

**dr Joanna Perzyńska**

---

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

---

## **Sieci Kohonena jako narzędzie wspomagające budowę prognoz kombinowanych**

### **Streszczenie:**

W artykule przedstawiono propozycję wykorzystania sieci Kohonena we wstępnym etapie budowy prognoz kombinowanych. Przy pomocy sieci Kohonena można podzielić zbiór dostępnych modeli na rozłączne klasy, a następnie dokonać redukcji ich liczby. Prognozy składowe prognoz kombinowanych wyznacza się wówczas na podstawie modeli należących do różnych klas, co ma zapewnić niepowielanie informacji oraz zwiększyć dokładność prognoz kombinowanych. Ilustracją rozważań o charakterze teoretycznym jest przykład empiryczny, w którym prognozy (indywidualne i kombinowane) wyznaczono dla zmiennej mikroekonomicznej wykazującej wahania sezonowe. Przeprowadzone badania potwierdziły użyteczność zaproponowanej metody.

**Słowa kluczowe:** modele ekonometryczne, prognozy kombinowane, sztuczne sieci neuronowe, sieci Kohonena.

---

### **Wstęp**

---

W procesie prognozowania ekonometrycznego wyróżnia się dwa główne etapy: modelowanie i prognozowanie właściwe. Istotą pierwszego etapu jest zbudowanie modelu możliwie dokładnie aproksymującego kształtowanie się danej zmiennej ekonomicznej. Podczas modelowania należy dokonać wyboru metody prognozowania obejmującej sposób przetworzenia informacji (odwzorowanie prawidłowości w postaci modelu) oraz zasadę prognozowania (sposób przejścia od modelu do prognozy). W drugim etapie, na podstawie wybranego modelu ekonometrycznego (predyktora), buduje się prognozę.

Wybór predyktora nosi zazwyczaj znamiona arbitralności. Przykładowo, gdy prognozy wyznaczane są na podstawie modeli szeregu czasowego, często zdarza się, że oszacowane równania różniące się analityczną postacią funkcji trendu lub rodzajem wahań sezonowych, charakteryzują się bardzo zbliżonymi własnościami predykcyjnymi. Wybór jednego „najlepszego” modelu spośród wielu predyktorów o podobnych własnościach nie gwarantuje, że wyznaczone na jego podstawie prognozy będą charakteryzować się większą trafnością, niż te, które otrzymano by na podstawie modeli odrzuconych. Ponadto odrzucone predyktory mogą zawierać użyteczne, niezależne informacje, które nie są zawarte w modelach wybranych.

Zamiast więc dokonywać arbitralnego wyboru jednego modelu prognostycznego, można wykorzystać kilka różnych predyktorów, wyznaczyć na ich podstawie prognozy indywidualne, a następnie zbudować prognozę kombinowaną, będącą ich średnią arytmetyczną (prostą lub ważoną). Aby jednak nie powielić informacji, które zawarte są w podobnych modelach i prognozach indywidualnych, w artykule zaproponowano, by przed wyznaczeniem prognoz kombinowanych dokonać podziału zbioru

dostępnych predyktorów na rozłączne klasy, a następnie zredukować ich liczbę z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych – sieci Kohonena, które stosowane są do eksploracyjnej analizy danych: rozpoznawania skupień, klasyfikacji danych bez względu na kryteria podobieństwa czy też wykrywania nowości (odmiennych klas, niepodobnych do wyuczonych).

Hipoteza badawcza zakładała, że za pomocą sieci Kohonena można dokonać klasyfikacji i redukcji dostępnych modeli ekonometrycznych, które służą do budowy prognoz indywidualnych oraz kombinowanych. Celem przeprowadzonych badań empirycznych była budowa prognoz kombinowanych, a następnie porównanie efektywności zaproponowanej metody oraz metody „tradycyjnej” (w której dokonuje się wyboru jednego najlepszego predyktora) na podstawie oceny trafności wyznaczonych prognoz.

### Teoretyczne podstawy sztucznych sieci neuronowych

Sztuczne sieci neuronowe naśladują działanie ludzkiego mózgu odwzorowując zachodzące w nim procesy nerwowe. Najczęściej konstruowane są jako programy komputerowe, znajdując zastosowanie w wielu różniących się dziedzinach, w których pojawiają się problemy związane z przetwarzaniem i analizą danych, z ich predykcją oraz klasyfikacją, sterowaniem czy redukcją zakłóceń<sup>1</sup>. Sztuczne sieci neuronowe nie wymagają programowania – potrzebną wiedzę zdobywają w procesie uczenia i potrafią ją później uogólniać.

