

mgr Anna Grobel-Kijanka

Wydział Zarządzania, Finansów i Informatyki

Wyższa Szkoła Zarządzania i Bankowości w Krakowie

ZASTOSOWANIE METODY DYNAMIKI SYSTEMÓW DO MODELOWANIA I KOMPUTEROWEJ SYMULACJI WZROSTU GOSPODARCZEGO

I have found out what economics is; it is the science of confusing stocks with flows.

M. Kalecki

Słowa kluczowe

dynamika systemów, modelowanie symulacyjne, wzrost gospodarczy

Wprowadzenie

Złożoność i dynamika systemów gospodarczych powodują, że modelowanie ich heterogenicznej struktury sprawia wiele problemów. Podejmując próbę budowy modelu wzrostu gospodarczego należy przyjąć wiele upraszczających założeń, identyfikując najistotniejsze siły sprawcze badanego procesu i istniejące pomiędzy nimi współzależności, odzwierciedlając przy tym wielowymiarową strukturę i dynamikę systemu gospodarczego. Pomocą w efektywnym modelowaniu systemów złożonych służy podejście badawcze, znane jako dynamika systemów (SD, ang. *System Dynamics*). Dzięki ujęciu złożonego systemu jako spójnej całości w kontekście jego dynamiki tworzone modele symulacyjne pozwalają pełniej zrozumieć procesy rozwojowe. Wykorzystywane w procesie modelowania narzędzia umożliwiają intuicyjne odwzorowanie współzależności, łatwe zrozumienie funkcjonowania i efektywną analizę zachowań składowych systemu w czasie z uwzględnieniem różnych scenariuszy.

Celem artykułu jest przedstawienie korzyści wynikających z zastosowania dynamiki systemów w modelowaniu wzrostu gospodarczego. Na przykładzie jednosektorowych modeli wzrostu R. Harroda oraz R. Solowa, a także modelu cyklu koniunkturalnego M. Kaleckiego przedstawiono możliwości i zalety tego podejścia badawczego. Do modelowania dynamicznego wykorzystano oprogramowanie *Vensim*¹.

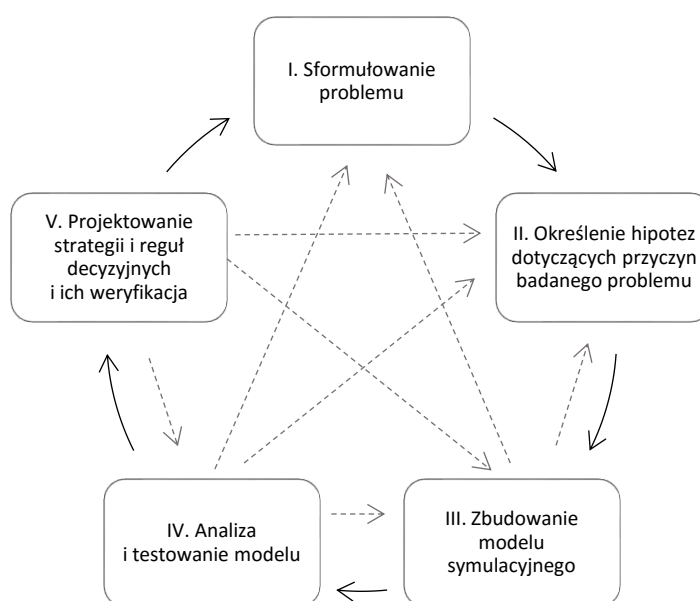
¹ <http://vensim.com>. Wersja PLE oprogramowania jest dostępna bezpłatnie na stronie producenta firmy Ventana Systems, Inc. przypadku badań własnych i na potrzeby edukacyjne.

1. Istota modelowania w ujęciu dynamiki systemów

Dynamika systemów jest metodą symulacji komputerowej, opracowaną pod koniec lat pięćdziesiątych XX w. przez J.W. Forrestera i jego zespół z Massachusetts Institute of Technology, oferującą szereg narzędzi koncepcyjnych oraz technik modelowania komputerowego. Zasady modelowania w ujęciu dynamiki systemów przedstawiono w licznych publikacjach².

Według J.D. Stermana proces tworzenia modelu powinien uwzględniać pięć istotnych etapów (rysunek 1), których fundamentem jest poprawne zdefiniowanie problemu badawczego.

Rysunek 1. Etapy modelowania w ujęciu dynamiki systemów



Źródło: opracowanie własne na podstawie Sterman J.D., *Business Dynamics, Systems Thinking and Modeling for a Complex World*, Irwin McGraw-Hill 2000, s. 87.

