ACTA UNIVERSITATIS LODZIENSIS
FOLIA OECONOMICA 205, 2007

*Michał Kolupa**

KILKA UWAG NA TEMAT UNIFIKACJI PROGRAMÓW NAUCZANIA PRZEDMIOTÓW ILOŚCIOWYCH WYKŁADANYCH W UCZELNIACH EKONOMICZNYCH

Na początku moich rozważań podejmuję próbę określenia tego, co oznacza unifikacja. Unifikacja oznacza ujednolicenie programów, ale nigdy nie treści programowych, co wyjaśnię za chwilę. Metody ilościowe realizowane w uczelniach ekonomicznych obejmują obok triady – matematyka, statystyka, ekonometria – również inne przedmioty zmatematyzowane takie, jak np. ekonomia matematyczna, prognozowanie i symulacje oraz np. portfolio selection. Przedmioty zaliczane do wyżej wspomnianej triady są jednakże podstawowymi, co oznacza, iż sugestie dotyczące programów nauczania odnoszą się przede wszystkim do przedmiotów owej triady. Rozumiem, iż każdy z tych przedmiotów obok wykładu obejmuje również ćwiczenia. Nie wchodzę tu w problem podziału liczby godzin na te, które realizuje się w formie wykładu i te, które są przeznaczone na ćwiczenia. W tym miejscu zgłaszam następującą sugestię.

Sugestia 1.

Nie zawsze to, co na wykładzie znajduje swoje odbicie na ćwiczeniach i odwrotnie. Oznacza to, że niektóre tematy mogą być omówione jedynie na wykładach, zaś inne jedynie na ćwiczeniach. Kolejna sugestia zawarta jest w następującym zdaniu.

Sugestia 2.

Zarówno na wykładach jak i na ćwiczeniach należy zadbać o elementarne ujęcie. Elementarny, to nie oznacza wyprany z walorów intelektualnych i przez

* Prof. dr hab., Wyższa Szkoła Społeczno-Ekonomiczna w Warszawie.

to łatwy do przyswojenia przez słuchacza. Przypominam, że elementarny nie jest synonimem słowa łatwy. Upieram się przy elementarnym ujęciu zagadnień, ponieważ absolwenci szkół średnich nie nawykli do rozważań matematycznych mają ze rozumieniem matematyki podstawowe trudności. Kolejna sugestia to:

Sugestia 3.

Mamy uczyć rozumienia metod ilościowych a nie rachunków. Respektowanie tej sugestii jest więcej niż istotne. Na razie ograniczam się do przedstawionych sugestii, ale to nie koniec. Teraz chcę przedstawić to więcej niż zasadne w procesie nauczania przedmiotów ilościowych.

Odwołam się do kilku przykładów. Mam nadzieję, że są one na tyle komunikatywne, iż wyjaśnią moje stanowisko.

Przykład 1.

W wykładzie algebry mówi się, że podporządkujemy każdej uporządkowanej parze liczb naturalnych (i, j) $j \leq i \leq m$, $i \leq j \leq n$ liczbę a_{ij}. Otrzymujemy przeto funkcję dwóch zmiennych określoną na zbiorze par (i, j), którą to funkcję nazywamy macierzą o wymiarach m wierszach i n kolumnach albo o wymiarach $m \times n$. Również dobrze mówimy – macierz jest to tablica o m wierszach i n kolumnach, wewnątrz której wpisane są liczby a_{ij} noszące nazwę jej elementów. Jest to macierz o wymiarach $m \times n$. Te dwie definicje uważam za równoważne.

Którą z tych definicji wybrać? To należy zostawić do decyzji wykładającego. Gdyby upierać się, że np. pierwsza z nich, to oznaczało by to ingerencję w treści programowe, a tego nie wolno robić!

A teraz coś innego, coś o twierdzeniu Kroneckera-Capelliego i co z niego wynika, np. dla ostatniego elementu triady, czyli dla ekonometrii. I w ten sposób dochodzimy do kolejnego przykładu.

Przykład 2.

Jak wiadomo, jeżeli

$$\mathbf{A}\ \mathbf{X} = \mathbf{b} \tag{1}$$

gdzie $\mathbf{A} = [a_{ij}]\ m \times \mathrm{n}$, $\mathbf{X}^T = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$, zaś $\mathbf{b}^T = [b_1, b_2, \ldots, b_m]$ to warunkiem koniecznym i wystarczającym na to, aby układ (1) miał jedno rozwiązanie jest aby

$$\mathbf{R}\,(\mathbf{A}) = \mathbf{R}\,(\mathbf{B}) = n \tag{2}$$

gdzie

$$\mathbf{B} = [A, b] \tag{3}$$

Macierz rozszerzona, przy przyjętych założeniach, jest macierzą o wymiarach $m \times (n + 1)$. W ekonometrii rozpatrujemy model ekonometryczny postaci

$$\mathbf{Y} = \alpha_0 \mathbf{X}_0 + \alpha_1 \mathbf{X}_1 + \alpha_2 \mathbf{X}_2 + \ldots + \alpha_k \mathbf{X}_k + e \tag{4}$$

który jest szacowany MNK na podstawie macierzy obserwacji **Q** dokonanych na zmiennych w nim wyróżnionych. Jest to macierz zbudowana z bloków **X** oraz **y** czyli

$$\mathbf{Q} = [X, y] \tag{5}$$

gdzie $X = [x_{tr}]$ $t = 1, 2, \ldots, n$, $r = 0, 1, \ldots, k$, zaś $y = [y_t]$ $n\times 1$. Zastosowanie MNK prowadzi do następującego układu równań

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X}\, \mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{y} \tag{6}$$

gdzie $\mathbf{A}^T = [a_0, a_1, \ldots, a_k]$ oznacza wektor oszacowań parametrów a_j $j = 0, 1, \ldots, k$. Zakładamy, że $\mathbf{R}(\mathbf{X}) = k$ a to gwarantuje nieosobliwość macierzy Gramma $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$. A teraz dwie definicje. Oto one:

Definiujemy $y_q{}^*$ będące składową o numerze q wektora wartości teoretycznych zmiennej Y w następujący sposób:

$$\mathbf{y}_q{}^* = x_q\, \mathbf{A} = x_q\, (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\, \mathbf{x}^T\mathbf{y} \tag{7}$$

gdzie x_q oznacza wiersze o numerze q macierzy **X**.

