Intensywność procesu sprzedaży modelowano opierając się na przesuniętym rozkładzie gamma (przesunięty rozkład gamma otrzymano pomijając stałą K_i):

$$\lambda_{i,t} = K_i \frac{b_i^{a_i}}{\Gamma(a_i)} (t - t_{i,\text{start}})^{a_i-1} e^{-b_i(t-t_{i,\text{start}})} \theta(t - t_{i,\text{start}}) \quad (4)$$

gdzie:

$K_i > 0$ – stała proporcjonalności,

$t_{i,\text{start}}$ – moment rozpoczęcia sprzedaży w i -tej klasie lokali,

$a_i, b_i > 0$ parametry (gdzie: a_i parametr kształtu, $\frac{1}{b_i}$ parametr skali),

$\Gamma(a_i) = \int_0^{+\infty} z^{a_i-1} e^{-z} dz$ – funkcja gamma.

Wybór rozkładu gamma został podyktowany jego kształtem (rozkład jednododalny – występuje moment maksymalnej intensywności sprzedaży) oraz własnościami analitycznymi (wielkość $m_i(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \lambda_{i,s} ds$ może być wyznaczona analitycznie). Należy jednak podkreślić, że nie jest to jedyny możliwy i w jakimkolwiek sensie optymalny wybór.

Maksymalna intensywność sprzedaży występuje w chwili (rozwiązanie równania $\frac{\partial \lambda_{i,t}}{\partial t} = 0$):

$$t_{i,\text{max}} = \frac{a_i - 1}{b_i} + t_{i,\text{start}} \quad (5)$$

jeżeli $a_i > 1$.

W przeprowadzonych symulacjach założono apriorycznie (zdaniem autorów założenie to nie jest całkowicie nierealistyczne), że:

$$t_{1,\text{start}} = t_{2,\text{start}} = t_{3,\text{start}} = t_{\text{start}} = 180 \quad (6)$$

$$t_{1,\text{max}} = t_{2,\text{max}} = t_{3,\text{max}} = t_{\text{max}} = 720 \quad (7)$$

moment rozpoczęcia sprzedaży jest w każdej klasie identyczny i przypada na 180 dni. Podobnie, maksymalna intensywność sprzedaży przypada w każdej klasie na 720 dni.

Relacje (5), (6) oraz (7) pozwalają wyrazić parametr a_i za pomocą parametru b_i :

$$a_i = (t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1 > 1 \quad (8)$$

W symulacjach założono także, że najbardziej prawdopodobna liczba sprzedanych lokali w horyzoncie analizy t_k (5 lat = 1800 dni) jest równa całkowitej liczbie budowanych lokali l_i ($l_1 = 30$, $l_2 = 20$, $l_3 = 10$). Deweloper zakłada, że najprawdopodobniej w momencie planowanego zakończenia sprzedaży lokali wszystkie lokale zostaną sprzedane – założenie może zostać zmodyfikowane. Wykorzystując własności i związku między rozkładem Poissona i rozkładem dwumianowym, można napisać (jeżeli $\int_{t_{\text{start}}}^{t_k} \lambda_{i,t} dt$ nie jest liczbą całkowitą):

$$\left\lfloor \int_{t_{\text{start}}}^{t_k} \lambda_{i,t} dt \right\rfloor = \left\lfloor K_i \frac{\gamma((t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1, b_i (t_k - t_{\text{start}}))}{\Gamma((t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1)} \right\rfloor = l_i \quad (9)$$

gdzie:

$$\gamma(x, y) = \int_0^y z^{x-1} e^{-z} dz - \text{niezpełna funkcja gamma,}$$

$\lfloor \cdot \rfloor$ – część całkowita.

Równanie (9) może posiadać nieskończenie wiele rozwiązań, dlatego autorzy zdecydowali się na wybór K_i , które jest rozwiązaniem równania:

$$\int_{t_{\text{start}}}^{t_k} \lambda_{i,t} dt = K_i \frac{\gamma((t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1, b_i (t_k - t_{\text{start}}))}{\Gamma((t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1)} = l_i \quad (10)$$

Z postaci równania (10) wynika, że $\int_{t_{\text{start}}}^{t_k} \lambda_{i,t} dt$ jest liczbą całkowitą. Oznacza

to, że $l_i - 1$ jest również najbardziej prawdopodobną liczbą sprzedanych mieszkań. Podejście to jest bardziej zachowawcze od przypadku, w którym rozwiązujemy równanie $\int_{t_{\text{start}}}^{t_k} \lambda_{i,t} dt = l_i + 1$.