Struktura sztucznego neuronu zdefiniowana jest następująco<sup>2</sup>:

- Do neuronu dociera  $n$  sygnałów – wartości wejściowych pierwotnych (wprowadzanych do sieci z zewnątrz jako dane do obliczeń) lub pośrednich (pochodzących z wyjść innych neuronów wchodzących w skład sieci).
- Każda wartość wejściowa wprowadzana jest do neuronu przez połączenie o określonej wadze.
- W neuronie odbywa się przetwarzanie sygnałów wejściowych składające się z dwóch etapów: agregacji wartości wejściowych (przetworzenia ich w pojedynczą wartość nazywaną łącznym pobudzeniem neuronu) i wyznaczenia wartości wyjściowej neuronu (po przekształceniu wartości łącznego pobudzenia neuronu przez funkcję aktywacji).

Pojedyncze sztuczne neurony mają ograniczone możliwości gromadzenia i przetwarzania informacji, zatem łączy się je ze sobą tworząc sztuczną sieć neuronową. Połączenia pomiędzy neuronami mogą być zorganizowane w taki sposób, aby sygnały przesyłane były tylko w jednym kierunku lub tak, aby mogły krążyć po całej sieci w sposób cykliczny. Sztuczna sieć neuronowa posiada neurony wejściowe służące do wprowadzania danych z zewnątrz oraz neurony wyjściowe wyznaczające wynik obliczeń. W sieci występować mogą również tzw. neurony ukryte, pośredniczące w analizie i przetwarzaniu informacji wewnątrz sieci, do których zewnętrzny obserwator nie ma bezpośredniego dostępu. Neurony w sieci ułożone są w warstwach, wyjścia jednej warstwy połączone są z wejściami kolejnych warstw. Sygnały (dane) wprowadzone do sieci przez warstwę wejściową przesyłane są do pierwszej warstwy neuronów ukrytych (lub bezpośrednio do warstwy wyjściowej, gdy brak warstw ukrytych), gdzie są przetwarzane, a następnie przesyłane wyjściami do wejść kolejnej warstwy neuronów ukrytych. Przetwarzanie sygnałów kończy się w warstwie wyjściowej, sygnały wyznaczone przez jej neurony są jednocześnie wartościami wyjściowymi całej sieci.

<sup>1</sup> R. Tadeusiewicz, Wprowadzenie do praktyki stosowania sieci neuronowych, Sieci neuronowe, StatSoft, Kraków 1999, s.5.

<sup>2</sup> por. E. Azoff, Neural network time series forecasting of financial markets, John Wiley & Sons, Chichester 1994, s.14

Ze względu na sposób połączeń neuronów wyróżniamy sieci: jednokierunkowe, rekurencyjne, komórkowe i radialne. Do rozwiązywania zadań klasyfikacji wykorzystywane są przede wszystkim sieci komórkowe. Charakteryzuje je istnienie regularnej struktury ze wzajemnymi sprzężeniami pomiędzy neuronami z najbliższego sąsiedztwa. Przykładem sieci komórkowej jest samoorganizująca się sieć Kohonena (*Self-Organizing Map*). Jest to sieć dwuwarstwowa – wartości wejściowe wprowadzone do pierwszej warstwy sieci, dzięki bezpośrednim połączeniom docierają do wszystkich neuronów drugiej (a zarazem ostatniej) warstwy, w której odbywa się ich przetwarzanie. Łączne pobudzenie każdego neuronu z ostatniej warstwy wyznaczone jest jako wartość wybranej miary odległości wektora jego wag od wektora wartości wejściowych, najczęściej stosuje się odległość euklidesową: Im mniejsza jest ta odległość, tym większa jest wartość wyjściowa neuronu. Neuron, którego sygnał wyjściowy jest największy, staje się neuronem zwyciężskim i podlega uczeniu.

