GOSPODARKA NARODOWA

p-ISSN: 0867-0005
e-ISSN: 2300-5238

1(301)2020, 75–96
DOI: 10.33119/GN/116665

The Polish Journal of Economics

gnpje.sgh.waw.pl

Paweł PIETRASZKO*
0000-0001-8964-4838

Podatki i efekty zewnętrzne w modelu Nelsona-Phelpsa z heterogenicznością

Streszczenie: Niniejsza praca łączy zmodyfikowany model Nelsona-Phelpsa z modelem Ramseya-Cassa-Koopmansa z kapitałem ludzkim. W zaprezentowanym modelu występują zarówno prywatne, jak i publiczne inwestycje w kapitał ludzki. Poszukuje się w nim odpowiedzi na pytanie, czy w przypadku występowania oporu społecznego przed wprowadzeniem finansowania publicznej edukacji podatkiem ryczałtowym opłacalne jest dla płatników netto podatków wprowadzenie edukacji publicznej finansowanej podatkiem konsumpcyjnym bądź dochodowym. Wyprowadzony model wskazuje na możliwość wystąpienia wzrostu dobrobytu płatników netto opodatkowania nieneutralnego względem rynku w przypadku finansowania z podatku edukacji publicznej. Badanie wskazało, że jest to bardziej prawdopodobne w przypadku państw rozwijających się i o małym zróżnicowaniu majątku w gospodarce. Pozytywne efekty dochodowe są większe, kiedy edukacja jest finansowana podatkiem konsumpcyjnym. W państwach rozwiniętych efekty te występują wyłącznie w takim modelu finansowania. Natomiast dla państw rozwijających się bardziej opłacalne może się okazać wprowadzenie finansowania edukacji podatkiem dochodowym – ze względu na większą podstawę opodatkowania i związany z tym silniejszy pozytywny efekt dla kapitału ludzkiego.

Słowa kluczowe: kapitał ludzki, opodatkowanie, efekty zewnętrzne, model Nelsona-Phelpsa, ekonomia dobrobytu

Kody klasyfikacji JEL: E13, E62, O41

Artykuł złożony 16 kwietnia 2019 r., w wersji poprawionej nadesłany 5 grudnia 2019 r., zaakceptowany 15 stycznia 2020 r.

* Kolegium Analiz Ekonomicznych, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Polska, e-mail: pp56861@student.sgh.waw.pl

Taxes and Externalities in the Nelson-Phelps Model with Heterogenity

Abstract: This paper aims to answer the question of whether it is economically profitable for net taxpayers to introduce public education financed by consumption or income tax in a situation where it is impossible to finance public education with a flat-rate tax. This question was answered using a modified Nelson-Phelps model including both private and public investments in human capital. The results obtained indicate that such a move may be profitable, especially in the case of developing countries with insignificant differences in property. It was also found that positive income effects are greater in the case of financing education with consumption tax, and that in developed countries such effects can only occur with this type of tax. On the other hand, developing countries may find it more socially profitable to introduce education financed by income tax due to the greater tax base and a stronger positive effect on human capital.

Keywords: human capital, taxation, externalities, Nelson-Phelps model, welfare economics

JEL classification codes: E13, E62, O41

Article submitted April 16, 2019, revision received December 5, 2019, accepted for publication January 15, 2020.

Wprowadzenie

Celem poniższej pracy jest znalezienie odpowiedzi na pytanie, czy publiczne finansowanie edukacji przy pomocy podatku dochodowego bądź konsumpcyjnego może być opłacalne dla płatników netto tych podatków, tj. gospodarstw domowych, które zapłacą więcej podatku, niż zostanie wydane przez państwo na ich edukację. Cel ten zostanie zrealizowany poprzez konstrukcję modelu teoretycznego opartego na modelu Nelsona-Phelpsa [1966].

Tematyka pracy wiąże się ściśle z ekonomią dobrobytu oraz literaturą dotyczącą kapitału ludzkiego i efektów zewnętrznych. Jednym z problemów w ekonomii dobrobytu jest bowiem wpływ transferów na dobrobyt społeczeństwa. Wiąże się z tym tzw. drugie podstawowe twierdzenie ekonomii dobrobytu, wskazujące na możliwość uzyskania dowolnej Pareto optymalnej alokacji poprzez transfery. Jednak twierdzenie o niemożliwości Arrowa [1951] dało podstawy do opinii, że jeżeli nie występują w gospodarce efekty zewnętrzne, to nie ma uzasadnienia dla transferów. Jednocześnie powszechnie uznanym rozwiązaniem dla problemów związanych z efektami zewnętrznymi w teorii ekonomicznej stały się tzw. podatki i subsydia Pigou [1920]. Należy jednak stwierdzić, że podatki Pigou są konceptem teoretycznym niemal niewykorzystywanym w praktyce. W związku z problemami z implementacją podatków Pigou oraz podatków ryczałtowych teoria optymalnego opodatkowania zajęła się analizą innych źródeł finansowania wydatków publicznych. Jej powstanie i kierunki rozwoju wiążą się m.in. z pracami Ramseya [1927] i Mirrleesa [1971].

Kolejnym ważnym dla niniejszej pracy pojęciem ekonomicznym jest kapitał ludzki. Rozumie się przez nie całość umiejętności, wiedzy i cech pracowników traktowanych przez przedsiębiorstwa jako zasób [Goldin, 2014]. Rozwój teorii kapitału ludzkiego wiąże się z pracami takich naukowców jak Mincer [1958] czy Becker [1964]. Nieco później Barro, Mankiw i Sala-i-Martin [1992] pokazali, że wprowadzenie kapitału ludzkiego do neoklasycznego modelu wzrostu pozwala na poprawienie jakości empirycznej płynących z tego modelu wniosków. Wraz z rozwojem teorii kapitału ludzkiego opartej na korzyściach z niego jako środka produkcji pojawiło się alternatywne podejście do problemu zapoczątkowane przez Nelsona i Phelpsa [1966], wskazujące na efekty zewnętrzne wywoływane wzrostem kapitału ludzkiego, związane z dyfuzją technologii. Nurt ten był kontynuowany m.in. przez Sharifa i Ramanathana [1981] czy Benhabiba i Spiegela [1994; 2002]. Powiązanym z tym obszarem badawczym jest kwestia wpływu publicznie fundowanej edukacji na gospodarkę [m.in. De la Croix, Doepke, 2007].

Połączenie występowania efektów zewnętrznych edukacji z występowaniem prywatnych korzyści z niej i problemów z wprowadzeniem finansowania edukacji na poziomie optymalnym społecznie za pomocą podatków neutralnych względem cen nasuwa więc pytanie o to, czy finansowanie publicznych wydatków na edukację z podatków nieneutralnych względem gospodarki może być społecznie akceptowalne. Rozważone w pracy podatki dochodowe i konsumpcyjne należą do najpopularniejszych form opodatkowania [Mankiw, Weinzieler, Yagan, 2009].

Jest to problem łączący badania nad dyfuzją technologii, neoklasyczną teorią wzrostu oraz publiczną edukacją. Podobną problematyką zajmowali się m.in. De la Fuente i Domenech [2001]. Wskazali oni na potrzebę uzupełnienia neoklasycznego modelu wzrostu o elementy związane z dyfuzją technologii w celu lepszego zrozumienia procesów wzrostu gospodarczego. Blankenau i Simpson [2004] wykazali przy pomocy modelu nakładających się pokoleń (OLG), że pozytywne efekty publicznych wydatków na edukację mogą w związku z efektami równowagi ogólnej ulec osłabieniu bądź całościowy efekt reformy może być negatywny dla wzrostu gospodarczego, jeżeli będzie ona miała negatywny wpływ na inne determinanty wzrostu. Z tego badania wynika, że reakcja wzrostu gospodarczego na wydatki publiczne na edukację może nie być monotoniczna. Blankenau, Simpson i Tomljanovich [2007] wskazali, że analizując dane dla krajów rozwiniętych, można zauważyć pozytywny wpływ publicznego finansowania oświaty dopiero po uwzględnieniu ograniczenia budżetowego państwa. Dissou, Didic, Yakautsava [2016] przeanalizowali różne metody finansowania publicznych wydatków na edukację dla wielosektorowego modelu wzrostu małej gospodarki otwartej. Wykazali, że dla każdej testowanej przez nich metody finansowania edukacji publicznej[1] interwencja ma pozytywny wpływ na wzrost, choć ze znaczną różnicą w efektywności.

Struktura pracy jest następująca. W rozdziale pierwszym dokonano przeglądu oryginalnych modeli Nelsona-Phelpsa i ich późniejszych rozwinięć.