Z powyższego znajdujemy:

$$K_i = l_i \frac{\Gamma((t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1)}{\gamma((t_{\max} - t_{\text{start}}) b_i + 1, b_i (t_k - t_{\text{start}}))} \quad (11)$$

W celu wyznaczenia parametru b_i założono, że najbardziej prawdopodobny odsetek sprzedanych lokali w i -tej klasie do momentu czasu t_{q_i} wynosi q_i :

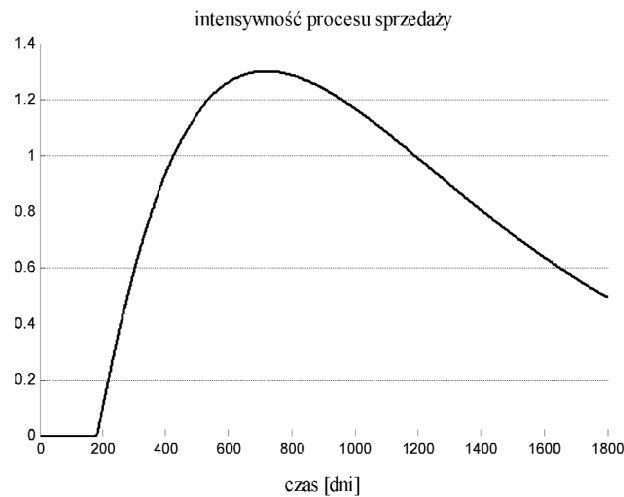
$$\frac{\gamma\left(\left(t_{\max} - t_{\text{start}}\right)b_i + 1, b_i\left(t_{q_i} - t_{\text{start}}\right)\right)}{\gamma\left(\left(t_{\max} - t_{\text{start}}\right)b_i + 1, b_i\left(t_{\max} - t_{\text{start}}\right)\right)} = q_i \quad (12)$$

Parametr b_i jest rozwiązaniem równania (12). Nie posiada ono analitycznego rozwiązania, więc koniecznym było zastosowanie algorytmu numerycznego. W celach poglądowych założono, że $q_1 = 0,4$, $q_2 = 0,6$, $q_3 = 0,5$ oraz $t_{q_1} = 800$, $t_{q_2} = 900$, $t_{q_3} = 850$. Możliwe jest także nałożenie innych warunków kalibrujących.

Należy podkreślić, że nie każdy wybór warunków kalibrujących jest dopuszczalny. W zależności od założonej parametrycznej postaci intensywności $\lambda_{i,t}$ pewne warunki mogą być niemożliwe do spełnienia. Fakt ten w praktyce ogranicza zbiór potencjalnych kandydatów na funkcję intensywności sprzedaży. Nadal jest on jednak nieprzeliczalny.

Rys. 3 przedstawia wykres intensywności procesu sprzedaży w pierwszej klasie lokali.

Przedstawiony wyżej algorytm generuje wyłącznie proces sprzedaży lokali bez uwzględnienia ceny jednostki powierzchni. Zaprezentowany niżej algorytm pozwala na uwzględnienie negocjacji cen.



Rys. 3. Intensywność procesu sprzedaży lokali z pierwszej klasy

Źródło: Opracowanie własne.

Ceny transakcyjne metra kwadratowego w każdej z klas mieszczą się w przedziałach:

$$\begin{aligned} C_1 &\in [k_1 C_{\min}, k_1 C_{\max}] \\ C_2 &\in [k_2 C_{\min}, k_2 C_{\max}] \\ C_3 &\in [k_3 C_{\min}, k_3 C_{\max}] \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie:

C_i – cena metra kwadratowego w i -tej klasie,

k_i – mnożnik w i -tej klasie (odzwierciedla standard lokalu),

C_{\min} – minimalna cena bazowa,

C_{\max} – maksymalna cena bazowa.

