

Adam Deptuła

Politechnika Opolska

Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki, Katedra Inżynierii Wiedzy

e-mail: a.deptula@po.opole.pl

Zastosowanie drzew rozgrywających parametrycznie dla grafu Hsu w analizie automatycznych skrzynek przekładniowych

STRESZCZENIE

W artykule omówiono możliwość zastosowania grafów zależności i drzew rozgrywających parametrycznie do analizy przykładowej automatycznej skrzynki przekładniowej. Analizę automatycznych skrzynek przekładniowych prowadzi się dla każdego biegu oddzielnie. W celu wyznaczenia wartości przełożenia stosuje się metodę grafu Hsu. Wyznaczenie rangi ważności sekwencji poszczególnych ustawień może być dodatkowo przeprowadzone z uwzględnieniem logicznych drzew decyzyjnych. W dalszym etapie grafy parametryczne pozwalają na dokonanie analizy i syntezy, np. sprawdzenie izomorfizmu projektowanych przekładni oraz generowanie optymalnego zestawu przełożeń na poszczególnych biegach. W tym celu buduje się struktury rozgrywające parametryczne od każdego wierzchołka grafu Hsu.

Słowa kluczowe: grafy zależności, drzewa rozgrywające parametrycznie, graf Hsu, optymalizacja, automatyczne skrzynki przekładniowe.

Nomenklatura:

G – graf przepływu sygnałów

G_i^+ – struktura drzewiasta rozkładu grafu z cyklami od i -tego wierzchołka początkowego

G_i^{++} – struktura rozgrywająca parametrycznie od i -tego wierzchołka początkowego bez cykli

z_i – i -ta krawędź grafu zależności przepływu sygnałów oznaczająca zmiany parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych (zmienne decyzyjne)

q_i – i -ty wierzchołek początkowy rozkładu grafu zależności opisujący dane funkcje zależne od czasu oraz zachowanie się funkcji kryterialnej

D – zbiór struktur rozgrywających parametrycznie od wszystkich wierzchołków

Cl_i – i -te sprzęgło automatycznej skrzynki przekładniowej

Br_i – i -ty hamulec automatycznej skrzynki przekładniowej

$Q = \{q_1, q_2, q_3\}$ – zbiór wierzchołków początkowych rozkładu grafu zależności

$Z = \{z_1, z_2\}$ – zbiór krawędzi grafu zależności

I, II, III, Rev – oznaczenie biegów do przodu (I, II, III) i wstecz (Rev) automatycznej skrzynki przekładniowej

$N_{j,i}$ – przełożenie

ω_i – prędkość obrotowa elementu i

f – cykle fundamentalne odpowiadające dwóm zazębionym elementom przekładni

k – oznaczenie klikki na grafie Hsu w ujęciu grafu zależności przepływu sygnałów

Wstęp

Każde dyskretne zadanie optymalizacyjne można rozwiązać przez przejrzenie wszystkich możliwości (wszystkich elementów przestrzeni stanów). Przestrzeń stanów odzwierciedla model danego systemu, np. układ maszynowy opisywany jest przez przestrzeń stanów. Tworzone są schematy, które w danym zakresie problemowym są reprezentacją pewnej klasy zjawisk, w celu stworzenia podstawy do badań i (lub) komunikacji. W ogólnym sensie jest to opis myślowy (wewnętrzny) lub postaciowy (diagramy, wzory matematyczne, relacje itp.), na ogół zredukowany do najistotniejszych cech o charakterze symbolicznym. W zagadnieniach technicznych mówi się o modelach rzeczywistych, opisujących rzeczywistość budowę obiektu konkretnego. W rozumieniu obiektu abstrakcyjnego należy rozważać pojęcia systemu (układu) i modelu. Oznacza to definiowanie systemu jako zbioru wzajemnie ze sobą połączonych (pozostających we wzajemnych relacjach) elementów, z których każdy jest związany bezpośrednio lub pośrednio z każdym innym podzbiorem elementów systemu. Z kolei modele można rozumieć jako uproszczone abstrakcyjne twory (*abstrat constructs*) używane do przewidywania zachowania się systemu (układu), a przy tym pozwalają one na liczbową analizę (zrozumienie) ich działania, poprawę jego działania poprzez wariacyjne zmiany parametrów, a także umożliwiają znajdowanie krytycznych stanów systemu – zanim zostanie on rzeczywiście zbudowany (zrealizowany). W przypadku układów zbudowanych z dużej liczby podukładów analityczne rozwiązywanie równań różniczkowych jest zazwyczaj pracochłonne lub może być istotnie utrudnione. Korzysta się wówczas z metod sieciowych, nazywanych w literaturze metodami nieklasycznymi. Poprzez wysoki stopień zalgorytmizowania metod sieciowych ułatwiona jest ich implementacja w komputerowych systemach obliczeniowych. Z drugiej strony w sposób graficzny (w postaci grafów) przedstawiają strukturę modelowego układu. Grafy i liczby strukturalne od dawna odgrywają rolę jako modele układów mechanicznych¹ i nadal są systematycznie rozwijane². Grafy przepływu mocy (grafy wiązań) w modelowaniu układu zostały przedstawione m.in. przez F.E. Cellier³, natomiast

¹ J. Wojnarowski, *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*, Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej, Gliwice 1977; A. Buchacz, *Aided Synthesis of Bar Systems Characterized by a Cascade Structure Represented by Graphs*, 1st International Conference on Graphs and Mechanics, Ustroń (vol.1), Politechnika Śląska, Gliwice 1993.

² A. Deptuła, M.A. Partyka, *Application of game graphs in optimization of dynamic system structures*, „International Journal of Applied Mechanics and Engineering” 2010, vol. 15, No. 3, pp. 647–656; J. Drewniak, S. Zawisłak, *Graph methods in kinematical analysis of multi-speed epicyclic gears*, „International Journal of Applied Mechanics and Engineering” 2010, vol. 17 (3), p. 791–798; J. Drewniak, S. Zawisłak, *Kinematical and dynamical analysis of closed kinematical chains using graphs and profile equations*, „PAMM – Proceedings on: Anwendung Mechanik und Mathematik” 2010, Vol. 9, No. 1, 547–548; A. Deptuła, J. Drewniak, M.A. Partyka, *Application of dependence graphs and game trees in analysis of a planetary gear modelled with a contour graph*, „Machine Dynamics Research” 2017, nr 3, vol. 41.