1 Obniżenie transferów do gospodarstw domowych, podatek od dochodów z pracy, podatek od produkcji, podatek od dochodów kapitałowych.

W rozdziale drugim przedstawiono model teoretyczny. Podano jego założenia, dokonano rozwiązania problemów firm i konsumenta, rozważono korzyści z finansowania edukacji publicznej podatkiem dochodowym i konsumpcyjnym. W rozdziale trzecim podsumowano całą pracę.

Model Nelsona-Phelpsa i jego modyfikacje

Jednym z przedmiotów rozważań ekonomistów jest to, w jaki sposób kapitał ludzki gospodarstw domowych, a w szczególności wykształcenie, wpływa na rozwój gospodarczy. Jednym z możliwych podejść jest traktowanie go jako bezpośredniego czynnika produkcji. Polega na tym np. model Ramseya z kapitałem ludzkim czy model Uzawy [1965] – Lucasa [1986]. Alternatywną hipotezę zaproponowali Nelson i Phelps [1966], wskazując na rolę kapitału ludzkiego w rozwoju i dyfuzji technologii. Twierdzili oni, że w gospodarce, w której dochodzi do postępu technologicznego, im lepiej wykształceni są pracownicy (wskazywali przy tym przede wszystkim na pracowników na stanowiskach zarządczych), tym szybciej będą oni wprowadzali nowe techniki produkcyjne i z nich korzystali.

Autorzy przedstawili dwa modele, które mogą posłużyć do analizy tego zjawiska. Założyli, że istnieje pewien poziom „technologii granicznej" w danym momencie, który rośnie wykładniczo względem czasu w sposób stabilny (tj. ze stałą stopą wzrostu). Jest to poziom technologii, który by występował, gdyby dyfuzja następowała natychmiast, bez żadnych ograniczeń. Można o tym myśleć jako o zbiorze zasobu wiedzy i technologii dostępnych dla innowatorów.

W pierwszym modelu technologia ta wprowadzana jest z opóźnieniem zależnym od poziomu kapitału ludzkiego (wykształcenia) w gospodarce, zgodnie ze wzorem:

$$A(t) = T(t - w(H)) \tag{1}$$

gdzie:
A(t) – poziom technologii w gospodarce w okresie t,
T(t) – poziom „technologii granicznej" w okresie t,
w(H) – funkcja opóźnienia technologicznego taka, że $w'(H) < 0$,
H – poziom kapitału ludzkiego w gospodarce.
Inaczej mówiąc: w gospodarce stosowana jest technologia, która była teoretycznie dostępna już wcześniej oraz im lepiej wykształcone jest społeczeństwo, tym to opóźnienie jest mniejsze.

Autorzy wskazali jednak, że model ten nie może zostać uznany za satysfakcjonujący. Zwrócili uwagę na jego dwie słabości: niezależność opóźnienia pomiędzy pojawieniem się nowych najlepszych dostępnych technologii a ich wdrożeniem od korzyści z ich wdrożenia, a także, że można uznać za nierealistyczne to, że poprawa poziomu edukacji w gospodarce natychmiastowo zmniejsza tę różnicę.

W drugim modelu postawili tezę, że rozwój technologii zależy od różnicy pomiędzy poziomem technologii teoretycznej i technologii w gospodarce. Miało to służyć pozbyciu się słabości poprzedniego modelu. Model ten proponował wzrost technologiczny w postaci:

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \Phi(H)\left(\frac{T(t) - A(t)}{A(t)}\right) \tag{2}$$

gdzie:
$\Phi(H)$ – funkcja nadrabiania opóźnienia technologicznego, taka że $\Phi(0) = 0$ i $\Phi'(H) > 0$.

Oznacza to, że tempo absorpcji technologii w gospodarce rośnie względem poziomu edukacji w niej i jest proporcjonalne do luki pomiędzy technologią potencjalną i stosowaną w danym okresie.

Rozwijając myśl Nelsona i Phelpsa [1966], Benhabib i Spiegel [2002] skupili uwagę przede wszystkim na drugim modelu. Przekształcili założenie o egzogenicznym wzroście poziomu technologii potencjalnej wewnątrz gospodarki na założenie o istnieniu kraju-lidera pod względem rozwoju technologicznego, którego poziom technologii może służyć jako poziom technologii potencjalnej z oryginalnego modelu Nelsona-Phelpsa dla pozostałych państw. Wskazali, że jeśli założymy, iż w gospodarkach dochodzi do endogenicznego wzrostu technologii w zależności od poziomu kapitału ludzkiego, to możemy przepisać (2) jako:

$$\frac{\dot{A}_i(t)}{A_i(t)} = g(H_i(t)) + \Phi(H_i(t))\left(\frac{T_m(t) - A_i(t)}{A_i(t)}\right) \tag{3}$$

gdzie:
$A_i(t)$ – poziom technologii w kraju i w momencie t,
$T_m(t)$ – poziom technologii w najlepiej rozwiniętym technologicznie kraju m,
$g(H_i(t))$ – tempo endogenicznego wzrostu technologicznego takie, że $g'(H_i(t)) > 0$.

Jeżeli założymy, że lider rankingu państw pod względem poziomu kapitału ludzkiego jest stały, to w skończonym czasie stanie się on najlepiej rozwiniętym krajem takim, że $\frac{\dot{A}_m}{A_m} = g(H_m(t))$. Pozostałe państwa będą mieć niższą całkowitą produktywność czynników produkcji (*Total Factor Productivity* – TFP) od niego. TFP w tych krajach osiągnie poziom taki, że jego tempo wzrostu będzie równe tempu wzrostu w kraju-liderze. Rozwiązanie ogólne równania (3) dla zmiennych poziomów H_i przyjmuje postać [Benhabib, Spiegel, 2002][2]:

2 Jest to lekko skorygowana wersja równania z artykułu z poprawionym błędem znaku przy całce w $e^{\left(\int_0^t (g(H_i(s)) - \Phi(H_i(s))\right)ds}$.

$$A_i(t) = A_i(0)e^{\left(\int_0^t (g(H_i(s)) - \Phi(H_i(s))\right)ds} * \tag{4}$$

$$*[1 + \frac{1}{A_i(0)}(\int_0^t \Phi(H_i(\omega))\left(T_m(0)e^{\int_0^\omega g(H_m(\xi))d\xi}\right)e^{-\int_0^\omega (g(H_i(\zeta)) - c(H_i(\zeta)))d\zeta} d\omega)].$$

Modele dotychczas omawiane oparte są na założeniu wykładniczego procesu dyfuzji. Model powyższy można jednak sformułować w sposób alternatywny na podstawie logistycznego modelu dyfuzji technologii:

$$\frac{\dot{A}_i(t)}{A_i(t)} = g(H_i(t)) + \Phi(H_i(t))\left(1 - \frac{A_i(t)}{T_m(t)}\right) = g(H_i(t)) + \Phi(H_i(t))\left(\frac{A_i(t)}{T_m(t)}\right)\left(\frac{T_m(t)}{A_i(t)} - 1\right) \tag{5}$$

Model ten różni się od modelu wykładniczego procesu dyfuzji występowaniem wyrażenia $\frac{A_i(t)}{T_m(t)}$. Powoduje ono spowolnienie tempa dyfuzji technologii wraz ze wzrostem zacofania względem lidera pod względem technologii. Można myśleć o tym jako o przypadku modelu „odpowiedniości" technologii, tj. sytuacji, gdy technologia stosowana przez lidera nie zawsze jest natychmiast optymalna do użycia przez kraje doganiające. Przy takim sformułowaniu problemu doganianie jest najszybsze, kiedy kraj nie jest ani daleki, ani bardzo bliski dogonienia lidera.

Model[3]

Założenia modelu

Model oparty jest na zmodyfikowanym neoklasycznym modelu wzrostu z kapitałem ludzkim[4]. Społeczeństwo podzielone jest na dwie oddzielne, wewnętrznie homogeniczne grupy, posiadające własnych agentów reprezentatywnych. Obie grupy składają się z continuum agentów miary odpowiednio ϑ i $1-\vartheta$. Mają oni identyczne funkcje użyteczności o stałej względnej awersji do ryzyka (CRRA):

$$u_i(c) = \int_0^\infty \left(\frac{(c_i(t))^{1-\theta}}{1-\theta}\right)e^{-\rho t}dt \tag{6}$$

gdzie:
u_i – użyteczność gospodarstwa domowego i,
$c_i(t)$ – konsumpcja gospodarstwa domowego i w okresie t,
θ – współczynnik względnej awersji do ryzyka,
$e^{-\rho t}$ – czynnik dyskontujący w okresie t.