W symulacji przyjęto arbitralnie następujące wartości mnożników:

$$k_1 = 1$$

$$k_2 = 1,1$$

$$k_3 = 1,3$$

Minimalną cenę bazową C_{\min} wyznaczano na podstawie symulacji wstępnej, tak aby z prawdopodobieństwem 0,9 końcowa nadwyżka finansowa była większa od zera. Cenę C_{\max} ustalano tak, aby z prawdopodobieństwem 0,9 nadwyżka końcowa była większa od nadwyżki początkowej oprocentowanej według stopy 3%. Minimalną i maksymalną cenę sprzedaży wyznaczono dla stopy wynoszącej 6%. Otrzymane wartości C_{\min} i C_{\max} wykorzystano w dalszych symulacjach dla stóp oprocentowania kredytu leżących w przedziale od 5% do 7%.

Ceny transakcyjne C_i generowano z przetransformowanego rozkładu beta:

$$C_i = k_i [C_{\min} + (C_{\max} - C_{\min})Y] \quad (14)$$

gdzie Y pochodzi z rozkładu beta o funkcji gęstości [Gentle, 2003, s. 183]:

$$f_Y(y) = \frac{1}{B(\alpha_i, \beta_i)} y^{\alpha_i-1} (1-y)^{\beta_i-1} \quad (15)$$

gdzie $B(\alpha_i, \beta_i) = \frac{\Gamma(\alpha_i)\Gamma(\beta_i)}{\Gamma(\alpha_i + \beta_i)}$ jest funkcją beta.

W przeprowadzonej symulacji przyjęto następujące wartości parametrów:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 0,5 \\ \beta_i &= 1,5 \end{aligned} \quad \text{dla } i = 1, 2, 3.$$

Z perspektywy powyższych rozważań, dotyczących procesu sprzedaży lokali i cen transakcyjnych, proces wartości sprzedaży jest złożonym procesem Poissona.

2. Symulacja nadwyżki finansowej

We wcześniejszej części pracy szczegółowo opisano założenia procesu wyznaczającego realizację nadwyżki kapitałowej na rachunku bieżącym firmy, przedstawiono przykładowy plan spłaty kredytu czy procesu generowania momentów oraz cen sprzedaży lokali osobno w trzech grupach lokalowych.

W symulacjach założono, że:

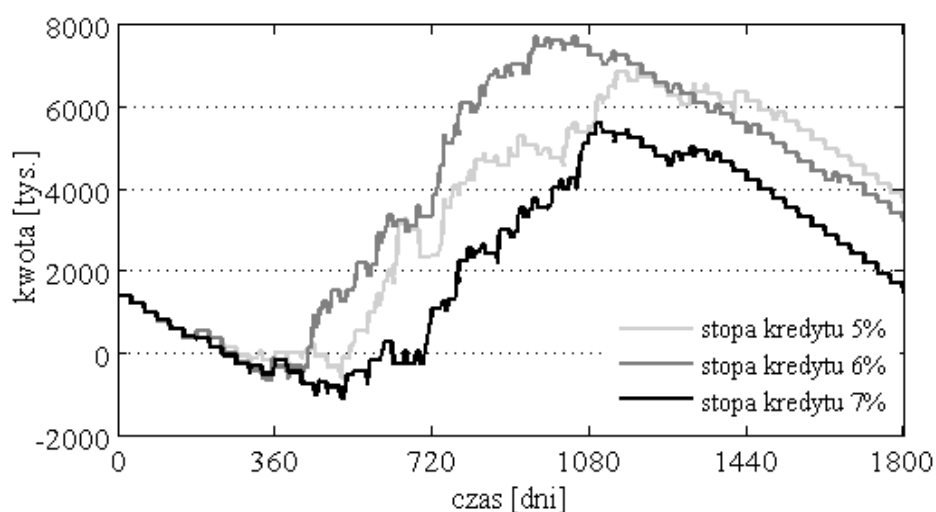
- jednostką czasu jest jeden dzień, a jeden rok ma 360 dni (nie rozróżniono dni roboczych i dni wolnych od pracy);
- wartość początkowa nadwyżki wynosi $N(0) = 0,5$ mln zł, planowany koszt całej inwestycji wynosi 5 mln zł (koszt budowy 4,5 mln zł oraz pozostałe koszty: marketing itp.; brakujący kapitał został pozyskany w kredycie). Oprocentowanie rachunku bieżącego z nadwyżką (odsetki kapitalizowane każdego dnia) wynosiło 15% dla debetu, dodatnia nadwyżka kapitału nie była oprocentowywana (tzn. dla dodatniej wartości $N(t)$ stopa oprocentowania została przyjęta na poziomie 0%);
- pięcioletni kredyt w wysokości 4,5 mln zł został przyznany w pięciu równych transzach po 900 tys. zł. Pierwsza transza jest wypłacana na początku inwestycji $t = 0$, a kolejne na koniec kolejnych półroczy (ostatnia transza jest wypłacana na koniec 2 roku inwestycji). Wraz z aktualizacją długu o nową transzę aktualizowano cały plan spłaty kredytu. Kredyt został odroczoney na jeden rok, w czasie odroczenia dług narastał zgodnie z przyjętą stopą oprocentowania kredytu na dany okres (kapitalizacja miesięczna z dołu), po roku na koniec 13 miesiąca następowała spłata pierwszej niezerowej raty, raty kredytu są spłacane na koniec każdego miesiąca, odsetki są naliczane z dołu. W kredycie pominięto wszelkie możliwe inne koszty z nim związane, np. prowizję czy ubezpieczenie;
- przewidywany koszt budowy wysokości 4,5 mln zł został rozłożony w czasie dwóch lat (przewidywany termin zakończenia budowy), część kosztów pokrywano miesięcznie w wysokości 100 tys. zł, pozostałą część wypłacono w 4 transzach na koniec każdego półrocza w wysokości $(4,5 \text{ mln} - 2,4 \text{ mln}) / 4 = 525$ tys. zł. Generowano także dwie nieprzewidziane wielkości kosztów związanych z bu-