³ F.E. Cellier, *Object-oriented Modeling of Mechatronics Systems in Modelica Using Wrapped Bond Graphs*. –Proc. IEEE Intl. Conference on Mechatronics, Malaga, Spain 2009.

grafy stosowane w układach hydraulicznych przez E. Palczaka⁴. Stosowane są takie klasy grafów jak: grafy biegunowe, grafy przepływowe, grafy hybrydowe i liczby strukturalne. Ponadto istnieją specjalne grafy strumieniowe, np. w inżynierii chemicznej i procesowej.

Specyficznym rodzajem grafów spójnych bez cykli są drzewa. Wiele przykładów drzew dostarczają struktury logiczne, np. wielowartościowe drzewa logiczne, ankiety, dendryty wielochodowe oraz gry. Drzewa mają taką właściwość, że zaczynają się w korzeniu, od którego budowane są kolejne gałęzie. Stosowanie drzew w optymalizacji układów maszynowych jest w pełni użyteczne w sferze koncepcji, ponieważ pozwala na wybory (zmienianie) wartości arytmetycznych odpowiednich parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych danego układu maszynowego i ocenę pracy układu w nowych warunkach⁵. W dowolnym etapie optymalizacji można sporządzić drzewo, wybierając optymalne decyzje. Następnie można dołączyć do drzewa wierzchołki, które reprezentują optymalne odpowiedzi układu na zmiany wartości arytmetycznych parametrów konstrukcyjnych i tak dalej. Jeśli ograniczy się liczbę wierzchołków na każdym poziomie decyzji do tych, które reprezentują prawdziwe wytyczne konstrukcyjne (realizowalne), to można skonstruować graf rozbudowany dość „głęboko” w pewnym kierunku. W szczególności istnieją liczne praktyczne i wdrożone zastosowania optymalizacji układów maszynowych z wykorzystaniem drzew logicznych i grafów zależności⁶. Struktury rozgrywające parametrycznie, które zastosowano w rozkładzie grafu konturowego przekładni planetarnych⁷ mogą być zastosowane w analizie grafu Hsu automatycznych skrzynek przekładniowych.

1. Modele teorio-grafowe przekładni

Zaletą modelowania przekładni grafami jest to, że zagadnienia rozpatrywane za pomocą modeli grafowych mogą być rozwiązywane w sposób algorytmiczny, co pozwala w łatwy sposób wykorzystać programy komputerowe i szeroko pojęte zintegrowane systemy podejmowania decyzji. Graf w sensie teorii grafów związany jest z wieloma innymi strukturami algebraicznymi, jak

⁴ E. Palczak, *Modelowanie układów hydraulicznych za pomocą grafów Coatesa*, „Sterowanie i Napęd Hydrauliczny” 1993, nr 3.

⁵ M.A. Partyka, *Some remarks on the Quine – Mc Cluskey minimization algorithm of multiple-valued partial functions for design structures*, 7th Inter. Cong. Log. Method. Phil. Sc. 1983, Salzburg, Austria; M.A. Partyka, *The Quine-Mc Cluskey minimization algorithm of individual multiple-valued partial functions for digital control systems*, 3rd Inter. Confer. Syst. Engin. 1984, Wright State University, Dayton, USA; A. Deptuła, P. Osiński, *Zintegrowany system wspomagania decyzji do diagnostyki akustycznej w badaniu stanu technicznego silnika spalinowego*, „Mechanik” 2017, nr 7, s. 574–576.

⁶ A. Deptuła, M.A. Partyka, *Badanie własności dynamicznych układów maszynowych z uwzględnieniem wielokrotnej numeracji wierzchołkowej dla drzew rozgrywających parametrycznie*, „Napędy i Sterowanie” 2010, nr 3, s. 140–147; A. Deptuła, *Wielowymiarowe grafy zależności rozgrywające parametrycznie w opisie mechatronicznych układów kaskadowych*, XLIV Konf. Zast. Mat., Zakopane 2015, Inst. Mat. PAN, Warszawa 2015; P. Osiński, A. Deptuła, M.A. Partyka, *Discrete optimization of a gear pump after tooth root undercutting by means of multi-valued logic trees*, „Archives of Civil and Mechanical Engineering” 2013, nr 13(4), s. 422–431.

⁷ A. Deptuła, J. Drewniak, M.A. Partyka, *Application of dependence graphs...*; A. Deptuła, *Analiza przekładni planetarnej zamodelowanej grafem konturowym z uwzględnieniem metody struktur rozgrywających parametrycznie*, „Mechanik” 2017, nr 7, s. 640–642; A. Deptuła A., *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych z uwzględnieniem logicznych drzew decyzyjnych*, XLVI Konf. Zast. Mat., Zakopane, Inst. Mat. PAN, Warszawa 2017.

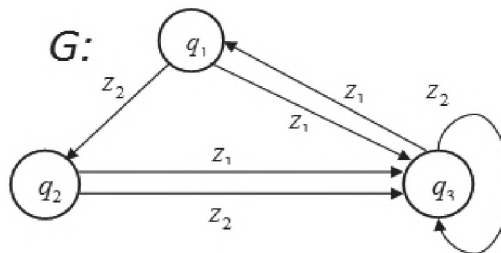
np. macierze, matroidy, liczby strukturalne, przestrzenie liniowe odcień. Obiekty te umożliwiają kodowanie struktury przekładni, co pozwala na zastosowanie zaawansowanych algorytmów sztucznej inteligencji: ewolucyjnych, mrówkowych, genetycznych lub immunologicznych.

Cele modelowania przekładni grafami były różnorodne, m.in. analiza dynamiczna, analiza kinematyczna, synteza, analiza struktury i enumeracja⁸.

Wśród metod analizy przekładni planetarnych można wyróżnić metody m.in. Hsu⁹, Freudensteina¹⁰ oraz Marghitu¹¹. W przypadku zasad Hsu graf jest budowany według następujących zasad: pomijane są wymiary geometryczne oraz rozważa się pary kinematyczne: obrotową, typu planeta–jarzmo⁷ oraz zazębienie. Jest ona szczególnie przydatna do rozważania mechanizmów różnych rodzajów (tzw. planarnych, wozikowych, itp.).