3 Pełne wyprowadzenie modelu można znaleźć w Załączniku 1, dostępnym na stronie artykułu, pod adresem: doi.org/10.33119/GN/116665

4 Przykład takiego modelu można znaleźć np. u Barro, Mankiw i Sala-i-Martina [1992].

Gospodarstwa domowe różnią się początkowym zasobem kapitału i kapitału ludzkiego. Zakładamy, że gospodarstwa domowe posiadające większy zasób kapitału rzeczowego mają również większy zasób kapitału ludzkiego. Tak zdefiniowany podział pozwala na analizę efektów związanych z występowaniem w gospodarkach zróżnicowania majątkowego, połączonego z występowaniem wyższych dochodów z pracy w gospodarstwach domowych z wyższym zasobem kapitału rzeczowego. Podział ten pozwala również na analizę efektów związanych z występowaniem w gospodarce płatników i odbiorców transferów netto.

Przedsiębiorstwa wynajmują kapitał i pracę od gospodarstw domowych, następnie przydzielają wynajęty kapitał pracownikom do wykorzystania w procesie produkcji. Zagregowana funkcja produkcji przyjmuje postać zmodyfikowanej funkcji Cobba-Douglasa:

$$Y(t) = A(t) * (x(t) * K(t))^{\alpha} * (H_1(t))^{1-\alpha} + A(t) * ((1 - x(t)) * K(t))^{\alpha} * (H_2(t))^{1-\alpha} \tag{7}$$

gdzie:
Y(t) – zagregowana produkcja w okresie t,
A(t) – całkowita produktywność czynników produkcji w okresie t,
x(t) – udział kapitału wykorzystanego w procesie produkcji przez pracowników z gospodarstw domowych z grupy pierwszej w okresie t,
K(t) – zagregowana ilość kapitału w gospodarce w okresie t,
H_1(t) – zagregowana ilość kapitału ludzkiego, którego właścicielami są gospodarstwa domowe z grupy pierwszej,
H_2(t) – zagregowana ilość kapitału ludzkiego, którego właścicielami są gospodarstwa domowe z grupy drugiej,
α, $(1-\alpha)$ – elastyczność produkcji względem odpowiednio kapitału i kapitału ludzkiego.

W gospodarce nie występuje przyrost populacji, natomiast technologia wzrasta zgodnie ze wzorem (3), gdzie zakładamy, że funkcja g(H(t)) rosnąca i wklęsła względem H(t), g(0) = 0 oraz $\lim_{H(t)\to\infty} g(H(t)) = g$.

Funkcja Φ (H (t)) jest rosnąca względem H (t). Dodatkowo zakładamy:

$$\frac{\dot{T}_m(t)}{T_m(t)} = g \tag{8}$$

Produkt końcowy wytwarzany jest na rynku doskonale konkurencyjnym, czyli czynniki produkcji wynagradzane są swoimi krańcowymi produktami. Można zatem zauważyć, że z problemu maksymalizacji zysków przedsiębiorstw wynika:

$$R_k(t) = \frac{\alpha}{K(t)} Y(t) \tag{9}$$

$$x(t) = \frac{H_2(t)^{-1}}{H_2(t)^{-1} + H_1(t)^{-1}}$$

$$R(H_1,\ t) = R(H_2,t) = R_H(t) = \frac{(1-\alpha)}{H(t)} Y(t)$$

gdzie:
$R(t)_K$ – stopa procentowa, tj. jednostkowe wynagrodzenie kapitału w okresie t,
$R(t, H_i(t))$ – jednostkowe wynagrodzenie kapitału ludzkiego konsumenta w okresie t,
H(t) – zagregowany kapitał ludzki w gospodarce w okresie t, $H(t) = H_2(t) + H_1(t)$.

Gospodarstwa domowe dokonują podziału swojego dochodu pomiędzy konsumpcję, inwestycje w kapitał i kapitał ludzki, część dochodu oddają również państwu w formie podatków ryczałtowego i dochodowego. Występuje również opodatkowanie konsumpcji. Możemy zapisać równanie budżetowe dla każdego okresu t i każdego gospodarstwa domowego *i*:

$$\dot{k}_i(t) = (1-\tau_D) * (R_K(t) * k_i(t) + R_H(t) * h_i(t)) - (1+\tau_C)c_i(t) - \varepsilon_i(t) - \sigma k_i(t) - \tau(t) \qquad (10)$$

gdzie:
$\dot{k}_i(t)$ – zmiana zasobu kapitału w posiadaniu gospodarstwa domowego w okresie t,
τ_D – stopa opodatkowania dochodu,
τ_C – stopa opodatkowania konsumpcji,
c_i(t) – wydatki gospodarstwa domowego na konsumpcję w okresie t,
ε_i(t) – wydatki gospodarstwa domowego na inwestycje w kapitał ludzki w okresie t,
σ – stopa deprecjacji kapitału,
k_i(t) – zasób kapitału posiadany przez gospodarstwo domowe w okresie t,
τ(t) – podatek ryczałtowy,
$h_i(t)$ – zasób kapitału ludzkiego posiadany przez gospodarstwo domowe w okresie t.

Zakłada się niedoskonałą substytucję pomiędzy wydatkami prywatnymi a publicznymi na kapitał ludzki[5]. Zmiana zasobu kapitału ludzkiego w posiadaniu pojedynczego gospodarstwa domowego w czasie następuje zgodnie ze wzorem[6]:

---

5 Dla idealnej substytucji występowałyby dwa przypadki: jeżeli wydatki publiczne byłyby mniejsze od prywatnych przy założeniu braku wydatków publicznych, można model przepisać, wstawiając wydatki publiczne na edukację do równania ruchu na kapitał; w przeciwnym przypadku wydatki prywatne ε=0.

6 Dla $\varphi\gamma = 1$, $b = 1$ i $\tau(t) + tr(t) = 0$ przyjęta funkcja produkcji kapitału ludzkiego będzie miała postać jak u Barro, Mankiw i Sala-i-Martina [1992]. Modyfikacje pozwalają na występowanie publicznych inwestycji w edukację będących niedoskonałym substytutem wydatków prywatnych i możliwość występowania efektów skali w produkcji kapitału ludzkiego.

$$\dot{h}_i(t) = -\sigma_H h_i(t) + \left(\varepsilon(t)^\gamma * (b + \tau(t) + tr(t))^{1-\gamma}\right)^\varphi \quad (11)$$

gdzie:
$h_i(t)$ – zmiana zasobu kapitału ludzkiego w posiadaniu gospodarstwa domowego w okresie t,
σ_H – stopa deprecjacji kapitału ludzkiego, dla uproszczenia zakładamy $\sigma_H = \sigma$,
tr(t) – transfery od państwa dla danego gospodarstwa domowego w okresie t,
φ – współczynnik efektów skali wydatków na kapitał ludzki ($0 < \varphi$),
γ – elastyczność produkcji kapitału ludzkiego wobec prywatnych nakładów ($\varphi\gamma < 1 \; i \; \varphi(1-\gamma) < 1$),
b – współczynnik skalujący produkcję kapitału ludzkiego w przypadku występowania wyłącznie wydatków prywatnych.

W modelu zakłada się, że nie występuje możliwość podniesienia podatku ryczałtowego z powodu oporu społecznego ponad dopuszczalny poziom wyznaczony w t=0 na poziomie takim, że maksymalizuje on użyteczność płatników netto[7] przy założeniu, że nie występują efekty zewnętrzne związane z edukacją. Jednocześnie zakładamy, że jego poziom jest niezależny od poziomu pozostałych podatków, np. został wyznaczony wcześniej. Dopuszczalne społecznie tempo wzrostu podatku ryczałtowego spełnia wobec tego nierówność:

$$\frac{\dot{\tau}(t)}{\tau(t)} \le g(H(0)). \quad (12)$$

Dzięki założeniu o niezależnych od dochodów gospodarstwa domowego[8] stawkach podatku ryczałtowego, transferów i stopach opodatkowania dochodu i konsumpcji unika się w modelu występowania bodźców zniechęcających do wzrostu indywidualnego bogacenia względem pozostałych członków społeczeństwa, inaczej mówiąc w gospodarce nie występuje możliwość uzyskiwania korzyści z powodu posiadania mniejszego względnego majątku.