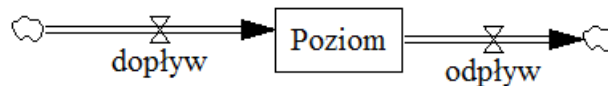
W etapie konceptualizacji modelu należy podjąć próbę wyjaśnienia problemu i opisu struktury systemu, który jest przedmiotem modelowania, wykorzystując przy tym istniejące teorie naukowe odnoszące się do badanego problemu, wiedzę ekspercką oraz własną intuicję. Formułując hipotezy wyjaśniające zachowanie się systemu, należy wskazać kluczowe czynniki wpływające na analizowany problem oraz ustalić główne sprzężenia zwrotne opisujące zależności przyczynowo-skutkowe pomiędzy elementami struktury systemu. Według twórcy

² J.D. Sterman, *Business Dynamics, Systems Thinking and Modeling for a Complex World*, Wyd. Irwin McGraw-Hill 2000; R. Hoffmann, T. Protasowicki, *Metoda dynamiki systemowej w modelowaniu złożonych systemów i procesów* [w:] Biuletyn Instytutu Systemów Informatycznych 12 19-28 (2013); A. Wierciszewska, M. Lasek, *Dynamika systemów jako narzędzie modelowania procesów rozwoju gospodarczego*, Optimum. Studia Ekonomiczne nr 1 (49) 2011.

podejścia dynamiki systemów, sprzężenia zwrotne stanowią podstawowy element każdego złożonego systemu³, decydujący o jego określonym, dynamicznym zachowaniu. Występowanie dodatnich sprzężeń zwrotnych, mających tendencję do wzmocnienia tego, co dzieje się w systemie, uznawane jest za przyczynę wykładniczego wzrostu wartości określonych zmiennych. Wynikiem działania sprzężeń zwrotnych ujemnych, stanowiących przeciwwagę dla sprzężeń dodatnich, jest spadek i zbliżanie się wartości zmiennych do określonej granicy. Efektem interakcji licznych sprzężeń zwrotnych jest złożone, dynamiczne zachowanie się systemu. Poszukiwanie i odwzorowywanie zależności przyczynowo-skutkowych w badanym zjawisku są niezbędnymi czynnościami w modelowaniu metodą dynamiki systemów.

W dalszym etapie prac następuje rozróżnienie typu zmiennych (akumulacyjne, przepływowe) i do schematu pętli przyczynowo-skutkowych wprowadzane są diagramy poziomów i strumieni (ang. *stock and flows diagrams*). Konwencja diagramów opracowana przez J.W. Forrestera nawiązuje do koncepcji systemu hydraulicznego ze zbiornikami, rurami przepływowymi, zaworami, itp. (rysunek 2).

Rysunek 2. Diagram poziomów i strumieni



Źródło: J.D. Sterman, *Business Dynamics, Systems Thinking and Modeling for a Complex World*, McGraw-Hill 2000, s. 193.

Dzięki ujęciu badanego procesu jako schematu poziomów (zasobów) ze źródłami i ujściami (granice systemu), dopływami, odpływami oraz regulującymi wielkość przepływów zmiennymi decyzyjnymi można prosto wytłumaczyć matematyczne podstawy dynamiki systemów: poziomy akumulują (integrują) strumienie. Wielkość zasobu w zbiorniku w chwili t wyraża się więc za pomocą równania⁴:

$$\text{Poziom}(t) = \int_{t_0}^t [\text{dopływ}(s) - \text{odpływ}(s)] ds + \text{Poziom}(t_0) \quad (1)$$

³ Jay. W. Forrester, *Urban Dynamics* (1969), s. 107.

⁴ J.D. Sterman, *Business Dynamics...*, op. cit., s. 194.

Poziom(t_0) oznacza stan początkowy zmiennej akumulacyjnej⁵. Równanie różniczkowe przedstawiające dynamikę zmian zmiennej akumulacyjnej ma więc postać:

$$\frac{d(\text{Poziom})}{dt} = \text{dopływ}(t) - \text{odpływ}(t) \quad (2)$$

Zmienne przepływowe i decyzyjne określane są za pomocą równań algebraicznych. Zmienne akumulacyjne (poziomy) mają istotne znaczenie w generowaniu dynamicznego zachowania się systemu. Całkowanie powoduje czasowy charakter zachowań w systemie, a także jest źródłem powstawania opóźnień między wpływającymi na nie strumieniami⁶.

Model matematyczny konkretyzuje relacje pomiędzy wielkościami systemu odwzorowane schematycznie i jakościowo. Powiązanie zmiennych zależnościami ilościowymi, a tym samym wprowadzenie matematycznej formalizacji modelu, jest konieczne do późniejszych komputerowych symulacji oraz weryfikacji działania projektowanego modelu.