- dową maksymalnie do 5% z 4,5 mln zł (każda) w losowo generowanych momentach czasu pomiędzy 6 a 25 miesiącem inwestycji;
- zagregowane standardowe koszty działalności (wynagrodzenia, koszty najmu/utrzymania powierzchni biurowych, wydatki marketingowe itp.), przyjęto miesięcznie w wielkości 100 tys. zł plus (generowane losowo) do 10% ze 100 tys. zł,
 - proces sprzedaży mieszkań rozpoczyna się po 6 miesiącach od rozpoczęcia inwestycji, sprzedaż mieszkań utożsamiono z przepływem finansowym – zapłatą. W symulacjach przyjęto trzy typy lokali mieszkaniowych: 30 mieszkań o powierzchni 50 m², 20 mieszkań o powierzchni 80 m², 10 mieszkań o powierzchni 120 m²;
 - proces sprzedaży mieszkań jest modelowany osobno w każdej klasie nieruchomości za pomocą niezależnych procesów Poissona. Maksymalna intensywność sprzedaży została przyjęta na moment dwóch lat od rozpoczęcia inwestycji (planowany moment zakończenia budowy), natomiast okres pięciu lat (cały okres inwestycji) został przyjęty jako okres, w którym najbardziej prawdopodobna liczba sprzedanych mieszkań wynosi 100% (nie oznacza to jednak, iż wszystkie mieszkania zawsze muszą sprzedać się w tym czasie);
 - ceny transakcyjne są generowane losowo z ustalonego przedziału. W każdej klasie przedział cenowy $[C_{\min}, C_{\max}]$ mieszkań jest przeskalowany przez odpowiedni mnożnik ($k_1 = 1, k_2 = 1,1, k_3 = 1,3$): patrz wzór (13). Wyjściowy przedział cenowy jest kalibrowany na podstawie miary zwanej prawdopodobieństwem nieosiągnięcia poziomu aspiracji. Cena minimalna C_{\min} była wyznaczana w taki sposób, aby prawdopodobieństwo zdarzenia, że wygenerowana nadwyżka końcowa w presymulacjach będzie miała wartość mniejszą (lub równą) od zera nie było większe niż 10%. Cena maksymalna była wyznaczana analogicznie (dla prawdopodobieństwa równego 10%), przy czym poziom aspiracji był obecnie ustalony nie na poziomie nadwyżki równej zero, ale na poziomie wartości nadwyżki początkowej oprocentowanej stopą wolną od ryzyka (przyjętej na poziomie 3%) na okres całej inwestycji. W presymulacjach oprocentowanie kredytu przyjęto na stałym poziomie równym 6%. Po wyznaczeniu początkowego przedziału cenowego następowały kolejne symulacje realizacji nadwyżki, w których cena mieszkań (za m²) była już generowana z wyznaczonego wcześniej zakresu;
 - specyfika podatkowa przedsięwzięcia nie została uwzględniona;
 - występujące w modelu procesy stochastyczne są niezależne.