W gospodarce występuje także państwo, które pobiera podatki i przekazuje transfery pieniężne do gospodarstw domowych. Zakładamy, że całość wpływów podatkowych idzie na transfery polegające na dofinansowaniu inwestycji w kapitał ludzki. Transfery opłacane są podatkami od dochodu i konsumpcji tak, że dla każdego okresu t:

$$\int_0^1 tr \; di = \tau_D \int_0^1 (R_K k_i) + (R_H(H_i) h_i) di + \; \tau_C \int_0^1 c_i di \quad (13)$$

Jednocześnie zakładamy, że grupa płatników podatków netto $\tau_C * c_i(t) + \tau_D * * (R_K(t) * k_i(t) + R_H(t) * h_i(t)) - tr(t) \ge 0$ dla każdego t stanowi większą bądź równą

[7] Założenie to wynika z funkcji celu państwa.
[8] Wystarczy założenie o niemaleniu tych stawek i stóp wraz z majątkiem i dochodem.

część społeczeństwa i wobec tego państwo maksymalizuje ich użyteczność [Drazen, 2000: 75][9]. Wówczas możemy zapisać problem państwa jako:

$$\max_{\tau_C,\tau_D} U(\tau_C,\tau_D) = \int_0^{\vartheta} u_i(\tau_C,\tau_D)di \tag{14}$$

Zakłada się, że jeżeli płatnicy netto korzystają z podniesienia stopy opodatkowania, to nie występuje opór wśród części społeczeństwa otrzymującej wyższe transfery, niż płaci podatki.

Rozwiązanie problemu konsumenta

Rozważając korzyści z wprowadzenia podatków dochodowego i konsumpcyjnego, należy najpierw uściślić funkcję celu państwa. Jako że maksymalizuje ono użyteczność płatników netto, trzeba najpierw rozwiązać problem konsumenta. Zakłada się, że stopy opodatkowania dochodu τ_D i konsumpcji τ_C są dane, stałe i znane konsumentom. Problem firm pozostaje bez zmian.

Problem konsumenta przyjmuje zatem następującą postać:

$$\max_{c(t),\ \varepsilon(t),\ \iota(t)} \int_0^{\infty} u(c(t))dt$$

pod warunkiem, że spełnione zostaną równania (10), (11)

Możemy zapisać dla każdego konsumenta i hamiltonian:

$$\mathcal{H}_t^{c,i} = \frac{(c_i(t))^{1-\theta}}{1-\theta} + \lambda_1(t)* \tag{15}$$

$$*((R_k(t)*k_i(t) + R_H(t)*h_i(t))*(1-\tau_D) - (1+\tau_c)*c_i(t) - \varepsilon_i(t) - \sigma * k_i(t) - \tau(t)) +$$

$$+\lambda_2(t)*(-\sigma_H * h_i(t) + \left(\varepsilon_i(t)^{\gamma} * (b + \tau(t) + tr(t))^{1-\gamma}\right)^{\varphi}$$

Rozwiązując problem maksymalizacyjny, uzyskujemy:

$$c_i(t) = c(0) * e^{\frac{(-\sigma\ -\rho)t + \int_0^t (R_k(T)*(1-\tau_D))dT}{\theta}} \tag{16}$$

[9] Założenie to nie jest konieczne do obliczeń, pozwala jednak na pominięcie kwestii związanych z teorią wyboru publicznego. Każde inne założenie, które zapewnia, przy zachowaniu pozostałych założeń, dążenie przez rząd do maksymalizacji użyteczności z transferów dla płatników netto może zastąpić to założenie.
W przypadku, jeśli byłyby to równe części społeczeństwa, korzystamy z założenia, że obie grupy składają się z continuum agentów i zakładamy, że grupa płatników netto składa się z większej miary agentów.

$$\varepsilon_i(t) = e^{\left(\int_0^t \left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{tr}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi\right)/(1-\varphi*\gamma)} * \tag{17}$$

$$\left(\varepsilon(0)^{1/(1-\varphi*\gamma)} - \left(\int_0^t (\varphi*\gamma*(b+tr(\zeta)+\tau(\zeta))^{(1-\gamma)*\varphi} * R_H(\zeta)*(1-\tau_D))*\right.\right.$$

$$\left.\left. * e^{-\int_0^{\zeta}\left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{tr}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi} d\zeta\right)\right)^{1/(1-\varphi*\gamma)}$$

Z równania (10):

$$k_i(t) = e^{-\sigma *t+(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq} *(k_i(0)+ \tag{18}$$

$$+\int_0^t [e^{\sigma *\kappa-(1-\tau_D)\int_0^{\kappa} R_K(q)dq} *((1-\tau_D)*R_H(\kappa)*h_i(\kappa)-(1+\tau_C)*c_i(\kappa)-\varepsilon_i(\kappa)-\tau(\kappa)]d\kappa)$$

Analogicznie z (11):

$$h_i(t) = e^{-\sigma_H t} *(h(0)+\int_0^t e^{\sigma_H \pi} * \left(\varepsilon_i(\pi)^{\gamma} *(b+\tau+tr(\pi))^{1-\gamma}\right)^{\varphi} d\pi) \tag{19}$$

Korzystamy z warunków transwersalności, żeby uzyskać informację o tym, jak będą się kształtować poziomy konsumpcji i inwestycji w kapitał ludzki w gospodarce w okresie t=0:

$$\mu(t) = e^{\int_0^t \left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{tr}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi} * \tag{20}$$

$$*\int_t^{\infty}(\varphi*\gamma*(b+tr(T)+\tau(T))^{(1-\gamma)*\varphi} * R_H(T)*(1-\tau_D))*e^{-\int_0^T \left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{tr}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi} dT$$

gdzie $\mu(t) = \varepsilon_i(t)^{1-\varphi*\gamma}$. Zauważmy, że po prawej stronie równania (20) nie ma żadnej zmiennej i żadnego parametru charakteryzującego pojedynczego konsumenta. Oznacza to, że w tej gospodarce wydatki na edukację będą identyczne dla każdego konsumenta. Wynika to z przyjętych założeń modelu, a w szczególności z założenia o tym, że każde gospodarstwo domowe stać na taki wydatek oraz braku w modelu ograniczenia dolnego konsumpcji[10]. Pomimo tego, jeżeli pozostałe założenia modelu są zbliżone do rzeczywistości,

10 Np. minimalny poziom konsumpcji potrzebny do egzystencji.

daje to podstawy do formułowania oczekiwań co do zachowania podmiotów. Można na przykład się spodziewać, że do pewnej granicy prywatne wydatki na edukację będą rosły wraz z dochodem w stopniu przewyższającym pozostałe wydatki, po czym się ustabilizują[11].

Konsumpcja początkowa wynosi:

$$c_i(0)=\frac{k_i(0)+\int_0^\infty\left(e^{\sigma\ t-(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq}*((1-\tau_D)*R_H(t)*h_i(t)-\varepsilon_i(t)-\tau(t))\right)dt}{(1+\tau_C)*\int_0^\infty e^{\sigma t-(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq}*e^{\frac{(-\sigma\ -\rho)t+\int_0^t(R_k(T)*(1-\tau_D))dT}{\theta}}\ dt} \tag{21}$$

Podstawiając (16) i (21) do funkcji użyteczności konsumenta, uzyskujemy:

$$U_i=\frac{1}{1-\theta}* \tag{22}$$

$$*\int_0^\infty\left(\frac{k_i(0)+\int_0^t e^{\sigma\kappa-(1-\tau_D)\int_0^\kappa R_K(q)dq}*((1-\tau_D)*R_H(\kappa)*h_i(\kappa)-\varepsilon_i(\kappa)-\tau(\kappa))d\kappa}{(1+\tau_C)*\int_0^\infty e^{\sigma*\varsigma-(1-\tau_D)\int_0^\varsigma R_K(q)dq}*e^{\frac{(-\sigma-\rho)\varsigma+\int_0^\varsigma(R_k(T)*(1-\tau_D))dT}{\theta}}\ d\varsigma}\right)^{1-\theta}*$$

$$*e^{-\rho t+\frac{(1-\theta)*((-\sigma-\rho)t+\int_0^t(R_k(M)*(1-\tau_D))dM)}{\theta}}dt$$

Korzyści z wprowadzenia podatku dochodowego

Korzystając ze wzoru (22), można rozpocząć analizę korzyści z wprowadzenia wydatków na edukację finansowanych podatkami dochodowym i konsumpcyjnym. Korzystając z założenia o istnieniu reprezentatywnych agentów dla obu grup możemy przepisać problem państwa jako:

$$\max_{\tau_D,\tau_C} U(\tau_D,\tau_C) \tag{23}$$

Zakładamy, że raz wprowadzony poziom opodatkowania τ_D, τ_C zostanie utrzymany oraz że przed reformą oba wynosiły 0. Dla ułatwienia analizy rozważmy optymalizację po zastosowaniu obu podatków osobno. Ze względu na brak ściśle zdefiniowanych postaci funkcji związanych z modelem Nelsona-Phelpsa analiza w tym i następnym podrozdziale skupi się na znalezieniu odpowie-

11 Trzeba przy tym zaznaczyć, że ewentualne badanie tej hipotezy należałoby przeprowadzić, porównując udział wydatków na edukację pomiędzy gospodarstwami domowymi o różnej zamożności w jednym okresie, a nie międzyokresowe zmiany wydatków na edukację. Należy się zatem spodziewać wzrostu udziału wydatków na edukację w dochodzie wraz z jego wzrostem, aż do pewnej granicznej wartości, od której będą one stałe.

dzi na pytanie, czy wprowadzenie danego typu opodatkowania (odpowiednio dochodowego i konsumpcyjnego) w celu sfinansowania edukacji można uzasadnić ekonomicznym celem społecznym.