Uczenie sieci Kohonena przebiega bez nauczyciela – prezentowane dane uczące zawierają jedynie znane wartości zmiennych wejściowych, a sieć sama ustala ich wspólne cechy i grupuje je w odpowiednie klasy. Nauczone w ten sposób neurony potrafią w normalnym działaniu rozpoznać sygnały podobne do wzorcowych i zaklasyfikować je do wyuczonych grup<sup>3</sup>. Podczas uczenia sieci Kohonena obowiązuje przeważnie zasada „zwycięzca bierze wszystko”, zgodnie z nią w danej iteracji uczeniu podlega neuron zwyciężski. Jego wagi modyfikowane są wówczas w taki sposób, aby ich wartości przybliżyły się do wartości wejściowych sieci<sup>4</sup>. Przy zastosowaniu zasady „zwycięzca bierze najwięcej” modyfikacji ulegają również wagi neuronów sąsiadujących z neuronem zwyciężskim – ich zmiana przebiega w tym samym kierunku, jednak jest ona mniejsza niż dla zwycięzcy i dodatkowo zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości neuronu sąsiadującego od zwyciężskiego. W wyniku procesu uczenia powstaje mapa topologiczna, będąca zazwyczaj dwuwymiarową siatką ułożonych regularnie neuronów warstwy wyjściowej, które rozpoznają jedynie klasę wartości podobnych do tych, które wcześniej czyniły je zwycięzcą.

### Prognozy kombinowane

Niech  $f_{1t}$ ,  $f_{2t}$ , ...,  $f_{mt}$  będą indywidualnymi prognozami wartości tej samej zmiennej  $Y$  na okres  $t$ , wyznaczonymi na podstawie  $m$  różnych modeli. Prognoza kombinowana (*combined forecast*)  $f_{ct}$  jest wówczas ważoną średnią arytmetyczną  $m$  prognoz indywidualnych o postaci:

$$f_{ct} = \sum_{i=1}^m \lambda_i f_{it} \quad (1)$$

gdzie:

$i = 1, 2, \dots, m$  ( $m \geq 2$ ),

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  – wagi spełniające warunek  $0 \leq \lambda_i \leq 1$ .

<sup>3</sup> D. Witkowska, Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia finansowe, C.H. Beck Warszawa 2002, s.28.

<sup>4</sup> P. Lula, Hybrydowe metody identyfikacji wzorców oraz modelowania i prognozowania szeregów czasowych, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 2001, Taksonomia nr 906, Klasyfikacja i analiza danych - teoria i zastosowania, 68-76.

Najprostsza forma prognozy kombinowanej przyjmuje postać średniej arytmetycznej prostej (z jednakowymi wagami). Wagi mogą być też subiektywnie dobrane przez prognostę lub wyznaczone w oparciu o skomplikowane metody statystyczne<sup>5</sup> czy nawet sztuczne sieci neuronowe<sup>6</sup>.

Tworzenie kombinacji ma swoją długą historię, jeszcze zanim zostało wykorzystane w prognozowaniu. Już w 1818 roku Laplace zauważył, że kombinacja wyników dwóch metod prawdopodobnie szybciej da wynik o mniejszym błędzie<sup>7</sup>. Idea wyznaczania prognoz kombinowanych będących średnimi ważonymi par prognoz nieobciążonych została przedstawiona przez Batesa i Grangera w 1969 roku<sup>8</sup>. Jednak już rok wcześniej Pawłowski zaproponował połączenie dostępnych prognoz i wyznaczenie ich średniej arytmetycznej prostej lub ważonej (z wagami będącymi odwrotnościami średnich błędów predykcji)<sup>9</sup>.

Metody analizy ciągów prognoz i ich uśrednianie kontynuowane było w kolejnych latach przez wielu naukowców z całego świata. W 2001 roku Armstrong<sup>10</sup> przedstawił zbiór 139 zasad prognozowania. podstawowy kanon prognozowania obejmuje dziewięć ogólnych reguł stosowanych dla polepszenia dokładności prognoz, a ostatnia z nich dotyczy wyznaczania prognoz kombinowanych. Zgodnie z nią należy m.in. wykorzystywać prognozy indywidualne otrzymane za pomocą różnych metod i danych, w przypadku wysokiego poziomu niepewności przyjmować równe wagi, a dla co najmniej pięciu prognoz indywidualnych stosować średnie ucięte (w tym medianę). Prognozy kombinowane powinny się wyznaczać w sytuacji niepewności co do wyboru najlepszej metody prognozowania, korzystanie z nich prowadzi wówczas do minimalizacji ryzyka uzyskania prognoz o dużych błędach, co może mieć miejsce w przypadku zastosowania tylko jednej prognozy indywidualnej wyznaczonej na podstawie wybranego predyktora.