Przy powyższych założeniach przeprowadzono symulacje Monte Carlo, generując 50 000 realizacji dziennej zmiany nadwyżki kapitału zarówno w presy-

mulacjach (ustalenie wyjściowego przedziału cenowego za m²), jak i w części właściwej symulacji. Cena minimalna w presymulacjach została ustalona na poziomie 3 200 zł za m², cena maksymalna: 3 300 zł za m². Oprócz klasycznych miar, jakimi są wartość średnia oraz przedziały ufności, wyznaczono także ryzyko związane z inwestycją za pomocą wartości zagrożonej [Acerbi, 2002; Holton, 2003; Szegö, red., 2004; Jajuga, red., 2007] wyznaczanej na podstawie rozkładu końcowej nadwyżki kapitału.

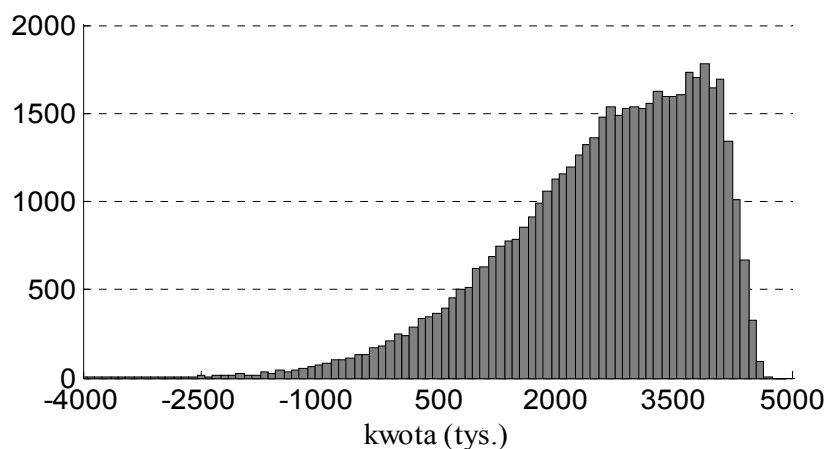
Na rys. 4 przedstawiono przykładowe dzienne realizacje nadwyżki kapitału. Należy pamiętać, iż do początkowej nadwyżki równej 0,5 mln zł (w czasie $t = 0$) dochodzi pierwsza transza kredytu w wysokości 0,9 mln zł.



Rys. 4. Przykładowe realizacje dziennej nadwyżki kapitału, oprocentowanie kredytu odpowiednio 5%, 6% i 7%

Źródło: Opracowanie własne.

Jak widać na rysunku, do momentu, w którym nie rozpoczęto jeszcze sprzedaży mieszkań nadwyżka kapitału maleje, nie różniąc się znacznie między realizacjami; po 180 dniach (rozpoczęcie procesu sprzedaży) realizacje nadwyżki mają już widoczne różnice w trajektoriach, które stają się znaczące po okresie około roku. Maksymalna intensywność sprzedaży mieszkań została ustalona na moment 2 lat od rozpoczęcia sprzedaży, co uwidacznia się znacznym wzrostem nadwyżki kapitału.



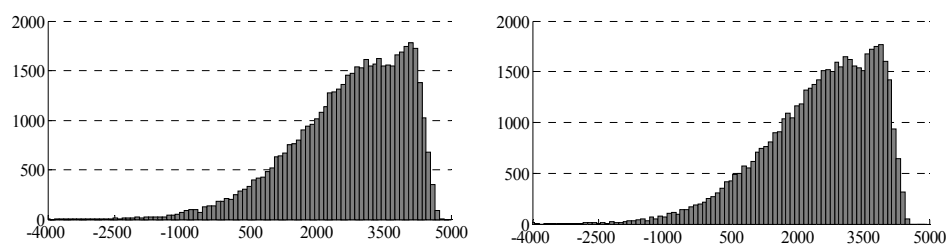
Rys. 5. Histogram nadwyżki kapitału (koniec inwestycji), stopa kredytu 6%

Źródło: Opracowanie własne.