Rozważmy korzyści z wprowadzenia podatku dochodowego. Podatek ten ma ekonomiczne uzasadnienie wtedy i tylko wtedy, gdy $\frac{dU(\tau_D,\tau_C)}{d\ \tau_D} > 0$. Oznaczmy:

$$e^{\frac{(1-\theta)*((-\sigma\ -\rho)t+\int_0^t(R_k(M)*(1-\tau_D))dM)}{\theta}} = \Delta(t) \tag{24}$$

Z równania (22), podstawiając (24), można obliczyć:

$$\frac{dU(\tau_D,\tau_C)}{d\ \tau_D} = \frac{1}{1-\theta} * \int_0^{\infty} e^{-\rho t} * (\frac{d(\Delta(t))}{d\ \tau_D} * (c(0))^{1-\theta} + \Delta(t) * \frac{d\left((c(0))^{1-\theta}\right)}{d\ \tau_D})dt \tag{25}$$

Jednocześnie:

$$\frac{d(\Delta(t))}{d\ \tau_D} = \frac{\Delta(t)*(1-\theta)}{\theta} * \int_0^t \frac{d(R_k(M))}{d\ \tau_D} - R_k(M)dM \tag{26}$$

Z założenia, że przed reformą $\tau_D = 0$ i $\tau_c = 0$ oraz korzystając z (20):

$$\frac{d(\varepsilon_i(t))}{d\ \tau_D} = e^{\int_0^t\left(R_k(\xi)*+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{\tau(\xi)})}{b+\tau(\xi)}\right)d\xi} * \frac{\mu(t)^{(1/(1-\gamma*\varphi))-1}}{(1-\gamma*\varphi)} * \tag{27}$$

$$*\left[\int_0^t\{\frac{d(R_k(\xi))}{d\tau_D} - R_k(\xi) + \frac{\varphi(\gamma-1)*Y(\xi)}{(b+\tau(\xi))^2} * \left[(b+\tau(\xi)) * \frac{\dot{Y(\xi)}}{Y(\xi)} - \dot{\tau(\xi)}\right]\}d\xi\ * \right.$$

$$*\int_t^{\infty}(\varphi\gamma(b+\tau(T))^{(1-\gamma)*\varphi} * R_H(T)) * e^{-\int_0^T\left(R_k(\xi)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{\tau(\xi)})}{b+\tau(\xi)}\right)d\xi} dT +$$

$$+\int_t^{\infty}\{(\varphi\gamma * e^{-\int_0^T\left(R_k(\xi)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(\dot{\tau(\xi)})}{b+\tau(\xi)}\right)d\xi} * ((b+\tau(T))^{(1-\gamma)\varphi} * R_H(T)) *$$

$$*((1-\gamma)*\varphi*\frac{\frac{d(tr(T))}{d\ \tau_D}}{b+\tau(T)} + \frac{\frac{d(R_H(T))}{d\ \tau_D}}{R_H(T)} - 1 - \int_0^T(\frac{d(R_k(\kappa))}{d\tau_D} - R_k(\kappa) +$$

$$\left. + \frac{\varphi(\gamma-1)*Y(\kappa)}{(b+\tau(\kappa))^2} * \left((b+\tau(\kappa)) * \frac{\dot{Y(\kappa)}}{Y(\kappa)} - \dot{\tau(\kappa)})\right)d\kappa\}dT\right]$$

Zauważmy, że z równania (27) wynika, iż kwestia wzrostu wydatków prywatnych na edukację pod wpływem wprowadzenia finansowania edukacji publicznej poprzez podatek dochodowy jest niejednoznaczna. Wynika to z występowania zarówno efektów dochodowych, jak i substytucyjnych. Efekt dochodowy wynika ze wzrostu dochodów zarówno z tytułu kapitału rzeczowego, jak i ludzkiego. W przypadku tego pierwszego efekt ten jest tym silniejszy, im większy wzrost dochodów z niego w porównaniu z dochodami przed reformą. Jeżeli przed wprowadzeniem reformy dochody te były wysokie lub ich wzrost pod wpływem reformy byłby niski, wspierałby on efekt substytucyjny. Efekt dochodowy brałby się również ze wzrostu dochodów z kapitału ludzkiego związanych z transferem. Efekt ten jest zależny od wielkości podstawy opodatkowania, czyli dochodów zagregowanych w gospodarce. Opisywane efekty wzmacniane są przez oczekiwane przez gospodarstwa domowe korzyści ze zwiększonych wydatków związane z oczekiwanymi wydatkami publicznymi na kapitał ludzki oraz wynagrodzeniem kapitału ludzkiego.

Jednocześnie występuje jednak efekt substytucyjny. Wynika on z trzech przyczyn. Po pierwsze, pomniejszenie dochodów o podatek skutkuje niższymi korzyściami z inwestowania[12]. Po drugie, oczekiwany wzrost dochodów zagregowanych z kapitału rzeczowego powoduje przesunięcie części środków na inwestycje w niego. Po trzecie, wzrost zagregowanych wydatków publicznych na edukację prowadzi do efektu wypychania wydatków prywatnych.

Zauważmy, że skoro wydatki prywatne na oświatę nie zależą od dochodów gospodarstwa domowego, ich zmiana pod wpływem wprowadzenia podatków również nie zależy od dochodów, a zatem zmiana kapitału ludzkiego w posiadaniu gospodarstwa domowego pod wpływem reformy również jest niezależna od jego zasobów:

$$\frac{d(h_i(t))}{d\ \tau_D} = \int_0^t e^{\sigma_H \pi} \varphi \left(\varepsilon_i(\pi)^{\gamma} * (b+\tau(\pi))^{1-\gamma} \right)^{\varphi} * \left(\gamma \frac{\frac{d(\varepsilon_i(\pi))}{d\ \tau_D}}{\varepsilon_i(\pi)} + (1-\gamma) \frac{\frac{d(tr(\pi))}{d\ \tau_D}}{(b+\tau(\pi))} \right) d\pi \tag{28}$$

Zatem korzystając z (28):

$$\frac{d(H(t))}{d\ \tau_D} > 0 \Leftrightarrow \int_0^t e^{\sigma_H \pi} \varphi \left(\varepsilon(\pi)^{\gamma} * (b+\tau(\pi))^{1-\gamma} \right)^{\varphi} * \tag{29}$$

$$* \left(\gamma \frac{\frac{d(\varepsilon(\pi))}{d\ \tau_D}}{\varepsilon(\pi)} + (1-\gamma) \frac{Y(\pi)}{(b+\tau(\pi))} \right) d\pi > 0$$

Nierówność ta wskazuje na warunki, jakie muszą być spełnione, żeby wprowadzenie finansowanej podatkami dochodowym edukacji dało pozytywne efekty zewnętrzne związane ze wzrostem zagregowanego kapitału

12 Zarówno w kapitał, jak i kapitał ludzki.

ludzkiego w gospodarce. Zauważmy, że jej znak zależy wyłącznie od elastyczności produkcji kapitału ludzkiego względem podatku. W przypadku, jeżeli wydatki prywatne na edukację wzrosną dla każdego t, nierówność ta zawsze jest spełniona. W przeciwnym przypadku jest to niepewne. Można wskazać, że szansa na to zależy pozytywnie od stosunku wielkości dochodów w gospodarce[13] do publicznych środków produkcji kapitału ludzkiego przed wprowadzeniem transferów finansowanych podatkiem dochodowym. Również im wyższa elastyczność produkcji kapitału ludzkiego przez środki publiczne[14], tym spełnienie nierówności (29) jest bardziej prawdopodobne. Natomiast szansa na to jest tym niższa, im wyższa jest względna zmiana wydatków prywatnych na edukację pod wpływem wprowadzenia podatku względem wydatków bez wprowadzenia go.