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych konfrontowane są z danymi pochodzących z obserwacji systemu w przeszłości. Modelowanie jest procesem iteracyjnym, wykrycie nieprawidłowości w dowolnym etapie tworzenia modelu skutkuje podjęciem działań zmierzających do jego poprawy i w efekcie modyfikację działań przeprowadzonych w poprzednich fazach. Ustalona początkowo struktura jest doskonalona w przebiegu kolejnych komputerowych symulacji tak długo, aż model będzie zadowalająco odzwierciedlał rzeczywiste zachowanie się systemu.

W ostatnim etapie modelowania rezultaty analizy ilościowej modelu wykorzystywane są do projektowania i oceny strategii i reguł decyzyjnych. Dzięki przeprowadzanym symulacjom badany jest efekt oraz analizowane są skutki wprowadzania zmian w systemie, co służy jako podstawa planowania i wdrożenia właściwej polityki w systemie rzeczywistym.

2. Motywy posługiwania się metodą dynamiki systemów w modelowaniu wzrostu gospodarczego

Wzrost gospodarczy oznacza zmiany polegające na zwiększaniu się całej gospodarki, wynikające ze zmian występujących w jej elementach składowych⁷. Złożoność i różnorodność mechanizmów społeczno-gospodarczych, sprzężenia zwrotne i opóźnienia zachodzące między

⁵ Równanie definiujące wielkość zasobu w notacji wielu istniejących programów do modelowania dynamicznego (np. *Vensim*, *Stella*, *IThink*) ma postać: $\text{Poziom} = \text{INTEGER}(\text{dopływ} - \text{odpływ}, \text{Poziom}_{t_0})$

⁶ R. Hoffmann, T. Protasowicki, *Metoda dynamiki systemowej ...*, op. cit., s. 20.

⁷ M.G. Woźniak, *Wzrost gospodarczy. Podstawy teoretyczne*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków 2008, s. 10.

procesami sprawiają, że modelowanie wzrostu gospodarczego jest niezwykle trudne. Choć model jest schematycznym uproszczeniem badanego procesu to jednak konieczne jest, oprócz wyodrębnienia istotnych czynników sprawczych badanego procesu, odzwierciedlenie istniejących pomiędzy nimi współzależności.

Dynamika systemów dzięki czytelnemu przedstawieniu struktury systemu pozwala pełniej zrozumieć procesy rozwojowe. Oferowane narzędzia modelowania umożliwiają intuicyjne odwzorowanie współzależności, pozwalają uchwycić istotę dynamicznych relacji przyczynowo-skutkowych, pomagając w ten sposób w dogłębnym zrozumieniu funkcjonowania systemu. Matematyczne zależności wynikają jasno ze struktury systemu. Definiowanie współzależności pomiędzy zmiennymi wymaga od modelującego rozróżnienia i ujęcia odpowiednich zmiennych w kategoriach strumieni lub zasobów. Odnosząc się do stwierdzenia M. Kaleckiego, iż „*ekonomia jest nauką, w której ekonomiści stale mieszają pojęcia zasobów i strumieni, i popełniają wskutek tego błędy*”⁸ można stwierdzić, że metoda dynamiki systemów, dzięki rygorom narzuconym w procesie matematycznej formalizacji modelu, pomaga w rozwiązaniu tego problemu.

Dostępność oprogramowania opartego na graficznych narzędziach modelowania, którego przykładem jest *Vensim*, sprawia, że proces modelowania znajduje szerokie grono zwolenników. Nie do przecenienia jest możliwość automatyzacji działań, realizacji wielu komputerowych eksperymentów i symulacji, dzięki którym można określić optymalne parametry odpowiadające przyjętej polityce⁹. Dynamika systemów pozwala na łatwe dokonywanie adaptacji zbudowanego modelu do istniejących potrzeb. Opracowane modele w ujęciu dynamiki systemów prowadzą do zrozumienia struktur, które mogą generować niepożądane zachowania systemu gospodarczego. Ukazując działanie systemu przy różnych scenariuszach, umożliwiają zaplanowanie właściwych decyzji dotyczących rozwiązania problemów, a także badanie konsekwencji ich wdrożenia.

Dynamika systemów była wielokrotnie wykorzystywana do modelowania procesu wzrostu gospodarczego w różnych krajach. To właśnie modelowanie rozwoju gospodarki światowej przyczyniło się do rozpowszechnienia tego podejścia. W 1972 roku na zlecenie Klubu Rzymskiego opracowany został raport *The Limits To Growth*, dla potrzeb którego, posługując się metodą SD, stworzono model wzrostu gospodarki światowej, pokazujący

⁸ O. Lange, *Teoria reprodukcji i akumulacji*, wyd. 2, PWN, Warszawa 1965, s. 21.