Powyżej przedstawiono histogram nadwyżki końcowej (tzn. po pięciu latach inwestycji) w przypadku stopy oprocentowania kredytu 6% (WIBOR + marża). Na powyższym histogramie widać, iż rozliczenie inwestycji może przynieść straty, skrajnie nawet w wysokości powyżej 4 mln zł. Należałoby się zastanowić, czy w takim przypadku nie powinno się uruchomić procedury wcześniejszego wycofania się z inwestycji i w związku z tym zminimalizowania strat. W przeważającej liczbie przypadków końcowa nadwyżka jest dodatnia i większa od wartości początkowej, średnia wartość nadwyżki kapitału po 5 roku inwestycji wynosi około 2,6 mln zł.

Na rys. 6 zaprezentowano histogramy końcowej nadwyżki kapitału w przypadku symulacji dla stóp oprocentowania kredytu 5% i 7%.

Histogramy nadwyżki kapitału (po 5 roku), stopa kredytu 5% i 7%



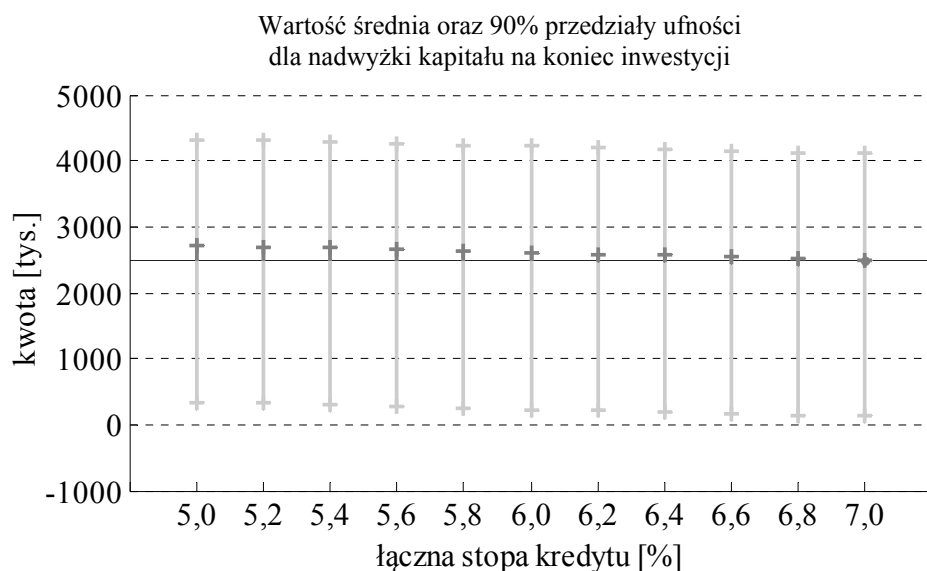
Rys. 6. Histogramy nadwyżki kapitału (po 5 roku – koniec inwestycji), stopa oprocentowania kredytu odpowiednio 5% i 7% (od lewej), kwota w tys. zł

Źródło: Opracowanie własne.

Na wykresach można zauważyć pewien zakres nadwyżki kapitału, wartości powyżej około 3,8-3,9 mln zł, w którym liczebność realizacji z nadwyżką końcową z tego zakresu jest nieznacznie większa od pozostałych przypadków. Są to przypadki, w których sprzedano wszystkie mieszkania.

Średnio nie sprzedano około 5 mieszkań. Oczywiście nie ma pewności, czy pozostałe mieszkania w ogóle sprzedadzą się po przyjętych cenach. Niemniej jednak rozliczenie inwestycji następuje na koniec 5 roku, a ewentualne mieszkania pozostałe do sprzedaży mogą być traktowane jako wartość dodana do rozliczenia.

Na rys. 7 przedstawiono realizację średniej wartości nadwyżki kapitału oraz 90% przedział ufności dla nadwyżki kapitału w horyzoncie inwestycji w zależności od oprocentowania kredytu (w symulacjach stopa oprocentowania kredytu zmieniała się z 5% do 7% co 0,2%, w każdym przypadku przeprowadzono 50 000 symulacji).