1.1. Grafy zależności rozgrywające parametrycznie

Skierowany graf zależności¹² określa wyrażenia analityczne reprezentujące ten graf, a więc będące jego modelem analitycznym. W literaturze istnieją opracowania opisujące zastosowanie grafów zależności i struktur rozgrywających parametrycznie w badaniu własności dynamicznych układów maszynowych. Graf definiuje się uporządkowaną parą zbiorów. W pierwszym z nich zawarto wierzchołki grafu, a w drugim krawędzie grafu, czyli uporządkowanej pary wierzchołków. Skierowany graf zależności G rozgrywający parametrycznie przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Graf skierowany rozgrywający parametrycznie

Źródło: opracowanie własne.

⁸ S. Uematsu, *An application of graph theory to the kinematic analysis of planetary gear trains*, „Int. Journal of the Japan Soc. for Precis. Eng.” 1997, No. 31, s. 141–146; J. Drewniak, S. Zawisłak, *Synthesis of planetary gears by means of artificial intelligence approach especially graph-theoretical modeling*, „Solid State Phenomena” 2010, Vol. 164, s. 243–248; C. H. Hsu, K. T. Lam, Y. L. Lin, „Automatic synthesis of displacement for planetary gear trains, Math., Comput., „Modelling” 1994, Vol. 19, No. 11, s. 67–81.

⁹ G. Kron, *Generalized theory of electrical machinery*, AIEE Transactions 1930, 49, s. 666–683, Discussion, ibidem, s. 683–685; C. H. Hsu, *Graph notation and kinematic equations of motion of planetary gear trans*, „International Journal of Vehicle Design” 1992, 13, 3, s. 233–240.

¹⁰ F. Freudenstein, *An application of Boolean algebra to the motion of epicyclic driver*, „ASME Journal of Engineering for Industry” 1971, Ser. B, 93, s. 176–182.

¹¹ D. Marghitu, *Kinematic chains and machine components design*, Elsevier Amsterdam, San Diego, Academic Press, London 2005.

¹² A. Deptuła, M. A. Partyka, *Badanie własności dynamicznych...*; A. Deptuła, J. Drewniak, M. A. Partyka, *Analiza przekładni planetarnej zamodelowanej grafem konturowym z uwzględnieniem metody struktur rozgrywających parametrycznie*, „Mechanik” 2017, nr 7, s. 640–642.

Skierowany graf zależności G z rysunku 1 składa się ze zbioru wierzchołków Q :

$$Q = \{q_1, q_2, q_3\} \tag{1}$$

oraz ze zbioru krawędzi Z , czyli uporządkowanej pary wierzchołków:

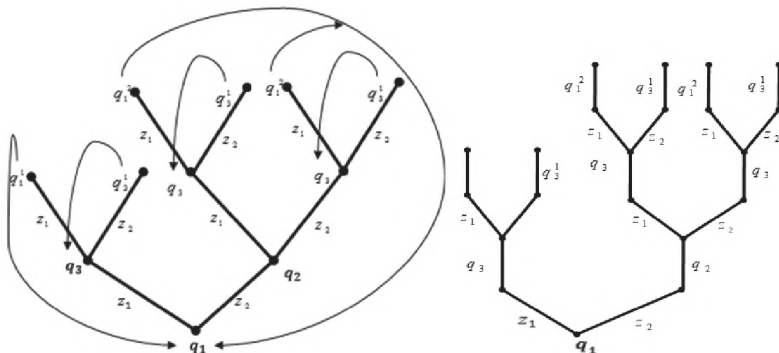
$$Z = \{z_1, z_2\} \tag{2}$$

W wyniku rozkładu grafu od wybranego wierzchołka w pierwszym etapie uzyskiwana jest struktura drzewiasta z cyklami G_i^+ , oraz struktura rozgrywająca parametrycznie bez cykli G_i^{++} , gdzie i oznacza wybór wierzchołka początkowego. Algorytm analizy, strukturalizacji i rozkładu grafu zależności przedstawiono m.in. w pracach A. Deptuły i M.A. Partyki¹³. Na przykład dla wierzchołka początkowego q_1 (rys. 2) otrzymuje się wyrażenia analityczne $Gq_1^{+(14)}$ oraz $Gq_2^{++(15)}$:

$$G_{q_1}^+ = ({}^0 q_1 ({}^1 z_1 q_3 ({}^2 z_1 q_1, z_2 q_3)^2, z_2 q_2 ({}^2 z_1 q_3, z_2 q_3)^2)^1)^0 \tag{3}$$

$$G_{q_1}^{++} = ({}^0 q_1 ({}^1 z_1 q_3 ({}^2 z_1 q_1^1, z_2 q_3^1)^2, z_2 q_2 ({}^2 z_1 q_3 ({}^3 z_1 q_1^2, z_2 q_3^1)^3, z_2 q_3 ({}^3 z_1 q_1^2, z_2 q_3^1)^3)^2)^1)^0 \tag{4}$$

Strukturę drzewiastą z cyklami i strukturę rozgrywającą parametrycznie przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Struktura rozgrywająca parametrycznie z cyklami dla grafu zależności z rysunku 1 od wierzchołka początkowego q_1 oraz odpowiednie drzewo rozgrywające parametrycznie

Źródło: opracowanie własne.

Przy interpretacji struktur parametrycznych jako elementów informacyjnych (grafy przepływu sygnałów) ważna jest interpretacja wierzchołka początkowego (*entry vertex*) oraz wierzchołka wyjściowego (*exit vertex*). Każdy pozostały wierzchołek traktowany jest jako stan układu (*state vertex*). Istnieje związek rangi ważności wierzchołków z wysokością struktury drzewiastej. Każdy graf zależności G jest pewnym grafem zorientowanym. G jest wtedy k -rozróżnialny według pewnej rodziny zbiorów mierzalnych, jeżeli:

¹³ A. Deptuła, M.A. Partyka, *Application of game graphs in optimization of dynamic...*; A. Deptuła, M.A. Partyka, *Badanie własności dynamicznych...*

¹⁴ A. Deptuła, M.A. Partyka, *Application of game graphs in optimization of dynamic...*

¹⁵ J. Drewniak, S. Zawisłak S., *Graph methods in kinematical analysis of multi-speed epicyclic Sears*, „International Journal of Applied Mechanics and Engineering” 2010, vol. 17 (3), s. 791–798.