Zaproponowana przez Autorkę metoda wykorzystująca sieci Kohonena ma na celu takie dobranie modeli, na podstawie których wyznacza się prognozy indywidualne będące składowymi prognoz kombinowanych, aby nie powiełały one informacji. Zapewnienie zróżnicowania prognoz indywidualnych jest szczególnie ważne, gdy prognozy kombinowane wyznacza się jako ich średnie arytmetyczne proste – jeżeli część prognoz składowych ma zawyżone wartości w stosunku do danych empirycznych, a część ma wartości zaniżone, wówczas ich średnia jest bliska rzeczywistym obserwacjom prognozowanej zmiennej. Zastosowanie sieci Kohonena polega na podziale zbioru dostępnych predyktorów na rozłączne klasy, które zawierają elementy niepodobne do elementów pozostałych klas. W następnym kroku dokonuje się redukcji liczby dostępnych modeli, wybierając z każdej otrzymanej klasy po jednym predyktorze, będącym centrum skupienia. Dopiero na podstawie wybranych w ten sposób modeli wyznacza się prognozy indywidualne, a następnie prognozy kombinowane będące ich średnią arytmetyczną.

---

<sup>5</sup> zob. np. C. Granger, R. Ramanathan, Improved methods of combining forecasts, *Journal of Forecasting*, 1984, 3, 197-204.

<sup>6</sup> J. Perzyńska., Budowa prognoz kombinowanych z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych, *Prognozowanie w zarządzaniu firmą*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 103, 2010, 133-145.

<sup>7</sup> za: R. Clemen R., Combining forecasts: a review and annotated bibliography, *International Journal of Forecasting*, 5, 1989, 559-583

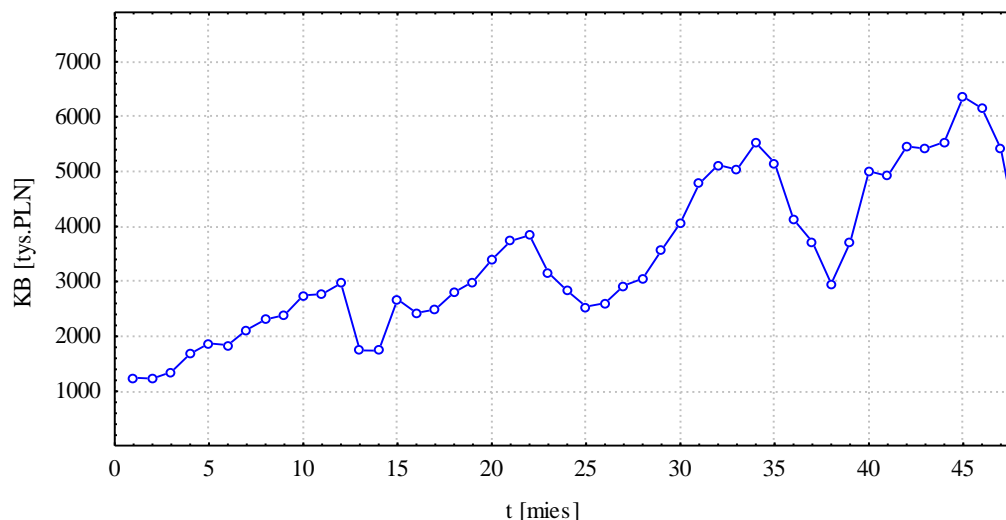
<sup>8</sup> zob. J. Bates., C. Granger, The combination of forecasts, *Operational Research Quarterly* no 20, 451-468, 1969.

<sup>9</sup> za: Z. Pawłowski, *Metody analizy ciągów prognoz*, *Ekonomista* 4, 847-874, 1974.

<sup>10</sup> zob. J. Armstrong, *Principles of Forecasting: a Handbook for Researchers and Practitioners*, 417-435, Kluwer Academic Publishers, Boston 2001.