Jednocześnie należy zauważyć, że nie oznacza to koniecznie wzrostu dochodów do dyspozycji gospodarstw domowych. Ze względu na spadek dochodów z posiadanego już majątku nastąpi to po spełnieniu następujących warunków:

1. $\dfrac{d(R_k(t))}{d\ \tau_D} - R_k(t) > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\frac{d(A(H(t)))}{d\ \tau_D}}{A(t)} > 1$

2. $\dfrac{d(R_H(t))}{d\ \tau_D} - R_H(t) > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\frac{d(A(H(t)))}{d\ \tau_D}}{A(t)} > 1$

gdzie $\dfrac{d(A(H(t)))}{d\ \tau_D} = \dfrac{d(A(H(t)))}{d(H(t))} * \dfrac{d(H(t))}{d\ \tau_D}$.

Wyliczamy dostosowanie poziomu konsumpcji po reformie. Podstawiając:

$$\frac{\theta}{c(0)*(1+\tau_C)\left(\int_0^\infty e^{\sigma t-(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq} * e^{\frac{(-\sigma\ \ -\rho)t+\int_0^t (R_k(T)*(1-\tau_D))dT}{\theta}}\ dt\right)^2} = v_1 \tag{30}$$

$$\int_0^\infty e^{\sigma t-(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq} * e^{\frac{(-\sigma_K-\rho)t+\int_0^t (R_k(T)*(1-\tau_D))dT}{\theta}}\ dt) = v_2$$

$$\left(k_i(0)+\int_0^\infty e^{\sigma_K t-(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq} *((1-\tau_D)*R_H(t)*h_i(t)-\varepsilon_i(t)-\tau(t))dt\right) = v_3$$

---

13 Ściślej mówiąc, podstawy opodatkowania, którą w tym przypadku są dochody w gospodarce.

14 Wobec tego jednocześnie im niższa elastyczność produkcji kapitału ludzkiego względem inwestycji prywatnych w niego.

otrzymuje się:

$$\frac{d\left((c(0))^{1-\theta}\right)}{d\ \tau_D} = \frac{(1-\theta)}{\theta} * (c(0))^{1-\theta} * \nu_1 * (\nu_2 * \tag{31}$$

$$* \int_0^\infty \frac{d(e^{\sigma\ t-(1-\tau_D)\int_0^t R_K(q)dq} * ((1-\tau_D) * R_H(t) * h_i(t) - \varepsilon_i(t) - \tau(t)))}{d\ \tau_D} dt -$$

$$-\nu_3 * \int_0^\infty \frac{d(e^{\frac{(-\rho)t-(1-\theta)*(\sigma\ t-\int_0^t (R_k(T)*(1-\tau_D))dT}{\theta}})}{d\ \tau_D} dt$$

$$\frac{dU(\tau_D,\tau_C)}{d\ \tau_D} = \int_0^\infty e^{-\rho t} * \frac{\Delta(t) * c(0)^{1-\theta}}{\theta} * \{\int_0^t \frac{d(R_k(M))}{d\ \tau_D} - R_k(M)dM + \nu_1 * \tag{32}$$

$$*[\nu_2 * (\int_0^\infty [e^{\sigma\ Q-\int_0^Q R_K(q)dq} * ((R_H(Q) * h_i(Q) - \varepsilon_i(Q) - \tau(Q)) *$$

$$* \left(\int_0^Q R_K(q) - \frac{d(R_K(q))}{d\ \tau_D} dq\right) - \frac{d(\varepsilon_i(Q))}{d\ \tau_D} + (\left(\frac{d(R_H(Q))}{d\ \tau_D} - R_H(Q)\right) h_i(Q) +$$

$$+ \int_0^Q e^{\sigma_H \pi} \varphi\left(\varepsilon_i(\pi)^\gamma * (b+\tau(\pi))^{1-\gamma}\right)^\varphi * \left(\gamma \frac{\frac{d(\varepsilon_i(\pi))}{d\ \tau_D}}{\varepsilon_i(\pi)} + (1-\gamma)\frac{Y(\pi)}{(b+\tau(\pi))}\right) d\pi *$$

$$* R_H(Q))]dQ) - \nu_3 * \int_0^\infty (e^{\frac{(-\rho)G-(1-\theta)*(\sigma G-\int_0^G (R_k(T))dT}{\theta}} * \frac{(1-\theta)}{\theta} * \int_0^t \frac{dR_k(T)}{d\ \tau_D} - (R_k(T))dT)dG]\}dt$$

Jest to rozbudowana postać równania (25). Zmiana dobrobytu wynika z jednej strony ze zmiany przyszłej konsumpcji związanej ze zmianą dochodu, a z drugiej strony z dostosowania poziomu konsumpcji bieżącej. W przypadku wprowadzenia wydatków publicznych na edukację finansowanych podatkiem dochodowym pierwszy z efektów jest niejednoznaczny. Z jednej strony[15] wzrost wynagrodzenia czynników produkcji zwiększa dobrobyt gospodarstw domowych, z drugiej strony jest on pomniejszony o podatek, co może skutkować realnym spadkiem wynagrodzenia czynników produkcji. Jako że ten efekt jest wprost proporcjonalnie zależny od zmiany wynagrodzenia czynników produkcji i odwrotnie od ich wysokości przed reformą, należy oczekiwać, że efekt ten może być pozytywny w krajach słabo rozwiniętych, natomiast negatywny w krajach rozwiniętych. Należy jednocześnie zauważyć, że ten efekt[16] w większym stopniu oddziałuje na gospodarstwa domowe o większym majątku.

15 Zakładając, że interwencja będzie skuteczna, tj. nastąpi w jej wyniku wzrost kapitału ludzkiego i związany z tym wzrost gospodarczy.

16 Zarówno w przypadku, gdy jest pozytywny, jak i gdy jest negatywny.

Efekt związany z dostosowaniem poziomu konsumpcji również jest niejednoznaczny. Jednoznacznie pozytywnie wpływa na niego wzrost dochodów z tytułu nowo powstałego kapitału ludzkiego. Jednocześnie w związku z niejednoznacznością zmiany realnego wynagrodzenia kapitału ludzkiego do dyspozycji gospodarstw domowych całkowity efekt związany ze wzrostem wartości posiadanego już kapitału ludzkiego jest niejednoznaczny. Na efekt dostosowania wydatków bieżących na konsumpcję niejednoznaczny wpływ mają również efekty wypychania. Potencjalny spadek prywatnych wydatków na edukację po wprowadzeniu podatków i transferów nie zawsze będzie miał negatywny skutek dla dobrobytu, pomimo słabszego pozytywnego efektu dochodowego, ze względu na potencjalny wzrost konsumpcji tym sfinansowany. Można wskazać, że efekt dostosowania konsumpcji będzie miał słabszy wpływ na gospodarstwa domowe z wyższym majątkiem, w szczególności z wyższym kapitałem rzeczowym[17]. W przypadku wprowadzenia podatku przynoszącego pozytywne efekty, jeżeli chodzi o realne wynagrodzenie czynników produkcji, występuje dla nich wyższe ryzyko, że efekt dostosowania konsumpcji będzie negatywny. Jest to szczególnie widoczne, jeżeli ich wyższa zamożność wynika ze zgromadzenia większej ilości kapitału[18]. W przypadku większej ilości zgromadzonego kapitału ludzkiego zamożne gospodarstwa więcej tracą, gdyż mają wyższe dochody z kapitału ludzkiego przed wprowadzeniem reformy[19], ale więcej zyskują na efekcie dochodowym związanym ze wzrostem krańcowych zysków z kapitału ludzkiego.

Korzyści z wprowadzenia podatku konsumpcyjnego

W celu rozważenia korzyści z wprowadzenia podatku konsumpcyjnego przyjmujemy założenia analogiczne do założeń przy rozważaniu korzyści z wprowadzenia podatku dochodowego. Podstawiając analogicznie do (25), otrzymuje się:

$$\frac{dU(\tau_D,\tau_C)}{d\ \tau_c}=\frac{1}{1-\theta}*\int_0^\infty e^{-\rho t}*\left(\frac{d\left(c(0)^{1-\theta}\right)}{d\ \tau_c}*\Delta(t)+\frac{d(\Delta(t))}{d\ \tau_c}*c(0)^{1-\theta}\right)dt \tag{33}$$

analogicznie do (26) i (31):

$$\frac{d(\Delta(t))}{d\ \tau_c}=\frac{(1-\theta)*\Delta(t)}{\theta}*\int_0^t\frac{d(R_k(M)*(1-\tau_D))}{d\ \tau_c}dM \tag{34}$$

17 Wynika to z parametru v_1, który jest tym niższy, im wyższa byłaby konsumpcja początkowa bez reformy.

18 Indywidualny poziom kapitału zgromadzonego przed wprowadzeniem podatku (k(0)) w równaniu zmiany dobrobytu występuje w parametrze v_3.