Definiujemy y_τ będące wartością prognozowaną zmiennej **Y** w momencie τ ($\tau > n$) w przypadku znanego wektora $\mathbf{x}_\tau = [1, x_{i\tau}, \ldots, x_{k\tau}]$, gdzie $x_{j\tau}$ $j = 1, 2, \ldots, k$ oznacza wartość zmiennej X_j w momencie τ niżej podanym wzorze

$$y_\tau = x_\tau A = x_\tau\, (X^T X)^{-1} X^T y \tag{8}$$

I tak do wyznaczenia $y_q{}^*$, ktore jest dane wzorem (7), stosujemy wspomniane twierdzenie Kroneckera-Capelliego do układu równań gdzie z jest równe y_q^* (z jest nieznane). Rząd macierzy podstawowej tego układu jest równy $k + 1$ i tyle musi wynieść również rząd macierzy rozszerzonej tego układu. Ma ona postać

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T\mathbf{X} & \mathbf{X}^T\mathbf{y} \\ \mathbf{x}_q & \mathbf{z} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Żądanie

$$\det \mathbf{F} = 0 \tag{11}$$

pozwala na wyznaczenie z.

Analogicznie chcąc wyznaczyć y_r korzystamy z układu równań

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}^T\mathbf{X} \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T\mathbf{y} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \tag{12}$$

(wielkość $u = y_r$ jest *a priori* nie znana!). Postępując analogicznie żądamy, aby wyznacznik macierzy C postaci

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T\mathbf{X} & \mathbf{X}^T\mathbf{y} \\ \mathbf{x}_r & \mathbf{u} \end{bmatrix} \tag{13}$$

był równy zero. Stąd uzyskamy u.

To było w ekonometrii. Ale to samo może być w prognozowaniu np. na postawie modelu Leontiewa, bądź portfolio selection w przypadku kiedy chcemy wyznaczyć ryzyko portfela realizowanego np. w warunkach krótkiej sprzedaży. To jedynie wybrane przykłady, ale jak sądzę obrazują one to o co mi chodzi. I stąd kolejna sugestia.

Sugestia 4.

To co w matematyce istotne winno znaleźć również bezpośredni oddźwięk w pozostałych elementach triady.

Myślę, że po tych przykładach jestem zrozumiały. Ograniczyłem się do pokazania przykładów algebraicznych, ponieważ ten dział matematyki uważam za wiodący. Zawsze bowiem mamy do czynienia z macierzami, na których trzeba wykonać odpowiednie działania arytmetyczne, zawsze pojawiają się układy równań i równie często mamy do czynienia z wyznacznikami. Na koniec ostatnie dwie sugestie.

Sugestia 5.

Na ćwiczeniach winno serwować się zadania zbliżone do jednakowych we wszystkich uczelniach. Należałoby, zatem stworzyć coś na kształt bazy danych i ją rok rocznie uzupełniać. Internet nadaje się do tego celu wręcz znakomicie i warto z niego skorzystać.

Sugestia 6.

Uważam bowiem, że tam właśnie warto zamieścić odpowiednio opracowane tematy należące do triady i zasugerować, aby z nich korzystali studenci. Pieczę nad takim ujęciem zagadnienia mógłby z powodzeniem roztoczyć Komitet Statystyki i Ekonometrii PAN.

Michał Kolupa

SOME REMARKS ON UNIFYING TEACHING PROGRAMS OF QUANTITATIVE SUBJECTS TAUGHT AT ECONOMIC UNIVERSITIES

At the beginning of my considerations I will make an attempt to define what is meant by unification. Unification means unifying programs but never the contents of programs. I explain that in terms of an example of matrix definition. Each of quantitative subjects comprises both lectures and classes.
I am not addressing the problem of dividing the number of hours into these which are meant for lectures and those which are devoted for classes. At this point I have the following suggestions.

Suggestion 1

Not always what is done at lecture is reflected at the classes and the other way around. This means that some topics can be discussed only at the lecture and some only at the classes. The next suggestion is contained in the following sentence.

Suggestion 2

Both at the lectures and at the classes it is important to take care of elementary presentation. Elementary does not mean washed out of intellectual values and due to this easy to get acquainted with by listeners. I remind that elementary is not synonymous to easy. I firmly stick to the elementary presentation of issues because the graduates of secondary schools not well up in mathematics have troubles with understanding this subject. The next suggestion is

Suggestion 3

We are to teach quantitative methods and not reckoning

Suggestion 4

What is important in statistics should also be reflected at statistics and econometrics classes.

Suggestion 5

Similar problems should be served to students on all univeristies. This means that a sort of a data basis should be created and every year up-dated. The internet is very useful in this context and should be taken advantage of.

Suggestion 6.

I think so because this is the place where subjects belonging to the triad should be placed and to the use of which we should encourage students. This idea can be effectively supervised by the Committee of Statistcs and Econometrics of the Polish Academy of Sciences.

Each of these suggestions is illustrated with examples and discussed in details.