$$\exists D \in \{D\} (|D| = k) \quad (5)$$

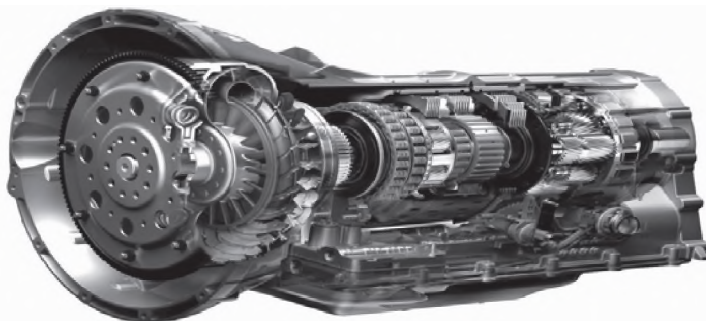
$$\forall D \in \{D\} (|D| \leq k) \quad (6)$$

Analiza dowolnego grafu zależności G sprowadza się do wyznaczenia odpowiedniej struktury oraz określenia liczby optymalnych dróg. Każdą strukturę można zapisać w postaci macierzy incydencji lub macierzy dróg informacyjnych.

W pracach A. Deptuły, J. Drewniaka, M. A. Partyki¹⁶ zastosowano struktury rozgrywające parametrycznie dla grafu konturowego jako dalszy etap analizy przekładni planetarnych. Z kolei w pracy *Application of dependence graphs...*¹⁷ zastosowano kompleksowy współczynnik złożoności dla struktur rozgrywających parametrycznie jako dalszy etap analizy.

2. Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych

Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych jest podobna do analizy pojedynczych przekładni planetarnych. Analizę prowadzi się dla każdego biegu oddzielnie, wprowadzając pewne przekształcenia odpowiednich grafów. Nowością zaproponowaną w pracy S. Zawisłaka jest modyfikacja grafu Hsu poprzez wprowadzenie ścieżki od wejścia do wyjścia¹⁸. Modelowy przykład automatycznej skrzynki przekładniowej przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Rysunek modelowy przykładowej automatycznej skrzynki przekładniowej

Źródło: opracowanie własne na podstawie S. Zawisłak, op. cit.

Ścieżkę tę tworzą odpowiednie krawędzie grafu przekładni. Wejście oraz wyjście oznaczane są dodatkowo. Ta ścieżka pozwala na analizę kolejności przekazywania ruchu obrotowego przez kolejne elementy przekładni. Ponadto umożliwia wykrycie tzw. elementów redundantnych dla danego, aktualnie rozpatrywanego, biegu przekładni. Konsekwencją takiego podejścia jest zaproponowana w pracy idea transformacji grafu. Wyznaczanie rangi

¹⁶ A. Deptuła, J. Drewniak, M. A. Partyka, *Application of dependence graphs...*; A. Deptuła, J. Drewniak, M. A. Partyka, *Analiza przekładni planetarnej...*

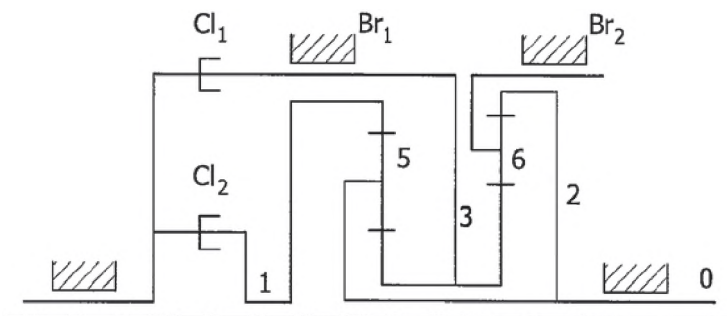
¹⁷ A. Deptuła, J. Drewniak, M. A. Partyka, *Application of dependence graphs...*

¹⁸ S. Zawisłak, *The Graph-based Methodology as an Artificial Intelligence Aid for Mechanical Engineering Design*, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała 2010.

ważności sekwencji poszczególnych ustawień może być przeprowadzone z uwzględnieniem logicznych drzew decyzyjnych¹⁹.

2.1. Zastosowanie drzew rozgrywających parametrycznie dla grafu Hsu w analizie przykładowej automatycznej skrzynki przekładniowej

Przykładową automatyczną skrzynkę przekładniową realizującą cztery biegi przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Schemat funkcjonalny przykładowej automatycznej skrzynki przekładniowej, gdzie: **Cl** – sprzęgło, **Br** – hamulec

Źródło: opracowanie własne na podstawie: A. Deptuła, *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych...*; S. Zawiślak, op. cit.

Automatyczny układ sterowania sprzęgłami oraz hamulcami umożliwia osiągnięcie kolejnych biegów, stąd w tabeli 1 zestawiono odpowiednie sekwencje ustawień elementów sterujących.

W pracy przekładni przyjmuje się, że sprzęgło *Cl* i hamulec *Br* mogą przyjmować dwa stany 1 i 0 (1 – aktywny, 0 – pasywny). Dla przekładni z rysunku 5 istnieją 4 zmienne decyzyjne: Cl_1 , Cl_2 , Br_1 , Br_2 – dwuwartościowe²⁰.

Tabela 1. Sekwencje elementów sterujących w rozpatrywanej przekładni

Control Drive	Cl_1	Cl_2	Br_1	Br_2
I	0	1	0	1
II	0	1	1	0
III	1	1	0	0
Rev	1	0	0	1

gdzie: *Cl* – sprzęgło, *Br* – hamulec, 1 – aktywny, 2 – wyłączony

Źródło: S. Zawiślak, op. cit.

¹⁹ A. Deptuła A., *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych...*

²⁰ A. Deptuła, *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych...*; S. Zawiślak, op. cit.

Jeżeli wszystkie ścieżki tradycyjnego drzewa logicznego oznaczają zbiór wszystkich wariantów teoretycznych procesu optymalizacji dyskretnej, to należy wyodrębnić warianty prawdziwe²¹. Ogólny schemat postępowania przy modelowaniu przekładni za pomocą grafów można opisać następująco:

Krok 1. Wybór problemu do analizy kinematycznej lub synteza oraz rozważanie elementów związanych z wybranym problemem (abstrahowanie).

Krok 2. Określenie relacji dla wyszczególnionych elementów (np. wyszczególnienie par kinematycznych obrotowych i zazębień).