### Opis badań

W przeprowadzonych badaniach empirycznych modelowaniu i prognozowaniu poddano całkowite koszty produkcji betonu (KB) w przedsiębiorstwie A (w tys. PLN). Wartości zmiennej KB obejmują 48 miesięcy, tworzą szereg czasowy z wahaniami sezonowymi o silnym natężeniu. Zmienną KB przedstawiono na rys. nr 1.



**Rysunek 1. Kształtowanie się zmiennej KB**

Źródło: opracowanie własne

W pierwszym etapie badań, na podstawie skróconego szeregu obejmującego jego 36 początkowych wartości, oszacowano następujące modele:

- klasyczne modele szeregu czasowego (K) z liniowym trendem (t) oraz periodycznym (p) lub zmiennym (z) składnikiem sezonowym:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{k=1}^{12} b_{0k} Q_k + \sum_{k=1}^{12} b_{1k} t Q_k + \xi_t \quad (2)$$

przy warunkach:

$$\sum_{k=1}^{12} b_{0k} = \sum_{k=1}^{12} b_{1k} = 0 \quad (3)$$

- hierarchiczne modele szeregu czasowego (H) dwupoziomowe ( $p_1 p_2$ ) i trzypoziomowe ( $p_1 p_2 p_3$ ) z liniowym trendem (t) oraz periodycznym (p) lub zmiennym (z) składnikiem sezonowym:

$$y_{srlt} = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{s=1}^{p_1} b_{0s} Q_s + \sum_{r=1}^{p_2} b_{0sr} Q_{sr} + \sum_{l=1}^{p_3} b_{0srl} Q_{srl} + \sum_{s=1}^{p_1} b_{1s} t Q_s + \sum_{r=1}^{p_2} b_{1sr} t Q_{sr} + \sum_{l=1}^{p_3} b_{1srl} t Q_{srl} + \xi_{srlt} \quad (4)$$

przy warunkach:

$$\sum_{s=1}^{p_1} b_{0s} = \sum_{r=1}^{p_2} b_{0sr} = \sum_{l=1}^{p_3} b_{0srl} = \sum_{s=1}^{p_1} b_{1s} = \sum_{r=1}^{p_2} b_{1sr} = \sum_{l=1}^{p_3} b_{1srl} = 0:$$

- modele przyczynowo-opisowe (P) z liniowym trendem (t), stałymi (s) lub zmiennymi (z) parametrami przy zmiennych objaśniających oraz periodycznym (p) lub zmiennym (z) składnikiem sezonowym:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{i=1}^2 \alpha_i x_{it} + \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^{12} a_{ik} x_{it} Q_k + \sum_{k=1}^{12} b_{0k} Q_k + \sum_{k=1}^{12} b_{1k} t Q_k + \xi_t \quad (5)$$

przy warunkach:

$$\sum_{k=1}^{12} b_{0k} = \sum_{k=1}^{12} b_{1k} = \sum_{k=1}^{12} a_{1k} = \sum_{k=1}^{12} a_{2k} = 0 \quad (6)$$

- hierarchiczne modele przyczynowo-opisowe (HP) dwupoziomowe ( $p_1 p_2$ ) i trzyupoziomowe ( $p_1 p_2 p_3$ ) z liniowym trendem (t), stałymi (s) lub zmiennymi (z) parametrami przy zmiennych objaśniających oraz periodycznym (p) lub zmiennym (z) składnikiem sezonowym:

$$y_{srlt} = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{i=1}^2 \alpha_i x_{it} + \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^{p_1} a_{is} x_{it} Q_s + \sum_{i=1}^2 \sum_{r=1}^{p_2} a_{isr} x_{it} Q_{sr} + \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^{p_3} a_{isrl} x_{it} Q_{srl} + \\ + \sum_{s=1}^{p_1} b_{0s} Q_s + \sum_{r=1}^{p_2} b_{0sr} Q_{sr} + \sum_{l=1}^{p_3} b_{0srl} Q_{srl} + \\ + \sum_{s=1}^{p_1} b_{1s} t Q_s + \sum_{r=1}^{p_2} b_{1sr} t Q_{sr} + \sum_{l=1}^{p_3} b_{1srl} t Q_{srl} + \xi_{srlt} \quad (7)$$

przy warunkach:

$$\sum_{s=1}^{p_1} b_{0s} = \sum_{r=1}^{p_2} b_{0sr} = \sum_{l=1}^{p_3} b_{0srl} = \sum_{s=1}^{p_1} b_{1s} = \sum_{r=1}^{p_2} b_{1sr} = \sum_{l=1}^{p_3} b_{1srl} = \\ = \sum_{s=1}^{p_1} a_{1s} = \sum_{r=1}^{p_2} a_{1sr} = \sum_{l=1}^{p_3} a_{1srl} = \sum_{s=1}^{p_1} a_{2s} = \sum_{r=1}^{p_2} a_{2sr} = \sum_{l=1}^{p_3} a_{2srl} = 0 \quad (8)$$

W zależności od klasy modelu oszacowane równania różniły się: zmiennymi objaśniającymi (PB – produkcja betonu w m<sup>3</sup>; SB – sprzedaż betonu komórkowego w tys. zł), analityczną postacią funkcji trendu lub rodzajem wahań sezonowych. W tab.nr 1 i nr 2 przedstawiono wybrane parametry jakości wszystkich oszacowanych modeli.

Z informacji zawartych w tab.nr 1 wynika, że oszacowane klasyczne i hierarchiczne modele szeregów czasowych bardzo dobrze opisują kształtowanie się zmiennej KB w analizowanym okresie – współczynnik determinacji liniowej R<sup>2</sup> mieści się w granicach od 84,40% do 92,28%. Niemal wszystkie oceny współczynników zmienności losowej reszt Ve mieszczą się w przedziale od 10,77% do 15,31% są niższe od kryterium dopuszczalności wynoszącego 15%. Najwyższą wartość współczynnika determinacji otrzymano dla dwupoziomowego modelu hierarchicznego H62tz ze zmiennym składnikiem sezonowym, zaś najniższą – dla dwupoziomowego modelu hierarchicznego H34tp z periodycznym składnikiem sezonowym. Modele te charakteryzują się jednocześnie odpowiednio najniższą i najwyższą oceną współczynnika zmienności losowej reszt.

Model	R <sup>2</sup>	Ve
Ktp	88,11	13,36
Ktz	91,67	11,19
H26tp	85,30	14,86
H34tp	84,40	15,31
H43tp	86,05	14,47
H62tp	88,77	12,98
H223tp	85,10	14,96
H232tp	85,98	14,51
H322tp	84,69	15,16
H26tz	85,41	14,80
H34tz	85,80	14,60
H43tz	88,12	13,36
H62tz	92,28	10,77
H223tz	86,04	14,48
H232tz	86,91	14,02
H322tz	85,85	14,58

Tabela 1. Wybrane parametry jakości klasycznych i hierarchicznych modeli szeregów czasowych

Źródło: opracowanie własne.

Model	ze zmienną objaśniającą PB		ze zmienną objaśniającą SB	
	R <sup>2</sup>	Ve	R <sup>2</sup>	Ve
Ptsp	95,33	8,37	96,10	7,65
Ptsz	97,75	5,81	98,00	5,44
Ptsp	97,07	6,64	97,63	5,97
PH26tsp	95,76	7,98	95,75	7,99
PH34tsp	96,17	7,58	95,84	7,90
PH43tsp	96,09	7,66	96,12	7,64
PH62tsp	95,98	7,77	95,83	7,91
PH223tsp	96,05	7,70	95,90	7,84
PH232tsp	96,03	7,72	95,90	7,85
PH322tsp	96,19	7,56	95,92	7,82
PH26tsz	97,49	6,14	96,07	7,68
PH34tsz	97,13	6,56	95,76	7,98
PH43tsz	98,01	5,47	96,68	7,06
PH62tsz	97,48	6,15	95,51	8,21
PH223tsz	97,82	5,72	96,32	7,44
PH232tsz	97,59	6,02	95,98	7,77
PH322tsz	97,20	6,48	95,46	8,26
PH26tsp	96,80	6,94	96,05	7,70
PH34tsp	96,68	7,06	95,67	8,07
PH43tsp	96,95	6,77	96,71	7,02
PH62tsp	96,96	6,76	95,27	8,43
PH223tsp	97,07	6,63	96,47	7,28
PH232tsp	97,14	6,55	95,93	7,82
PH322tsp	96,89	6,83	95,63	8,10
PH26tzz	98,00	5,48	95,77	7,97
PH34tzz	96,85	6,88	95,97	7,77
PH43tzz	98,09	5,36	96,46	7,29
PH62tzz	97,92	5,59	95,29	8,41
PH223tzz	97,79	5,76	96,63	7,11
PH232tzz	98,07	5,38	96,26	7,50
PH322tzz	97,24	6,44	95,97	7,78

Tabela 2. Wybrane parametry jakości klasycznych i hierarchicznych modeli przyczynowo-opisowych

Źródło: opracowanie własne.