⁹ A. Wierciszewska, M. Lasek, *Dynamika systemów jako narzędzie ...*, op. cit., s. 78.

wzajemne zależności i oddziaływania pomiędzy procesami demograficznymi, rozwojem przemysłu, zużyciem zasobów naturalnych i produkcją żywności. Dzięki symulacji ukazano realne zagrożenie osiągnięcia granic wzrostu i załamania się produkcji w połowie XXI w., jeżeli nie zostaną podjęte odpowiednie działania przeciwdziałające istniejącym wówczas trendom wzrostu populacji, industrializacji i zużycia zasobów¹⁰. Autorzy raportu wskazali również warunki, jakie muszą być spełnione, aby możliwy był rozwój zrównoważony.

3. Wprowadzenie do teorii wzrostu gospodarczego w ujęciu dynamiki systemów

Struktura budowanych modeli wzrostu gospodarczego związana jest ściśle z istniejącymi teoriami ekonomicznymi. Duża część współczesnych teorii wzrostu ogranicza swoje rozważania do wyznaczenia i uzasadnienia ścieżki zrównoważonego wzrostu gospodarczego, przy pełnym wykorzystaniu czynników wytwórczych, którymi są najczęściej zasoby kapitału rzeczowego oraz pracy. Modele pełnią wówczas funkcję wzorca, według którego powinna rozwijać się gospodarka¹¹. Jako przykłady mogą posłużyć modele Harroda oraz Solowa. Próbą wyjaśnienia cyklicznego kształtowania dochodu narodowego jest teoria cyklu koniunkturalnego znakomitego polskiego ekonomisty M. Kaleckiego, która przy badaniu mechanizmu wahań cyklicznych w wydatkach inwestycyjnych nie uwzględnia z kolei zjawiska trendu wzrostu.

Zrozumienie zasad budowania modeli opartych na fundamentalnych teoriach wzrostu gospodarczego stanowić powinno solidną podstawę podjęcia dalszych działań badawczych.

A. Model wzrostu gospodarczego Harroda w ujęciu dynamiki systemów

Punktem wyjścia do wielu rozważań dotyczących wzrostu gospodarczego jest keynesowski model wzrostu gospodarczego R. F. Harroda. Celem budowy modelu było wyjaśnienie procesu wzrostu zrównoważonego, w szczególności znalezienie odpowiedzi na pytanie: jaka stopa wzrostu dochodu narodowego gwarantuje równowagę? Model Harroda opiera się na następujących założeniach¹²:

- a) poziom dochodów Y (produkt narodowy) determinuje oszczędności S (oszczędności są proporcjonalną funkcją produktu narodowego, ze stałą średnią i krańcową skłonnością do oszczędzania s),

¹⁰ D.H. Meadows, D.L. Meadows., J. Randers, W.W. Behrens., *The Limits to Growth, A Report for The Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind*, Universe Books, New York 1972, s. 124.

¹¹ M.G. Woźniak, *Wzrost ...*, op. cit., s. 145.

¹² D. Pieńkowski, *Rola producentów w wybranych koncepcjach wzrostu gospodarczego* [w:] Optimum. Studia Ekonomiczne nr 2 (62) 2013, s. 44.

- b) oszczędności S równe są inwestycjom I ,
- c) kapitał K nie zużywa się, a przyrost kapitału jest zdeterminowany wielkością inwestycji I ,
- d) zasoby pracy L rosną ze stałą (naturalną) stopą wzrostu n proporcjonalnie do wzrostu całej populacji,
- e) występuje zerowa substytucja nakładów kapitału i pracy, zarówno kapitał, jak i praca są wymagane do produkcji w określonej stałej proporcji, wielkość produktu narodowego określa wzór:

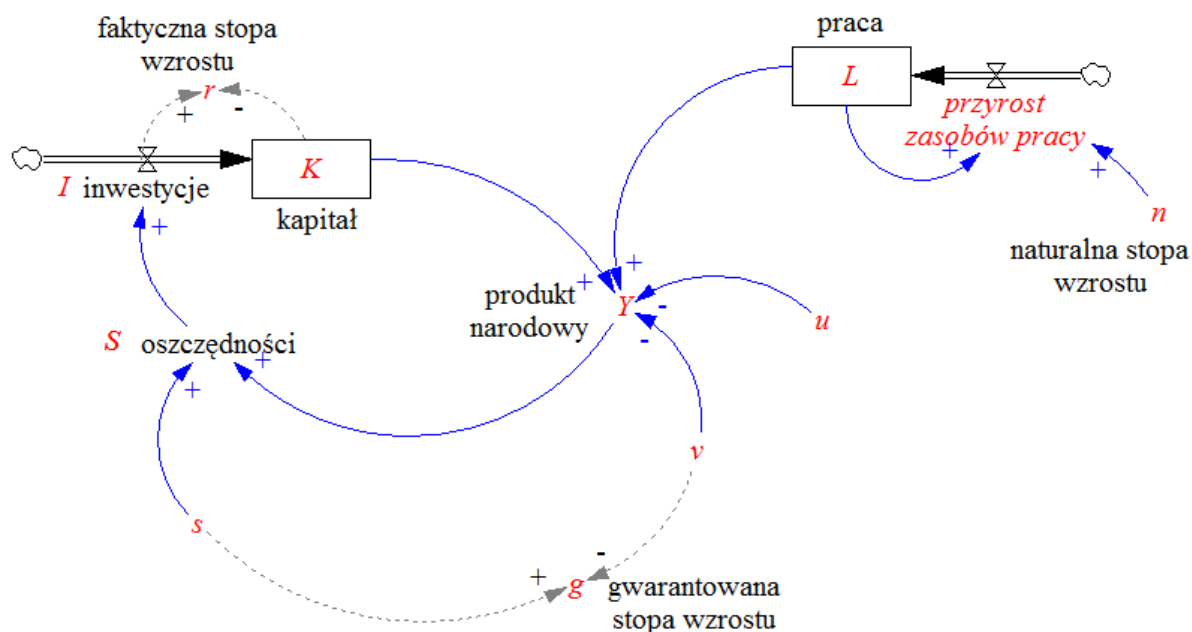
$$Y = \min \left[\frac{K}{v}, \frac{L}{u} \right],$$

gdzie v - współczynnik kapitałochłonności,

u - stały udział pracy wymagany dla uzyskania całkowitej produkcji.

Sformułowane hipotezy identyfikują kluczowe determinanty wzrostu oraz istniejące pomiędzy nimi zależności przyczynowo-skutkowe. Zmienną objaśnianą jest wielkość produktu narodowego (utożsamiana zwykle z PKB), zmienne objaśniające, czyli siły sprawcze wzrostu gospodarczego, to zasoby kapitału rzeczowego oraz pracy. W modelu występują dwie pozytywne pętle sprzężeń zwrotnych: pierwsza z nich odpowiada za wzrost zasobów kapitałowych, druga kontroluje przyrost siły roboczej. Informacje te pozwalają na sporządzenie schematu logicznego poziomów i strumieni (rysunek 3).

Rysunek 3. Diagram poziomów i strumieni w modelu Harroda



Źródło: opracowanie własne.

Matematyczna formalizacja modelu jest wynikiem przedstawionych założeń. Równania wiążące poszczególne zmienne, mają postać:

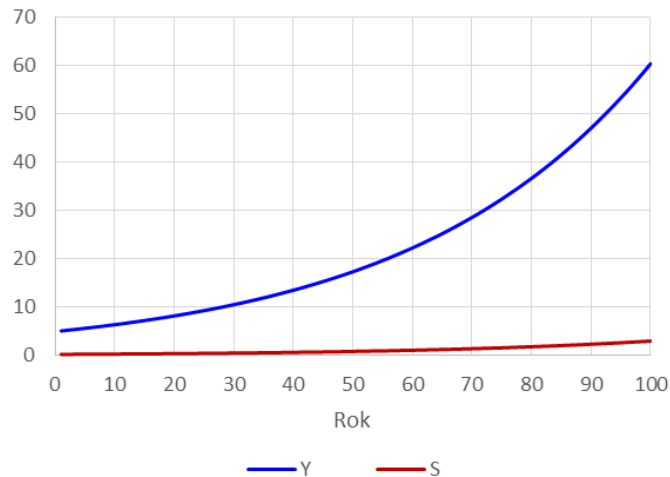
- a) $S = s \cdot Y$
- b) $S = I$
- c) $L = \text{INTEGER}^{13}$ (przyrost zasobów pracy, $L0$),
gdzie przyrost zasobów pracy = $n \cdot L$
- d) $K = \text{INTEGER}$ (I , $K0$)
- e) $Y = \text{MIN}(K/v, L/u)$

Komputerowa symulacja modelu będzie możliwa po sprecyzowaniu wartości stałych występujących w modelu: s , n oraz v . Konieczne jest również określenie systemowych parametrów początkowych.