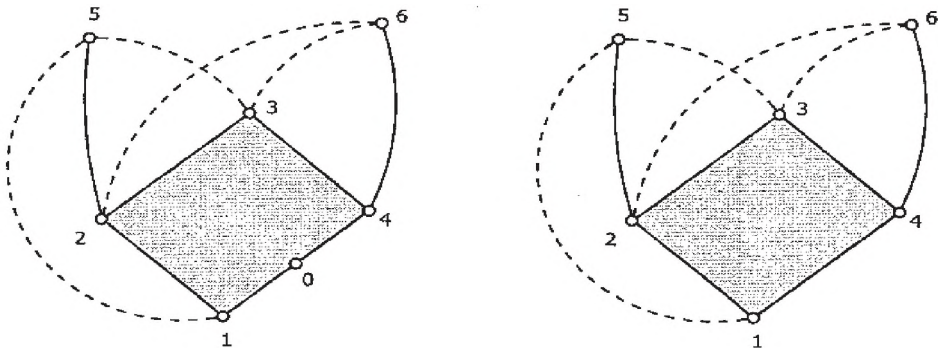
Krok 3. Wyszczególnienie wybranych podgrafów na podstawie zasadniczego grafu przekładni i zapisanie kodów

Krok 4. Wygenerowanie równań opisujących przekładnię na podstawie kodów, a więc w sposób uporządkowany (algorytmiczny) i rozwiązanie otrzymanego układu równań.

W przypadku zasad Hsu graf jest budowany według następujących zasad: pomijane są wymiary geometryczne oraz rozważa się pary kinematyczne: obrotową, typu „planeta–jarzmo” oraz zazębień. Generuje się układ równań opisujących kinematykę przekładni. Każde równanie przypisuje się jednemu f -cyklowi. Liczba f -cykli jest równa liczbie krawędzi kreskowych, a dla każdego f -cyklu spełnione jest równanie (7):

$$\omega_i - \omega_k = \pm N_{j,i} (\omega_j - \omega_k) \quad (7)$$

Graf reprezentujący ogólną strukturę przekładni z rysunku 4 przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Grafy dla przykładowej automatycznej skrzynki przekładniowej z rys. 4

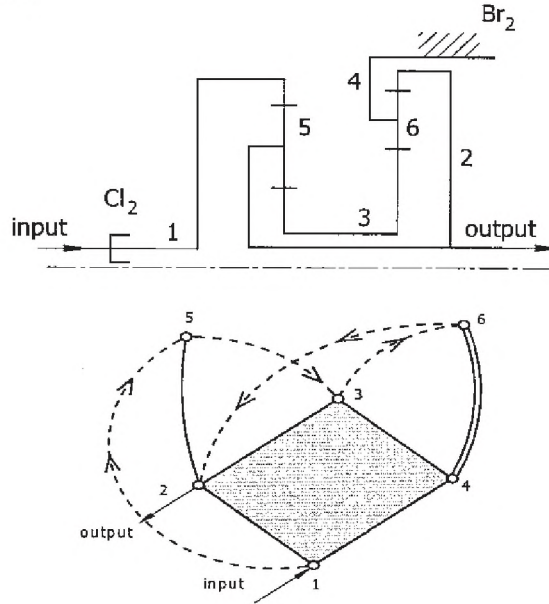
Źródło: opracowanie własne na podstawie A. Deptuła, J. Drewniak, M.A. Partyka, *Application of dependence graphs...*; B. Roy, *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.

Dla grafów z rysunku 5 ścieżki przekazywania ruchu obrotowego przez przekładnię zaczynają się od elementu wejściowego, a kończą na elemencie wyjściowym²².

²¹ M.A. Partyka, *The Quine-Mc Cluskey minimization algorithm...*; A. Deptuła, *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych...*

²² S. Uematsu, op. cit.

Uproszczony schemat przekładni dla pierwszego biegu oraz graf Hsu dla tego biegu przedstawia rysunek 6.



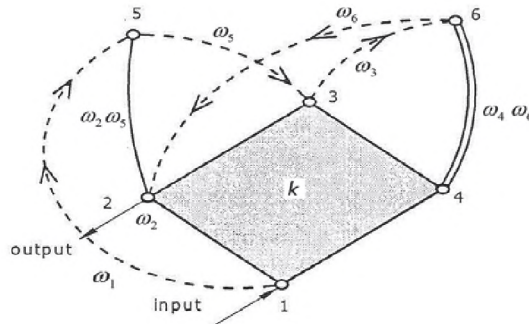
Rys. 6. Schemat funkcjonalny przekładni dla pierwszego biegu oraz graf Hsu

Źródło: opracowanie własne na podstawie: A. Deptuła A., *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych...*; S. Zawisłak, op. cit.

Dla grafu ze ścieżką od wejścia do wyjścia z rysunku 6 można zbudować zbiór D struktur rozgrywających parametrycznie:

$$D = \{G_1^{++}, G_2^{++}, G_3^{++}, G_3^{++}, G_5^{++}, G_6^{++}\} \tag{8}$$

Na potrzeby algebraizacji przypisuję się także grafowi oznaczenie prędkości ω_i jako indeksów kolejności odczytywanych krawędzi (rys. 7).



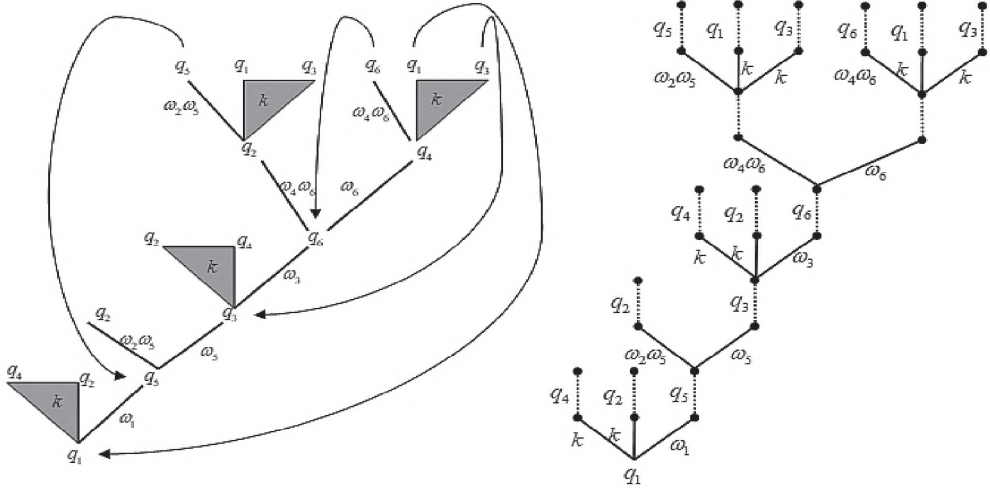
Rys. 7. Graf ze ścieżką od wejścia do wyjścia dla przekładni w ujęciu grafu przepływu sygnałów

Źródło: opracowanie własne na podstawie A. Deptuła A., *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych...*; S. Zawisłak, op. cit.