19 Zatem skoro podatek ryczałtowy jest ten sam niezależnie od gospodarstwa domowego i wszystkie gospodarstwa domowe wydają tę samą kwotę na edukację, różnica z korzyści i kosztów związanych z kapitałem ludzkim jest przed reformą większa w gospodarstwach domowych o wyższym majątku niż o mniejszym. Można łatwo zauważyć, dla przyjętego założenia, że różnica ta wpływa jednoznacznie negatywnie na dobrobyt po reformie.

$$\frac{d\left(c(0)^{1-\theta}\right)}{d\ \tau_c} = \frac{(1-\theta)}{\theta} * (c(0))^{1-\theta} * \nu_1 * (\nu_2 * \tag{35}$$

$$*\int_0^{\infty}[e^{\sigma_K \kappa-(1-\tau_D)\int_0^{\kappa} R_K(q)dq} * (((1-\tau_D) * R_H(\kappa) * h_i(\kappa) - \varepsilon_i(\kappa) - \tau(\kappa)) *$$

$$*(\tau_D - 1)\int_0^{\kappa}(\frac{d(R_K(q))}{d\ \tau_c}dq - \frac{d(\varepsilon_i(\kappa))}{d\ \tau_c} + (1-\tau_D) * \left(R_H(\kappa) * \frac{d(h_i(\kappa))}{d\ \tau_c} + h_i(\kappa) * \frac{d(R_H(\kappa))}{d\ \tau_c}\right)]d\kappa -$$

$$-\nu_3 * (\nu_2 + (1+\tau_C)) * \int_0^{\infty} e^{\frac{(1-\theta)*\left((-\sigma\ -\rho)\varsigma + \int_0^{\varsigma}(R_k(T)*(1-\tau_D))dT\right)}{\theta}} * \frac{(1-\theta)}{\theta} * \left(\int_0^{\varsigma}\left(\frac{d(R_k(T))}{d\ \tau_c} * (1-\tau_D)\right)dT\right)d\varsigma)$$

wyznaczamy $\frac{d(\varepsilon_i(\kappa))}{d\ \tau_c}$:

$$\frac{d(\varepsilon_i(t))}{d\ \tau_c} = \frac{\mu(t)^{(1/(1-\gamma*\varphi))-1} * \varphi * \gamma}{(1-\gamma*\varphi)} * e^{\int_0^t \left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(t\dot{r}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi} * \tag{36}$$

$$*(\int_0^t \left(\frac{d(R_k(\xi))}{d\ \tau_c} * (1-\tau_D) + \varphi(\gamma-1) * \frac{d\left(\frac{(t\dot{r}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)}{d\ \tau_c}\right)d\xi *$$

$$*\int_t^{\infty}((b+tr(T)+\tau(T))^{(1-\gamma)*\varphi} * R_H(T) * (1-\tau_D)) *$$

$$*e^{-\int_0^T \left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(t\dot{r}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi} dT + \int_t^{\infty}[e^{-\int_0^T \left(R_k(\xi)*(1-\tau_D)+\varphi(\gamma-1)*\frac{(t\dot{r}(\xi)+\dot{\tau}(\xi))}{b+tr(\xi)+\tau(\xi)}\right)d\xi} *$$

$$*(\frac{d((b+tr(T)+\tau(T))^{(1-\gamma)*\varphi} * R_H(T) * (1-\tau_D))}{d\ \tau_c} -$$

$$-\int_0^T \left(\frac{d(R_k(\xi))}{d\ \tau_c} * (1-\tau_D) + \frac{1-\gamma}{\varphi} * \frac{C(\xi)}{(b+tr(\xi)+\tau(\xi))^2} *\right.$$

$$\left. * \left(\frac{R_k(T)-\sigma-\rho}{\theta} * (b+\tau(\xi)) - \dot{\tau}(\xi)\right)\right)d\xi)]\ dT)$$

gdzie C(ξ) – zagregowana konsumpcja w okresie ξ.

Analogicznie jak w przypadku równania (27) w równaniu (36) można wyróżnić efekty dochodowy i substytucyjny. Efekt dochodowy jest analogiczny w obu równaniach. Wynika z jednej strony ze wzrostu dochodów z tytułu posiadanego kapitału ludzkiego, a z drugiej strony ze wzrostu dochodów z tytułu kapitału ludzkiego związanych z wprowadzonym transferem. Jest on tym silniejszy, im wyższe są oczekiwane w przyszłości wydatki publiczne oraz dochody z kapitału ludzkiego.

Również efekt substytucyjny działa analogicznie dla obu form opodatkowania. Główna różnica wynika z niewystępowania w przypadku podatku konsumpcyjnego efektu pomniejszenia dochodów i oczekiwanych dochodów o podatek. Analogicznie jak w przypadku podatku dochodowego można jednak zaobserwować substytucję inwestycji w kapitał ludzki inwestycjami w kapitał rzeczowy oraz efekt wypychania wydatków prywatnych przez publiczne.

Analogicznie do (28) i (29):

$$\frac{d(h_i(t))}{d\ \tau_c} = e^{-\sigma_H t}\varphi * \int_0^t [e^{\sigma_H \pi} * ((\varepsilon_i(\pi))^\gamma * (b+\tau+tr(\pi))^{1-\gamma})^\varphi * ((1-\gamma)\frac{C(\pi)}{(b+\tau(\pi))} + \tag{37}$$

$$+\gamma \frac{\frac{d(\varepsilon_i(\pi))}{d\tau_c}}{(\varepsilon_i(\pi)})]d\pi$$

$$\frac{d(H(t))}{d\ \tau_c} > 0 \Leftrightarrow \tag{38}$$

$$\int_0^t e^{\sigma_H \pi}((\varepsilon_i(\pi))^\gamma * (b+\tau(\pi)+tr(\pi))^{1-\gamma})^\varphi * ((1-\gamma)\frac{C(\pi)}{(b+\tau(\pi))} + \gamma \frac{\frac{d(\varepsilon_i(\pi))}{d\tau_c}}{(\varepsilon_i(\pi)})d\pi > 0$$

Jest to wynik analogiczny do nierówności (29). Jedyne różnice wynikają z innej podstawy opodatkowania. Warunki spełnienia tej nierówności są niemal identyczne, z tą różnicą, że zamiast mówić o zmianie pod wpływem podatku dochodowego, mówimy o zmianie pod wpływem podatku konsumpcyjnego i jako podstawę opodatkowania mamy zagregowaną konsumpcję w gospodarce. Należy przy tym stwierdzić, że oznacza to, iż jeżeli oczekiwana zmiana prywatnych wydatków na edukację przy obu formach opodatkowania jest zbliżona, to silniejszy wzrost kapitału ludzkiego może wystąpić przy finansowaniu publicznych wydatków podatkiem dochodowym, jako że jego podstawa opodatkowania jest większa. Zauważmy, że jest to jedyny warunek, który musi być spełniony, żeby dochody gospodarstw domowych wzrosły, z przyczyn analogicznych do warunków 1 i 2.