Ujęcie procesów gospodarczych w postaci czytelnego schematu sprzężeń zwrotnych ułatwia zrozumienie relacji pomiędzy nimi zachodzących, pozwala prosto wskazać główne siły sprawcze wzrostu gospodarczego. Widać, iż istotną rolę odgrywają oszczędności (w szczególności skłonność do oszczędzania s), które stanowią jedyne źródło inwestycji koniecznych do produkcji kapitału. Potencjalnym czynnikiem wzrostu są również usprawnienia zwiększające wydajność pracy lub też produktywność kapitału (w efekcie zmniejszając wielkość współczynnika kapitałochłonności produkcji v). Produkt narodowy rośnie również dzięki przyrostowi siły roboczej, który zdeterminowany jest przez stopę przyrostu ludności n . Dzięki symulacjom zbadać można zachodzące pomiędzy zmiennymi związki ilościowe (rysunek 4) i ustalić optymalne parametry wzrostu.

¹³ Odpowiednik całki z równania (1) w notacji programu *Vensim*.

Rysunek 4 Wzrost wykładniczy produktu narodowego Y oraz oszczędności S w stanie równowagi ($\nu = 2$, $s = 0,06$, $n = 0,03$, $K0 = 10$)



Źródło: opracowanie własne.

Do schematu poziomów i strumieni wprowadzona została wielkość stopy gwarantującej zrównoważony rozwój gospodarczy g oraz rzeczywista (faktyczna) stopa wzrostu gospodarczego r zgodnie z formułami: $g = s / \nu$ oraz $r = I / K$. Pozwala to w ramach modelu wyznaczać i porównywać ich wartości. Poprzez prostą zmianę wielkości zmiennych występujących w modelu można badać zachowanie systemu przy różnych scenariuszach, w szczególności pokazać niestabilność równowagi modelu Harroda – efekt „wąskiej ścieżki wzrostu zrównoważonego”.

Podstawowy model wzrostu gospodarczego Solowa w SD

R. M. Solow zmodyfikował model zaproponowany przez Harroda. Poszukując warunków zrównoważonego wzrostu odrzucił założenie co do braku elastyczności pomiędzy czynnikami produkcji. Wprowadził dwuargumentową, neoklasyczną funkcję produkcji, w szczególności posłużył się przykładem funkcji Cobba-Douglasa¹⁴:

$$Y = K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$$

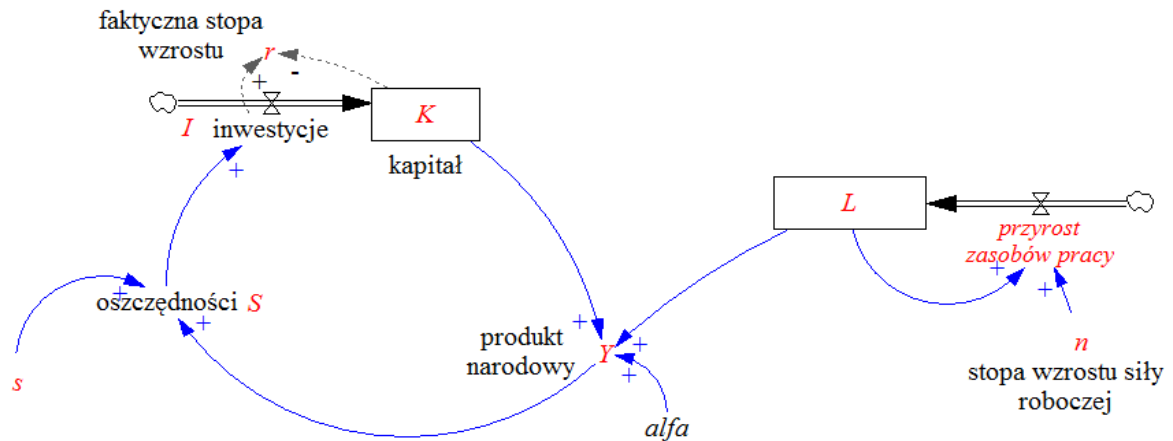
gdzie współczynnik α należy interpretować jako elastyczność produkcji względem zmian nakładów kapitału.

Graficzne przedstawienie zależności w ujęciu dynamiki systemów jest bardzo pomocne podczas porównywania badanych modeli. Łatwo zauważyć, że jakościowe odwzorowanie

¹⁴ R.M. Solow, *A Contribution to the Theory of Economic Growth* [w:] *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, No. 1 (1956), s. 76.

założeń podstawowego modelu wzrostu Solowa niewiele różni się od diagramu poziomów i strumieni z koncepcji Harroda (rysunek 5).