Przestrzegając algorytmu rozkładu grafu przepływu sygnałów od wierzchołka początkowego q_1 , otrzymuje się strukturę z cyklami $G_{q_1}^+$ opisaną wyrażeniem (9):

$$G_{q_1}^+ = ({}^0 q_1 ({}^1 \omega_1 q_5 ({}^2 \omega_5 q_3 ({}^3 \omega_3 q_6 ({}^4 \omega_4 \omega_6 q_4 ({}^5 \omega_4 \omega_6 q_6, kq_1, kq_3))^5, \omega_6 q_2 ({}^5 kq_3, kq_1, \omega_2 \omega_5 q_5)^5)^4, kq_4, kq_2)^3, \omega_2 \omega_5 q_2)^2, kq_4, kq_2)^1)^0 \quad (9)$$

Strukturę rozgrywającą $G_{q_1}^+$ z cyklami oraz bez cykli przedstawia rysunek 8.



Rys. 8. Struktura rozgrywająca parametrycznie $G_{q_1}^+$ z cyklami i bez cykli

Źródło: opracowanie własne.

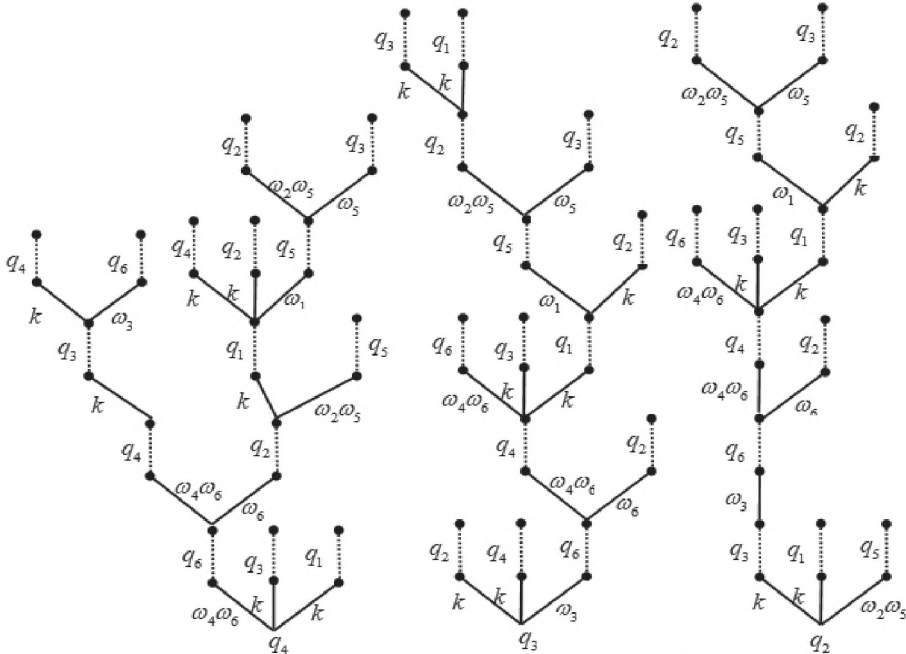
Następnie dokonano rozkładu grafu Hsu od pozostałych trzech wierzchołków q_2, q_3, q_4 tworzących klikę k , otrzymując struktury rozgrywające parametrycznie $G_{q_2}^+, G_{q_3}^+$ i $G_{q_4}^+$ (10–12):

$$G_{q_2}^+ = ({}^0 q_2 ({}^1 kq_3 ({}^2 \omega_3 q_6 ({}^3 \omega_4 \omega_6 q_4 ({}^4 \omega_4 \omega_6 q_6, kq_1 ({}^5 \omega_1 q_5 ({}^6 \omega_5 q_3, \omega_2 \omega_5 q_2))^6, kq_2)^5, kq_3)^4, \omega_6 q_2)^3)^2, kq_1, \omega_2 \omega_5 q_5)^1)^0 \quad (10)$$

$$G_{q_3}^+ = ({}^0 q_3 ({}^1 \omega_3 q_6 ({}^2 \omega_4 \omega_6 q_4 ({}^3 \omega_4 \omega_6 q_6, kq_1 ({}^4 \omega_1 q_5 ({}^5 \omega_5 q_3, \omega_2 \omega_5 q_2 ({}^6 kq_3, kq_1))^6)^5, kq_2)^4, kq_3)^3, \omega_6 q_2)^2, kq_2, kq_4)^1)^0 \quad (11)$$

$$G_{q_4}^+ = ({}^0 q_4 ({}^1 \omega_4 \omega_6 q_6 ({}^2 \omega_4 \omega_6 q_4, \omega_6 q_2 ({}^3 kq_3 ({}^4 \omega_3 q_6, kq_1)^4, kq_1 ({}^4 \omega_1 q_5 ({}^5 \omega_5 q_3, \omega_2 \omega_5 q_2))^5, kq_2, kq_4)^4, \omega_2 \omega_5 q_2)^3)^2, kq_3, kq_1)^1 \quad (12)$$

Graficzną postać struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie przedstawiono na rysunku 9.



Rys. 9. Struktury rozgrywające parametrycznie Gq_2^+ , Gq_3^+ , Gq_4^+

Źródło: opracowanie własne.

Dla przekładni można wyróżnić następujący zbiór f -cykli: (1,5)2; (3,5)2; (2,6)4 oraz (3,6)4. Następnie można do nich przyporządkować równania f -cykli.

Warunek zahamowania: $\omega_4 = 0$

Pozostałe równania opisujące kinematykę mają postać²³:

$$\begin{cases} \omega_1 - \omega_2 = +N_{51}(\omega_5 - \omega_2) \\ \omega_3 - \omega_2 = -N_{53}(\omega_5 - \omega_2) \\ \omega_2 - \omega_4 = +N_{62}(\omega_6 - \omega_4) \\ \omega_3 - \omega_4 = -N_{63}(\omega_6 - \omega_4) \end{cases} \quad (13)$$

Szukane przełożenie:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{N_{63}N_{53}}{N_{53}N_{63} + N_{51}(N_{63} + N_{62})} \quad (14)$$

²³ S. Uematsu, op. cit.