Klasyczne oraz hierarchiczne modele przyczynowo-opisowe bardzo dobrze opisują kształtowanie się zmiennej KB w analizowanym okresie – we wszystkich przypadkach otrzymane wartości współczynnika determinacji są wyższe od 95% (patrz tab. nr 2). Oceny współczynników zmienności losowej reszt wahają się od 5,36% do 8,43%. Najwyższą ocenę współczynnika determinacji wynoszącą 98,09% otrzymano dla hierarchicznego modelu przyczynowo-opisowego PH43tzz ze zmiennymi parametrami przy zmiennej objaśniającej PB oraz zmiennym składnikiem sezonowym, zaś najniższą, równą 95,27%, dla hierarchicznego modelu przyczynowo-opisowego PH62tzzp ze zmiennymi parametrami przy zmiennej objaśniającej SB oraz periodycznym składnikiem sezonowym. Model PH62tzzp charakteryzuje się również najwyższą wartością współczynnika zmienności losowej reszt.

Jak wynika z powyższych analiz, wybór jednego „najlepszego” predyktora spośród wszystkich oszacowanych modeli jest trudny – w większości przypadków charakteryzują się one zbliżonymi własnościami. W celach porównawczych dokonano jednak arbitralnego wyboru modelu charakteryzującego się najwyższą wartością współczynnika determinacji i jednocześnie niewielką wartością współczynnika zmienności losowej reszt – wybrano hierarchiczny model przyczynowo-opisowy PH43tzz ze zmiennymi parametrami przy zmiennej objaśniającej PB. Na jego podstawie wyznaczono prognozy *ex post* dla horyzontu dwunastomiesięcznego.

W drugim etapie badań dokonano klasyfikacji i redukcji 78 dostępnych modeli z wykorzystaniem sieci Kohonena (obliczenia wykonano w programie Statistica). Wartościami wejściowymi sieci były wartości teoretyczne oszacowanych modeli, które losowo podzielono na zbiór uczący, walidacyjny i testowy. Proces uczenia rozpoczęto inicjalizacją wag, czyli określeniem ich wartości początkowych – wygenerowano je losowo jako małe, różne od siebie, niezerowe liczby. Sieć uczono bez nauczyciela, zgodnie z zasadą „zwycięzca bierze więcej”. Na podstawie przedstawionych próbek sztuczna sieć neuronowa zmodyfikowała początkowe wartości wag, w wyniku procesu uczenia powstała mapa topologiczna, będąca dwuwymiarową siatką 2x3 neuronów ułożonych regularnie w warstwie wyjściowej, które rozpoznają jedynie klasę wartości podobnych do tych, które wcześniej czyniły je zwycięzcą. Otrzymano sześć klas modeli, przedstawiono je w tab. nr 3.

Klasa	Modele
1	PH43tzzPB, PH26tzzPB, PH232tzzPB, PH223tzzPB, PH322tzzPB, PH322tzzPB, PH34tzzPB, PH322tzzSB, PH34tzzPB, PH62tzzSB, PH223tzzPB, PH34tzzSB, PH322tzzPB, PH34tzzPB, PtszPB
2	PH43tzzPB, PH62tzzPB, PH26tzzPB, PH43tzzPB, PH26tzzPB, PH223tzzPB
3	PH232tzzSB, PH34tzzPB, PH26tzzPB, PH232tzzPB, PH62tzzPB, PH223tzzPB, PH26tzzPB, PH43tzzPB, PH223tzzPB, PtszPB, PH232tzzPB
4	PH34tzzPB, PH232tzzPB, PH322tzzPB, PtszPB, PH62tzzPB, PH43tzzPB, PH322tzzPB, PH62tzzPB, PH232tzzPB, PH322tzzPB
5	PH34tzzPB, PH34tzzSB, PtszPB, PH62tzzPB, PH62tzzSB, PtszPB, PH26tzzSB, PH232tzzSB, PH26tzzPB, PtszPB, PH322tzzSB, PH62tzzPB, PH26tzzSB, PH232tzzPB, PH223tzzPB, PH223tzzSB
6	PH223tzzSB, PH43tzzPB, PH43tzzSB, PH43tzzSB, H62tpp, Ktp, H34tpp, H43tpp, Ktz, H62tz, H34tz, H43tz, H322tpp, H322tz, H26tpp, H232tpp, H223tpp, H26tz, H232tz, H223tz