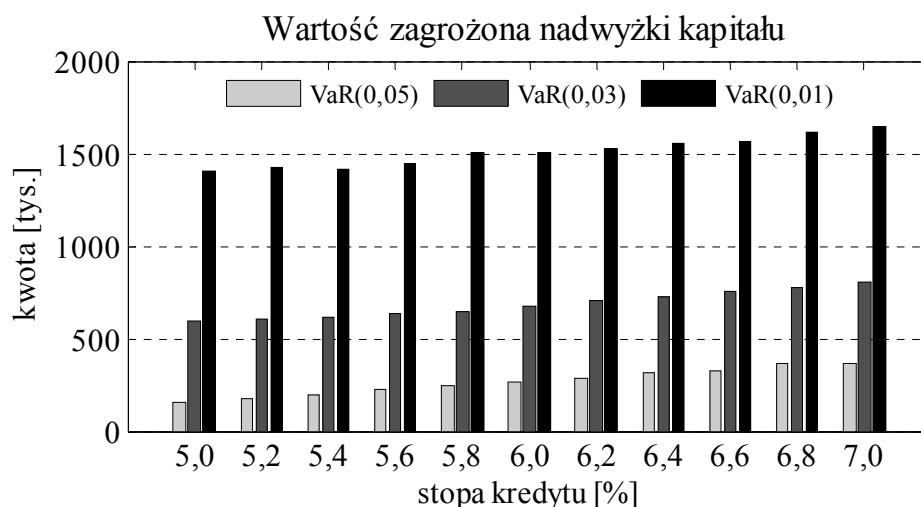
Rys. 7. Średnia nadwyżka kapitału oraz 90% przedziały ufności dla nadwyżki kapitału na koniec inwestycji

Źródło: Opracowanie własne.

Najniższa wartość średniej nadwyżki kapitału w momencie jej rozliczenia (oprocentowanie kredytu 7%) wyniosła 2,5 mln zł. Najwyższa wartość średniej nadwyżki wyniosła około 2,7 mln zł w przypadku stopy kredytu równej 5%. Jak widać, różnice pomiędzy średnimi nadwyżkami kapitału w zależności od oprocentowania kredytu nie przekraczają 10%. Początkowa nadwyżka kapitału wy-

nosiła 0,5 mln zł, co po przeliczeniu daje roczną efektywną stopę zwrotu z inwestycji z przedziału od około 38% do 40%. Na wykresie zaznaczono także 90% przedział ufności (symetryczny: granice przedziału są odpowiednio 5 i 95 percentylem). Średnia rozpiętość przedziału ufności (uśrednienie po wszystkich stopach) wynosi około 4 mln zł, co stanowi dosyć duże możliwe rozproszenie końcowej nadwyżki kapitału.

Jak zaznaczono wcześniej, skwantyfikowano również ryzyko dla nadwyżki kapitału (na koniec inwestycji) wartością zagrożoną. Na rys. 8 przedstawiono wartość zagrożoną dla poziomów tolerancji 0,01, 0,03 oraz 0,05.



Rys. 8. Wartość zagrożona nadwyżki kapitału wyznaczana dla poziomu tolerancji 0,05, 0,03, 0,01

Źródło: Opracowanie własne.

Jak widać na wykresie, wartość zagrożona wyznaczona na podstawie empirycznego rozkładu nadwyżki końcowej jest większa dla wyższych stóp oprocentowania kredytu (dla wszystkich stóp przyjęto identyczne wartości ceny C_{\min} i C_{\max}). Wahania wartości zagrożonej np. w przypadku 5% VaR mieszczą się w przedziale od około 150 tys. zł do około 350 tys. zł. W przypadku 3% VaR od około 600 tys. zł do około 800 tys. zł, co oznacza, że z prawdopodobieństwem 0,03 straty z inwestycji mogą przekroczyć początkowy kapitał własny. Dla niższego poziomu tolerancji równego 0,01, wartość zagrożona jest znacznie wyższa i oscyluje w okolicy 15 mln zł.

Podsumowanie

Zaproponowany wyżej model pozwala nie tylko na wycenę lokali, ale także na pomiar ryzyka za pomocą nieklasycznych miar ryzyka (maksymalna strata, czas przebywania itp.). Ponadto może zostać wykorzystany w optymalizacji struktury zaciągniętego kredytu. Tym samym stanowi ciekawą alternatywę dla klasycznych modeli oceny atrakcyjności inwestycyjnej.