Z odpowiedniego wierzchołka końcowego można powrócić do wierzchołka wcześniejszego, a nawet początkowego. Dlatego na przykład dla q_1 ostatecznie otrzymuje się strukturę $G_{q_1}^{++}$ jako wyrażenie (15):

$$G_{q_1}^{++} = ({}^0 q_1 ({}^1 \omega_1 q_5 ({}^2 \omega_5 q_3 ({}^3 \omega_3 q_6 ({}^4 \omega_4 \omega_6 q_4 ({}^5 \omega_4 \omega_6 q_6^1, kq_1^1, kq_3^1)^5, \omega_6 q_2 ({}^6 kq_3^2, kq_1^2, \omega_2 \omega_5 q_5^1)^5)^4, kq_4 ({}^4 \omega_4 \omega_6 q_6^2, kq_1^3, kq_3^3)^4, kq_2 ({}^4 kq_3^4, kq_1^4, \omega_2 \omega_5 q_5^2)^4)^3, \omega_2 \omega_5 q_2 ({}^3 kq_3^5, kq_1^5, \omega_2 \omega_5 q_5^3)^3)^2, kq_4 ({}^2 \omega_4 \omega_6 q_6^3, kq_1^6, kq_3^6)^2, kq_2 ({}^2 kq_3^7, kq_1^7, \omega_2 \omega_5 q_5^4)^2)^1)^0 \quad (15)$$

Ostateczne struktury rozgrywające parametrycznie $G_{q_2}^{++}$, $G_{q_3}^{++}$ i $G_{q_4}^{++}$ otrzymuje się w podobny sposób w sensie analitycznym i graficznym, co już nie zostało przedstawione w niniejszej pracy.

W grafach zależności rozgrywających parametrycznie analizowane są decyzje tzw. „związane”. Wyniki uzyskane w kolejnych decyzjach zależą od decyzji początkowych, co umożliwia tworzenie modeli dynamicznych. W przypadku automatycznych skrzynek przekładniowych modelowanych grafem Hsu można wyróżnić następujące aspekty sztucznej inteligencji w grafowym modelowaniu układów mechanicznych:

- automatyczne generowanie układów równań opisujących pewne dynamiczne własności układów,
- transfer wiedzy z dziedziny mechaniki do dziedziny teorii grafów i kierunku odwrotnym,
- analogie elektromechaniczne (uogólnienie sieci).

Transformacja wiedzy związanej z automatycznymi skrzyniami przekładniowymi z dziedziny mechaniki polega na wyrażeniu relacji i praw z zakresu mechaniki za pomocą pojęć grafowych. Następnie z grafu Hsu po transformacji z powrotem na równania można uzyskać żadaną wartość przełożenia. Cykle fundamentalne można wyznaczyć na podstawie algorytmu odnoszącego się do specjalnej macierzy reprezentującej graf Hsu.

Na drzewach rozgrywających parametrycznie od każdego z wierzchołków grafu opisano proces decyzyjny i przestrzeń możliwych do uzyskania stanów analizowanego systemu. Każda otrzymana struktura rozgrywająca parametrycznie wymaga obliczenia kompleksowego współczynnika złożoności. W strukturach drzewiastych w ujęciu przyrostu entropii (informacji), jako heurystyki do wyboru parametru decyzyjnego, ważne jest występowanie rozgałęzień jak najdalej od korzenia struktury. Wówczas zachowuje się jak najdłużej ciąg informacyjny i dopiero przy odgałęzieniu wybór zmiennych decyzyjnych jest odpowiednio rozdzielony do nowych węzłów (poddrzew). Dlatego wartość kompleksowych współczynników złożoności drzew, w których występują rozgałęzienia na najwyższych piętrach, jest najmniejsza²⁴.

Zastosowanie drzew rozgrywających parametrycznie ma pozwolić uzyskać szukaną wartość przełożenia bezpośrednio z grafu Hsu – po uprzednim przekształceniu go w graf zależności i wybraniu optymalnej struktury.

²⁴ A. Regnier, *Les infortunes de la raison*, Seuil 1966; B. Roy, op. cit.

Wnioski

Struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie od każdego wierzchołka różnią się między sobą budową i własnościami. W odróżnieniu od tradycyjnych grafów zależności i klasyfikatorów drzewiastych w grafie z drzewami rozgrywającymi parametrycznie istnieje związek rangi ważności wierzchołków (stanów) z wysokością struktury drzewiastej. Takie podejście jest odmienne wobec dotychczasowych opracowań literaturowych na temat automatów rozgrywających parametrycznie i ich zastosowań związanych z systemami sterowania, systemami operacyjnymi, reprezentacją wiedzy na poziomie języka naturalnego, programowaniem zachowania się systemu cybernetycznego itd.

W dotychczasowych opracowaniach literaturowych z uwzględnieniem metod graficznych i automatów rozgrywających parametrycznie uwzględniono:

- bazy wiedzy z użyciem grafów,
- działania automatu skończonego na podstawie wyrażeń symbolicznych,
- dendryty reprezentujące grę prognozującą,
- ścieżki w dendrycie gry opisującej prognozę rozwoju systemu w przyszłości z określeniem tzw. semaforów.

Zaletami metod grafowych są: algorytmiczne ujęcie problemów oraz możliwość realizowania innych zadań, np. algorytmiczne znajdowanie kół nadmiarowych lub enumeracja rozwiązań konstrukcyjnych. W powyższym ujęciu struktury rozgrywające parametrycznie mogą w lepszy sposób odwzorowywać możliwości algorytmiczne danej przekładni. W pracy przedstawiono możliwość zastosowania grafów zależności w analizie przykładowej skrzynki przekładniowej, dla której został zbudowany graf Hsu.

W takim stanie dotychczasowych opracowań literaturowych uwzględniono dawne skierowane grafy przepływu sygnałów, w których rozkład od dowolnego wierzchołka w pierwszym etapie prowadził do struktury drzewiastej z cyklami, a potem do ogólnej struktury drzewiastej rozgrywającej parametrycznie. Określenie rangi ważności elementów pozwala na tworzenie uproszczonego grafu danej przekładni. Graf po transformacji umożliwia wygenerowanie uproszczonego układu równań – tylko dla danego biegu. Istnieje możliwość dalszych uogólnień i modyfikacji.