Rysunek 5. Diagram poziomów i strumieni w modelu Solowa

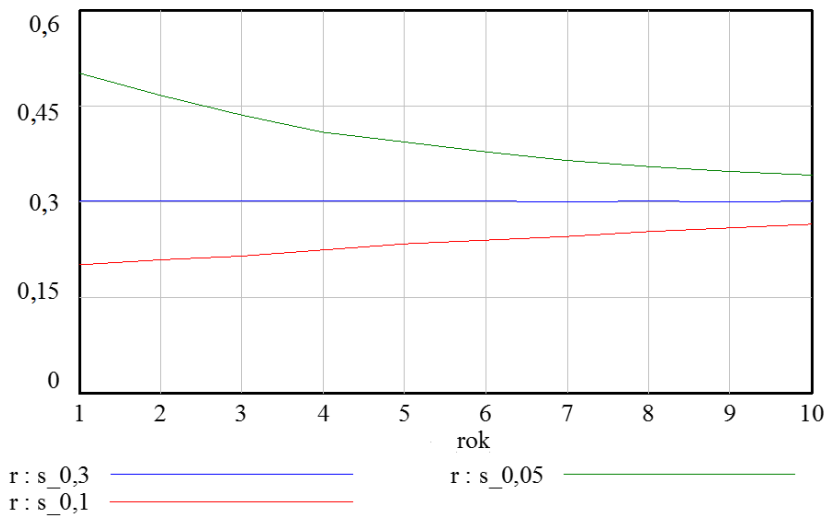


Źródło: opracowanie własne.

Zasadnicza różnica występuje w matematycznym modelu, gdzie formuła definiująca wielkość produktu narodowego ma bowiem postać: $Y = K^{\text{alfa}} \cdot L^{(1-\text{alfa})}$.

Podobnie jak w poprzednim przypadku, po sprecyzowaniu parametrów początkowych można przystąpić do symulacyjnego badania dynamiki modelu. Eksperymentowanie z różnymi wartościami s prowadzi w prosty sposób do istotnego wniosku teorii Solowa, że wyższa stopa oszczędności podnosi poziom produktu narodowego, ale nie podnosi trwale faktycznej stopy wzrostu gospodarki. Bez względu na punkt wyjścia gospodarka zmierza do równowagi (rysunek 6).

Rysunek 6. Zmiany stopy wzrostu gospodarki r dla $s=0,1$, $s=0,3$ oraz $s=0,05$.



Źródło: opracowanie własne.

Skonstruowany model w ujęciu dynamiki systemów wyjaśnia w prosty sposób mechanizm procesu wzrostu, wpływ poszczególnych czynników na zmiany dynamiki, ułatwia analizę i wyciąganie wniosków. Model można łatwo rozbudowywać, dodawać nowe zmienne, uwzględniając przykładowo zużywanie się kapitału trwałego. W tym celu wystarczy dodać nowy „odpływ” z regulującą wielkość strumienia stopą deprecjacji i zmodyfikować formułę akumulacyjną (zgodnie z wzorem 2) zmiennej K . Dynamika systemów w tym ujęciu jest doskonałym narzędziem do uczenia się i nauczania.

C. Dynamika systemów w modelu cyklu koniunkturalnego M. Kaleckiego

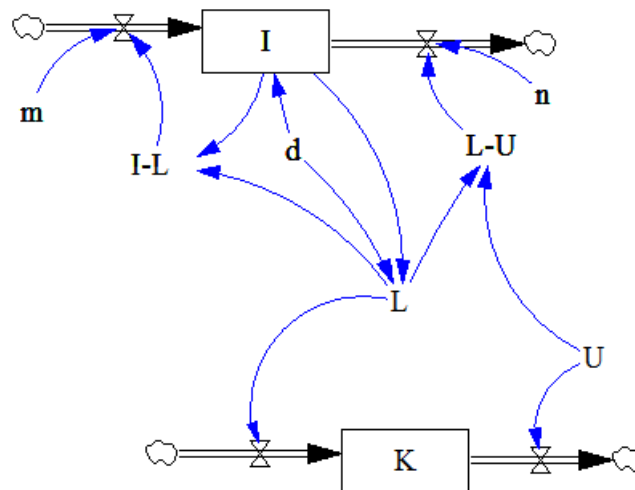
Na początku lat trzydziestych ubiegłego wieku M. Kalecki wskazał podstawową przyczynę kształtowania cyklicznego kształtowania się wydatków inwestycyjnych, wyjaśniając tym samym mechanizm cyklicznych wahań w dochodzie narodowym. Punktem wyjścia w koncepcji cykli koniunkturalnych M. Kaleckiego jest proces inwestowania, który obejmuje trzy kolejne etapy: zamówienia inwestycyjne I , produkcję dóbr A oraz ich dostawę L . Rozważania prowadzą do fundamentalnego równania dynamiki¹⁵:

$$I'(t) = \frac{m}{d}[I(t) - I(t-d)] - n[I(t-d) - U]$$

d oznacza okres opóźnienia, m stała ($m > 0$), zaś U określa stopę deprecjacji zasobów kapitałowych, zaś $I(t-d) = L(t)$. Na podstawie powyższej inwestycyjnej formuły cyklu koniunkturalnego można opracować model w ujęciu SD (rysunek 7):

¹⁵ M. Kalecki, *A Macrodynamical Theory of Business Cycles* [w:] *Econometrica*, vol.3, No. 3 (1935), s. 328.