Podstawiając (34) i (35) pod (33), otrzymujemy:

$$\frac{dU(\tau_D, \tau_C)}{d\ \tau_c} = \int_0^\infty \{ \frac{e^{-\rho t} * \Delta(t) * c(0)^{1-\theta}}{\theta} * (\int_0^t \frac{d(R_k(M))}{d\ \tau_c} dM) + v_1 * \frac{c_0 * (1-\theta)}{\theta}(v_2 * \tag{39}$$

$$*\int_0^{\infty} e^{\sigma\,\kappa-(1-\tau_D)\int_0^{\kappa} R_K(q)dq} *((R_H(\kappa)*h_i(\kappa)-\varepsilon_i(\kappa)-\tau(\kappa))*$$

$$*(-1)\int_0^{\kappa}(\frac{d(R_K(q))}{d\ \tau_c}dq-\frac{d(\varepsilon_i(\kappa))}{d\ \tau_c}+$$

$$+\left(R_H(\kappa)*\frac{d(h_i(\kappa))}{d\ \tau_c}+h_i(\kappa)*\frac{d(R_H(\kappa))}{d\ \tau_c}\right)d\kappa-\nu_3*(\nu_2+$$

$$\int_0^{\infty} e^{\frac{(1-\theta)*\left((-\sigma\ -\rho)t+\int_0^{\varsigma}(R_k(T))dT\right)}{\theta}} * \frac{(1-\theta)}{\theta} * \left(\int_0^{\varsigma}\left(\frac{d(R_k(T))}{d\ \tau_c}\right)dT\right)d\varsigma)\}dt$$

Analogicznie jak w przypadku równań (32) i (25) jest to rozbudowana postać równania (33). W związku z tym występują efekty analogiczne do równania (32), czyli zmiany przyszłej konsumpcji związane ze zmianą dochodu oraz dostosowaniem poziomu konsumpcji bieżącej. W przeciwieństwie do niego jednak efekt związany ze zmianą dochodu jest jednoznacznie pozytywny, jeżeli tylko nastąpi pożądany efekt interwencji, tj. wzrost kapitału ludzkiego w gospodarce, wzrost gospodarczy i wynikający z tego wzrost wynagrodzenia czynników produkcji. Związane jest to z brakiem pomniejszenia realnych dochodów z czynników produkcji o podatek dochodowy. Analogicznie jak w przypadku wprowadzenia edukacji publicznej finansowanej podatkiem dochodowym efekt w większym stopniu oddziałuje na gospodarstwa domowe o większym majątku.

Efekt związany z dostosowaniem poziomu konsumpcji również jest niejednoznaczny. Jednoznacznie pozytywnie wpływa na niego wzrost dochodów z tytułu nowo powstałego kapitału ludzkiego oraz wzrost wartości posiadanego już kapitału ludzkiego. Na efekt dostosowania wydatków bieżących na konsumpcję negatywny wpływ mają efekty wypychania. Efekt wypychania konsumpcji na rzecz inwestycji, szczególnie w kapitał rzeczowy, może być mocniejszy niż w przypadku podatku dochodowego z powodu względnego wzrostu kosztu konsumpcji. Zwiększa to ryzyko, że efekt dostosowania konsumpcji będzie negatywny dla gospodarstw domowych o wyższym majątku wyrażonym poprzez większą ilość kapitału rzeczowego. Jednocześnie należy zauważyć, że pozytywne efekty związane z kreacją kapitału ludzkiego mogą być niższe niż w przypadku podatku dochodowego ze względu na niższą podstawę opodatkowania.

Podsumowanie

Celem pracy było znalezienie odpowiedzi na pytanie, czy publiczne finansowanie edukacji przy pomocy podatku dochodowego bądź konsumpcyjnego może być ekonomicznie opłacalne dla płatników netto tych podatków, tj. gospodarstw domowych, które zapłacą więcej podatku, niż zostanie wydane przez państwo na ich edukację. Cel ten został zrealizowany poprzez wyprowadzenie modelu teoretycznego opartego na modelu Ramseya z kapitałem ludzkim uzupełnionym o zmodyfikowany przez Benhabiba i Spiegela [2002] model Nelsona-Phelpsa. Ostateczna odpowiedź jest niejednoznaczna, wskazuje jednak na możliwość wystąpienia takiej sytuacji.

Udało się określić, że pozytywny efekt związany ze wzrostem dochodów do dyspozycji gospodarstw domowych w związku z przyspieszeniem rozwoju technologicznego jest bardziej prawdopodobny do uzyskania w przypadku wprowadzenia podatku konsumpcyjnego. W szczególności w państwach wysokorozwiniętych, tj. zbliżonych w poziomie rozwoju do bariery technologicznej, finansowanie edukacji podatkiem dochodowym prawie nigdy nie będzie miało pozytywnego wpływu na dochody gospodarstw domowych. Jednocześnie okazało się, że w przypadku, jeżeli oczekiwana reakcja prywatnych wydatków na edukację okaże się podobna, finansowanie edukacji podatkiem dochodowym ma większą szansę na przyspieszenie wzrostu gospodarczego niż finansowanie podatkiem od konsumpcji. Łącząc te dwa wnioski, można się zastanawiać, czy dla krajów mocno zacofanych optymalną strategią nie byłoby rozpoczęcie od finansowania edukacji podatkiem dochodowym, a następnie wraz ze względną poprawą sytuacji gospodarczej względem rozwiniętych krajów przejście na model finansowania jej podatkiem od konsumpcji.

Wspomniany problem może służyć za punkt wyjścia dla dalszych badań nad wymiennością pomiędzy finansowaniem działań państwa nastawionych na efekty zewnętrzne podatkiem nastawionym na większą podstawę a podatkiem skutkującym mniejszymi stratami w dobrobycie. Można też spróbować lepiej zdefiniować postać efektów zewnętrznych kapitału ludzkiego poprzez badania makroekonometryczne mające na celu ustalenie postaci funkcji wzrostu gospodarczego i doganiania technologicznego, które w miarę poprawnie opisują rzeczywiste zachowanie gospodarek. Korzystając z wniosków dotyczących braku wpływu dochodów na optymalny poziom wydatków prywatnych na edukację, można też spróbować sprawdzić wpływ na dobrobyt społeczny bezpośrednich transferów, wcześniej jednak należałoby uzupełnić funkcję użyteczności o dysużyteczność pracy. Można również dokonać weryfikacji wniosków teoretycznych z takiego modelu poprzez odpowiednie badanie empiryczne.

Bibliografia

Arrow K. [1951], *An Extension of the Basic Theorems of Classical Welfare Economics*, Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability.

Barro R., Mankiw N.G., Sala-i-Martin X. [1992], *Capital Mobility in Neoclassical Models of Growth*, NBER Working Paper No. 4206.

Becker G. [1964], *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education*, Harvard University Press, Cambridge.

Benhabib J., Spiegel M. [1994], The role of human capital in economic development evidence from aggregate cross-country data, *Journal of Monetary Economics*, 34(2).

Benhabib J., Spiegel M. [2002], *Human Capital and Technology Diffusion*, FRB of San Francisco Working Paper No. 2003–2.

Blankenau W., Simpson N. [2004], Public Education Expenditures and Growth, *Journal of Development Economics*, 73(2).

Blankenau W., Simpson N., Tomljanovich M. [2007], Public Education Expenditures, Taxation and Growth: Linking Data to Theory, *The American Economic Review*, 97(2).

Croix de la D., Doepke M. [2007], *To Segregate or to Integrate: Education Politics and Democracy*, NBER Working Paper No. 13319.

Dissou Y., Didic S., Yakautsava T. [2016], Government spending on education, human capital accumulation, and growth, *Economic Modelling*, 58.

Domenech R., Fuente de la A. [2001], Schooling Data, Technological Diffusion, and the Neoclassical Model, *The American Economic Review*, 91(2).

Dorosiewicz S. [2003], Równania różniczkowe zwyczajne, w: Dorosiewicz S. (red.), *Matematyka Tom III*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza SGH.

Drazen A. [2000], *Political economy in macroeconomics*, Princeton, Princeton University Press.

Fuente de la A. [2000], *Mathematical Methods and Models for Economists*, Cambridge University Press, USA.

Goldin C., *Human Capital*, [2014], http://scholar.harvard.edu/files/goldin/files/human_capital_handbook_of_cliometrics_0.pdf, dostęp 24.09.2017.

Kłopotowski J., Kołatkowski D. [2007], Funkcje jednej zmiennej, w: Dorosiewicz S. (red.), *Matematyka Tom I*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza SGH, wyd. drugie.

Lucas R. [1998], On the Mechanics of Economic Development, *Journal of Monetary Policy*, 22.

Mankiw N.G., Weinzierl M., Yagan D. [2009], *Optimal Taxation in Theory and Practice*, https://dash.harvard.edu/bitstream/handle/1/4263739/Mankiw_OptimalTaxationTheory.pdf, dostęp 22.09.2017.

Mincer J. [1958], Investment in Human Capital and Personal Income Distribution, *Journal of Political Economy*, 66(4).

Mirrlees J. [1971], An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation, *The Review of Economic Studies*, 38(2).

Nelson R., Phelps E. [1966], Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth, *The American Economic Review*, 56 (1/2).

Pigou A. [1920], *The Economics of Welfare*, London, Macmillan.

Ramsey F. [1927], A Contribution to the Theory of Taxation, *The Economic Journal*.

Sharif M., Ramanathan K. [1981], Binomial innovation diffusion models with dynamic potential adopter population, *Technological Forecasting and Social Change*, 20(1).

Uzawa H. [1965], Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth, *International Economic Review*, 6(1).