Bibliografia

- Buchacz A., *Aided Synthesis of Bar Systems Characterized by a Cascade Structure Represented by Graphs*, 1st Inter. Confer. on Graphs and Mechanics, Ustroń (vol. 1), Politechnika Śląska, Gliwice 1993.
- Cellier, F.E., *Object-oriented Modeling of Mechatronics Systems in Modelica Using Wrapped Bond Graphs*, Proc. IEEE Intl. Conference on Mechatronics, Malaga, Spain 2009.
- Deptuła A., *Wielowymiarowe grafy zależności rozgrywające parametrycznie w opisie mechatronicznych układów kaskadowych*, XLIV Konf. Zast. Mat., Zakopane, Inst. Mat. PAN, Warszawa 2015.
- Deptuła A., *Analiza przekładni planetarnej zamodelowanej grafem konturowym z uwzględnieniem metody struktur rozgrywających parametrycznie*, „Mechanik” 2017, nr 7, s. 640–642.

- Deptuła A., *Analiza automatycznych skrzynek przekładniowych z uwzględnieniem logicznych drzew decyzyjnych*, XLVI Konf. Zast. Mat., Zakopane, Inst. Mat. PAN, Warszawa.
- Deptuła A., Drewniak J., Partyka M.A., *Analiza przekładni planetarnej zamodelowanej grafem konturowym z uwzględnieniem metody struktur rozgrywających parametrycznie*, „Mechanik” 2017, nr 7, s. 640–642.
- Deptuła A., Drewniak J., Partyka M.A., *Application of dependence graphs and game trees in analysis of a planetary gear modelled with a contour graph*, „Machine Dynamics Research” 2017, nr 3, vol 41.
- Deptuła A., Osiński P., *Zintegrowany system wspomagania decyzji do diagnostyki akustycznej w badaniu stanu technicznego silnika spalinowego*, „Mechanik” 2017, nr 7, s. 574–576.
- Deptuła A., Partyka M.A., *Application of game graphs in optimization of dynamic system structures*, „International Journal of Applied Mechanics and Engineering” 2010, vol. 15, nr 3, s. 647–656.
- Deptuła A., Partyka M.A., *Badanie własności dynamicznych układów maszynowych z uwzględnieniem wielokrotnej numeracji wierzchołkowej dla drzew rozgrywających parametrycznie*, „Napędy i Sterowanie” 2010, nr 3, str. 140–147.
- Drewniak J., Zawiaślak S., *Graph methods in kinematical analysis of multi-speed epicyclic Sears*, „International Journal of Applied Mechanics and Engineering” 2010, Vol. 17 (3), s. 791–798.
- Drewniak J., Zawiaślak S., *Kinematical and dynamical analysis of closed kinematical chains using graphs and profile equations*, „PAMM- Proceedings on: Anwendung Mechanik und Mathematik” 2010, Vol. 9, nr 1, s. 547–548.
- Drewniak J., Zawiaślak S., *Synthesis of planetary gears by means of artificial intelligence approach especially graph- theoretical modeling*, „Solid State Phenomena” 2010, Vol. 164, s. 243–248.
- Freudenstein F., *An application of Boolean algebra to the motion of epicyclic driver*, „ASME Journal of Engineering for Industry” 1971, Ser. B, 93, s. 176–182.
- Hsu C.H., Lam K.T., Lin Y.L., *Automatic synthesis of displacement for planetary gear trains*, „Math., Comput., Modelling” 1994, Vol. 19, No. 11, s. 67–81.
- Hsu C.H., *Graph notation and kinematic equations of motion of planetary gear trans*, „International J. of Vehicle Design” 1992, 13, 3, s. 233–240.
- Kron G., *Generalized theory of electrical machinery*, AIEE Transactions 1930, 49, s. 666–683, Discussion, *ibidem*, s. 683–685.
- Marghitu D., *Kinematic chains and machine components design*, Elsevier Amsterdam, San Diego, Academic Press, London 2005.
- Osiński P., Deptuła A., Partyka M.A., *Discrete optimization of a gear pump after tooth root undercutting by means of multi-valued logic trees*, „Archives of Civil and Mechanical Engineering” 2013, 13(4), s. 422–431.
- Palczak E., *Modelowanie układów hydraulicznych za pomocą grafów Coatesa*, „Sterowanie i Napęd Hydrauliczny”, nr 3/93.
- Partyka M.A., *Some remarks on the Quine – Mc Cluskey minimization algorithm of multiple-valued partial functions for design structures*, 7th Inter. Cong. Log. Method. Phil. Sc., Salzburg, Austria 1983.

- Partyka M. A., *The Quine–Mc Cluskey minimization algorithm of individual multiple-valued partial functions for digital control systems*, 3rd Inter. Confer. Syst. Engin., Wright State University, Dayton, USA 1984.
- Regnier A., *Les infortunes de la raison*, Seuil 1966.
- Roy B., *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- Uematsu S., *An application of graph theory to the kinematic analysis of planetary gear trains*, „Int. Journal of the Japan Soc. for Precis. Eng.” 1997, No. 31, s. 141–146.
- Wojnarowski J., *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*, Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej, Gliwice 1977.
- Zawiślak S., *The Graph-based Methodology as an Artificial Intelligence Aid for Mechanical Engineering Design*, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała 2010.

SUMMARY

Adam Deptuła

Application of game-tree structures for the Hsu graph in the analysis of automatic transmission gearboxes

This paper discusses the possibility of applying the game-trees structures and information systems in the analysis of automatic gearboxes. The purpose of modeling an automatic gearbox with graphs can be versatile, namely: determining the transmission ratio of individual gears, analyzing the speed and acceleration of individual rotating elements. In a further step, logic tree decision methods can be used to analyze functional schemes of selected transmission gears. Instead, for graphs that are models of transmission, parametrically acting tree structures can be used. This allows for the generalization and extension of the algorithmic approach. Furthermore, in the future, it will allow for further analyses and syntheses, such as checking the isomorphism of the proposed solutions, determining the validity of construction and/or operating parameters of the analyzed gears.

Key words: dependence graphs, game tree structures, Hsu graph, optimization, automatic transmission gearboxes.

Data wpływu artykułu: 28.02.2018 r.

Data akceptacji artykułu: 7.05.2018 r.