Rysunek 7. Diagram poziomów i strumieni w modelu M. Kaleckiego



Źródło: opracowanie własne na podstawie D. Soto Torres, *A System Dynamics Approach to Kalecki's Model*, [w:] *System Dynamisc'93*, s. 509.

gdzie:

$$I = \text{INTEGER}(m \cdot (I-L)/d - n \cdot (L-U), I_0),$$

$$K = \text{INTEGER}(L-U, K_0)$$

$$L = \text{DELAY FIXED}(I, d)$$

Kalecki matematycznie wykazał, że opóźnienie pomiędzy decyzją inwestycyjną, a dostawą dóbr inwestycyjnych przyczynia się do fluktuacji koniunkturalnych. Dzięki komputerowym symulacjom prosto można przedstawić dynamiczne zachowanie się systemu gospodarczego i potwierdzić wpływ opóźnienia inwestycyjnego na powstawanie cyklicznych wahań.

Podsumowanie

Metoda SD dzięki połączeniu formalnych metod analizy oraz intuicyjnych narzędzi do modelowania struktury i dynamiki systemów stanowi doskonałe narzędzie do modelowania złożonego procesu, jakim jest wzrost gospodarczy, pozwala bowiem na proste przedstawienie i zrozumienie nawet bardzo skomplikowanych relacji o nieliniowym charakterze. Zrozumienie dynamiki procesów w fundamentalnych teoriach wzrostu gospodarczego stanowi solidną podstawę podjęcia dalszych działań badawczych. Przedstawione przykłady sygnalizują użyteczność i zalety stosowania tego ujęcia w efektywnym uczeniu się i nauczaniu.

Bibliografia

- [1.] Forrester J.W., *Urban Dynamics*, MIT Press, 1969.
- [2.] Hoffmann R., Protasowicki T., *Metoda dynamiki systemowej w modelowaniu złożonych systemów i procesów* [w:] *Biuletyn Instytutu Systemów Informatycznych* 12 19-28 (2013).
- [3.] Kalecki M., *A Macrodynamic Theory of Business Cycles* [w:] *Econometrica*, vol.3, No. 3 (1935).
- [4.] Lange O., *Teoria reprodukcji i akumulacji*, wyd. 2, PWN, Warszawa 1965.
- [5.] Meadows D. H., Meadows D. L., Randers J., Behrens W. W., *The Limits to Growth*, New York: Universe Books, New York 1972.
- [6.] Pieńkowski D., *Rola producentów w wybranych koncepcjach wzrostu gospodarczego* [w:] *Optimum. Studia ekonomiczne* nr 2 (62) 2013.
- [7.] Solow R. M., *A Contribution to the Theory of Economic Growth* [w:] *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, No. 1 (1956).
- [8.] Soto Torres D., *A System Dynamics Approach to Kalecki's Model*, [w:] *System Dynamisc'93*
- [9.] Sterman J.D., *Business Dynamics, Systems Thinking and Modeling for a Complex World*, McGraw-Hill, 2000.
- [10.] Wierciszewska A., Lasek M., *Dynamika systemów jako narzędzie modelowania procesów rozwoju gospodarczego*, [w:] *Optimum. Studia Ekonomiczne* nr 1 (49) 2011.
- [11.] Woźniak M. G., *Wzrost gospodarczy. Podstawy teoretyczne*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków 2008.

Streszczenie

Podstawowym celem artykułu jest przybliżenie tematyki modelowania złożonych procesów gospodarczych z wykorzystaniem metody dynamiki systemów. Na przykładach modelowania koncepcji wzrostu gospodarczego R. Harroda, R. Solowa oraz teorii cyklu koniunkturalnego M. Kaleckiego przedstawiono możliwości poznawcze i aplikacyjne tego podejścia badawczego.

W artykule zaprezentowano etapy budowania modelu, przeprowadzono symulacje wybranych zmiennych systemu oraz dokonano analizy otrzymanych wyników. Podkreślono użyteczność modelowania w podejmowaniu decyzji gospodarczych. Wskazano korzyści dydaktyczne wynikające z zastosowania podejścia dynamiki systemów w uczeniu się i nauczaniu.