**Tabela 3. Podział oszacowanych modeli na klasy za pomocą sieci Kohonena**

Źródło: opracowanie własne.

Analizując przedstawione w tab. nr 3 wyniki można zauważyć, iż otrzymany podział na klasy znacznie różni się od wstępnych klas modeli określonych wzorami (2)-(8). W każdej klasie pojawiają się zarówno modele dwupoziomowe jak i trypoziomowe. W obrębie danej klasy oszacowane równania różnią się zmiennymi objaśniającymi, rodzajem wahań sezonowych, postacią funkcji trendu. Obok modeli hierarchicznych w ostatniej klasie występują modele klasyczne, zaś w pierwszej klasie pojawiają się modele przyczynowo-opisowe.

Na podstawie otrzymanego podziału dokonano redukcji zbioru dostępnych modeli – z każdej klasy wybrano jej reprezentanta, stanowiącego centrum skupienia, następnie na jego podstawie wyznaczono



prognozy *ex post* dla horyzontu dwunastomiesięcznego. W ostatnim etapie badań prognozy te były składowymi prognozy kombinowanej będącej ich średnią arytmetyczną prostą. Na podstawie średnich względnych błędów prognoz dokonano oceny trafności prognoz – okazało się, że błąd MAPE prognozy kombinowanej wyniósł 6,65% i był o ponad 2 punkty procentowe niższy od błędu prognozy wyznaczonej na podstawie wybranego w pierwszym etapie „najlepszego” modelu (równego 9,74%).

### Wnioski

W przeprowadzonych badaniach empirycznych wykazano użyteczność zaproponowanej metody wykorzystującej sieć Kohonena we wstępnym etapie budowy prognozy kombinowanej – wyznaczona prognoza kombinowana charakteryzowała się wyższą trafnością niż prognoza otrzymana na podstawie arbitralnie wybranego modelu indywidualnego. Trafność prognoz ma istotne znaczenie przy podejmowaniu decyzji gospodarczych, zastosowanie zaproponowanej metody może wpłynąć na zmniejszenie ryzyka w porównaniu z podejmowaniem decyzji na podstawie prognozy wyznaczonej z pojedynczego modelu.

Zastosowanie sieci Kohonena pozwala na podział dostępnych modeli na zróżnicowane klasy – wybierając modele z różnych klas można oczekiwać, że nie tylko one, ale też i wyznaczone na ich podstawie prognozy, będą do siebie niepodobne. Wykorzystanie prognoz indywidualnych, które nie powielają wzajemnie zawartych w nich informacji, ma istotne znaczenie przy wyznaczaniu prognoz kombinowanych będących średnią arytmetyczną. W przyszłych badaniach można poszerzyć wykorzystanie sieci Kohonena do wyboru nie tylko modeli, ale i prognoz indywidualnych będących składowymi prognozy kombinowanej. Można również zbadać użyteczność sieci Kohonena przy budowie prognoz kombinowanych z wagami wyznaczonymi za pomocą innych metod.

## Self-Organizing maps as a tool supporting the construction of combined forecasts

### Summary:

In the paper, the author presents suggestion of application of Self-Organizing Maps in the preliminary stage of construction of combined forecasts. Using the SOM, the set of available models can be divided into disjoint classes and then reduced. The component forecasts are then determined on the basis of models belonging to different classes, to ensure that information is not duplicated and to increase the accuracy of the combined forecasts. The illustration of theoretical considerations is the empirical example, in which individual and combined forecasts are calculated for economic variable with seasonal fluctuations. The research confirms the usefulness of the suggested method

**Keywords:** artificial neural network, combined forecasts, econometric models, Self-Organizing Maps