Przedstawiony model nadwyżki finansowej stanowi jedynie punkt wyjścia do dalszych badań i analiz. Jak wspomniano wcześniej, nie uwzględnia on zmiennej oprocentowania kredytu w czasie, zależności między występującymi wielkościami, nie pozwala na kalibrację z wykorzystaniem danych rynkowych (proces wartości sprzedanych lokali, proces stopy oprocentowania kredytu, zależność cena-popyt), nie uwzględnia specyfiki podatkowej przedsięwzięcia oraz nie uwzględnia możliwości wdrożenia procedury upadłościowej.

Kierunkami dalszych prac powinny być:

- kalibracja modelu uwzględniająca realistyczne wartości parametrów,
- implementacja innych modeli stopy oprocentowania kredytu,
- implementacja innych funkcyjnych zależności intensywności procesu sprzedaży,
- implementacja innych rozkładów cen transakcyjnych,
- uwzględnienie zależności między zmiennymi modelu (funkcje powiązań),
- implementacja innych miar ryzyka,
- uwzględnienie sytuacji makroekonomicznej,
- uwzględnienie ryzyka kooperanta (*counterparty risk* – ryzyko niedotrzymania terminów, upadłość kooperanta, wzrost kosztu wykonania inwestycji itp.),
- uwzględnienie możliwej upadłości,
- analiza wrażliwości.

Zaprezentowany model nie uwzględnia także możliwych decyzji dewelopera podejmowanych w rozważanym horyzoncie inwestycji. Decyzje te mogą w istotny sposób wpłynąć na dynamikę nadwyżki. Na przykład decyzja o zintensyfikowaniu akcji marketingowej może zwiększyć okresowo intensywność sprzedaży. Podobnie zmniejszenie ceny zwiększy szansę na sprzedaż lokalu. W celu urealnienia modelu powinno się więc także zaimplementować algorytmy modelujące decyzje dewelopera (programowanie dynamiczne).

Literatura

- Acerbi C., Tasche D. (2002), *On the Coherence of Expected Shortfall*, „Journal of Banking and Finance”, Vol. 26, No. 7, s. 1487-1503.
- Gentle J.E. (2003), *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, Springer Verlag, New York, Berlin, Heidelberg.
- Hanson F.B. (2007), *Applied Stochastic Processes and Control for Jump-diffusions. Modeling, Analysis, and Computation*, SIAM.
- Holton G.A. (2003), *Value-at-Risk. Theory and Practice*. Academic Press, San Diego.
- Jajuga K. (red.), 2007, *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Marcinkowski R., Koper A. (2008), *Ocena ryzyka czasu i kosztów w planowaniu produkcji budowlanej*, „Przegląd Budowlany”, nr 7-8.
- Skorupka D. (2007), *Metoda identyfikacji i oceny ryzyka realizacji przedsięwzięć budowlanych*, Wydawnictwo Wojskowej Akademii Technicznej, Warszawa.
- Szegö G. (red.), 2004, *Risk Measures for the 21st Century*, John Wiley & Sons, West Sussex.
- Tworek P. (2009), *Problematyka zarządzania ryzykiem w procesie realizacji inwestycji budowlanych – aspekty wybrane* [w:] Henzel H. (red.), *Ryzyko działalności inwestycyjnej – aspekty teoretyczne i praktyczne*, Wydawnictwo AE, Katowice.
- Tworek P. (2012), *The Economic Crisis in Poland: Performance, Investment Opportunities and Business Risk – A Case Study of the Construction Industry and Real-estate Market. Selected Issues* [w:] Zarzecki D. (red.), *Zarządzanie finansami – inwestycje, wycena przedsiębiorstw, zarządzanie wartością*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.

MODELING FINANCIAL SURPLUS OF THE DEVELOPER OF HOUSING PROJECTS. SIMULATION CASE STUDY

Summary: Recent events taking place in the Polish developer market provide a strong impetus to the study of the risk of development of housing projects. This issue is important not only from the point of view of the developer but also his client.

This paper proposes a dynamic model of the financial surplus process. The model takes into account structure of the credit payments, the random nature of the process of sale of real estate (the moment of sale, and sale price), predictable and unpredictable expenses.

Monte Carlo simulations have been performed in order to present the model.

Keywords: process of financial surplus, Poisson process, developer, Value at Risk, mortgage.