ACTA UNIVERSITATIS LODZIENSIS
FOLIA OECONOMICA 166, 2003

*Małgorzata Doman** , *Ryszard Doman***

PROGNOZOWANIE DZIENNEJ ZMIENNOŚCI INDEKSU WIG OKREŚLONEJ ZA POMOCĄ DANYCH O WYŻSZEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Streszczenie. Powszechnie uważa się, że kwadraty dziennych zwrotów instrumentu finansowego słabo aproksymują jego dzienną zmienność. Andersen i Bollerslev jako pierwsi zauważyli, że bardziej dokładne oszacowania zmienności można otrzymać za pomocą zmienności liczonej jako suma kwadratów zwrotów śróddziennych, odpowiadających danym o wyższej częstotliwości. W niniejszym artykule pokazujemy, o ile poprawiają się prognozy zmienności indeksu giełdowego WIG, gdy zamiast do kwadratów zwrotów dziennych odnosi się je do zmienności zrealizowanej.

Słowa kluczowe: prognozowanie, zmienność zrealizowana, GARCH, dane o wysokiej częstotliwości.

1. WSTĘP

Zmienność (*volatility*) w odniesieniu do ceny instrumentu finansowego jest miarą niepewności co do przyszłych zmian tej ceny. Pojęcie zmienności jest obecne we wszystkich nowoczesnych teoriach dotyczących finansów i procesów podejmowania decyzji. Konsekwencją tego stanu rzeczy jest teza, iż dobre prognozy zmienności procesów realizujących się na rynku finansowym i adekwatne ich miary powinny zaliczać się do niezbędnych narzędzi badawczych i weryfikujących np. stosowanych w teoretycznych wycenach instrumentów finansowych czy też w konstruowaniu różnych strategii handlowych lub w zarządzaniu ryzykiem. Empirycznie, zmienność ceny instrumentu wyznacza się jako odchylenie standardowe lub wariancję stopy zwrotu z tego instrumentu. W związku z tym naturalnymi kandydatami do miana narzędzi służących prognozowaniu zmienności szeregu czasowego cen wydawały się, od samego momentu ich powstania, modele autoregresyjnej

* Dr, Katedra Matematyki Stosowanej, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu.
** Dr, Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

heteroskedastyczności warunkowej (ARCH), zaproponowane przez Engle'a 1982) oraz ich uogólnienia, zapoczątkowane modelami GARCH, zdefiniowanymi przez Bollersleva (1986). Z pojawieniem się tych modeli uległo jednocześnie zmianie panujące uprzednio przekonanie o nieprognozowalności zmian cen na rynkach finansowych. Ogólne uznanie zyskał pogląd, że wprawdzie ceny instrumentów finansowych, jako takie, nie są prognozowalne, ale można prognozować ich zmienność. Niemniej jednak zdolności modeli GARCH do prognozowania zmienności na okres poza próbą były powszechnie kwestionowane, co wiązało się głównie z ograniczeniami jakości prognozy w okresie próby, implikowanymi przez sam model. Przełomowym w tym względzie okazał się artykuł Andersena i Bollersleva (1998). Autorzy wykazali w nim, że problem leży nie tyle w niedostatkach możliwości prognostycznych modelu GARCH, ile w adekwatności stosowanej metodologii pomiaru jakości prognoz realizowanej zmienności. Zaproponowane nowe podejście do zagadnienia oceny prognoz zmienności za pomocą modeli GARCH polegało na wykorzystaniu jako miary „zrealizowanej" dziennej zmienności, sumy kwadratów śróddziennych stóp zwrotu (np. godzinnych czy pięciominutowych), a nie, jak dotychczas, zwrotu międzydziennego. W ten sposób nie tylko uzyskano radykalne polepszenie prognoz, ale również przydano pojęciu zmienności bardziej realistyczną i silniej umocowaną teoretycznie interpretację. Niniejszy artykuł jest poświęcony zastosowaniu metodologii Andersena i Bollersleva w kontekście polskiego rynku finansowego. Podejmujemy w nim próbę oceny prognozowania za pomocą standardowego modelu GARCH dziennej zmienności indeksu WIG, określonej z użyciem danych o wyższej częstotliwości śróddziennej.

2. MODELE GARCH

Uogólniony model autoregresyjny heteroskedastyczności warunkowej (Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) GARCH (p, q) został zdefiniowany przez Bollersleva (1986) jako rozszerzenie modelu zaproponowanego przez Engle'a. Opisuje się go zależnościami:

$$x_t = \sigma_t z_t, \tag{1}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i x_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2, \tag{2}$$

gdzie z_t jest szeregiem niezależnych standaryzowanych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie. Dla $p = 0$ otrzymujemy model ARCH (q), zdefiniowany przez Engle'a. Zwykle przyjmuje się, że innowacje z_t mają rozkład normalny, co jest równoważne z tym, że rozkład warunkowy zmiennej x_t jest normalny ze średnią zero i wariancją σ_t^2. Niemniej jednak jej rozkład bezwarunkowy nie jest w tym przypadku normalny, a w szczególności kurtoza dla x_t jest większa od 3 i rozkład bezwarunkowy ma grubsze ogony niż rozkład normalny. W najbardziej popularnym modelu, GARCH (1, 1), parametry powinny spełniać ograniczenia: $\omega > 0$, $\alpha_1 > 0$ i $\beta_1 \geqslant 0$. Warunek: $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ jest wówczas równoważny ze stacjonarnością drugiego rzędu dla szeregu x_t, w szczególności wariancja bezwarunkowa wyraża się wzorem $\sigma^2 = \omega/(1 - \alpha_1 - \beta_1)$. Z warunku $(\alpha_1 + \beta_1)^2 + 2\sigma_1^2 < 1$ wynika istnienie skończonego bezwarunkowego momentu rzędu czwartego. W przypadku modelu GARCH (1, 1) optymalna w sensie błędu średniokwadratowego prognoza $\hat{\sigma}_{t+h|t}^2$ wariancji warunkowej σ_{t+h}^2 h kroków naprzód jest wyznaczona wzorem:

$$\hat{\sigma}_{t+h|t}^2 = \omega + \alpha_1 \hat{x}_{t+h-1|t}^2 + \beta_1 \hat{\sigma}_{t+h-1|t}^2 \tag{3}$$

gdzie: $\hat{x}_{t+i|t}^2 = \hat{\sigma}_{t+i|t}^2$ dla $i > 0$ oraz $\hat{x}_{z+i|t}^2 = x_{z+i}^2$ i $\hat{\sigma}_{t+i|t}^2 = \sigma_{t+i}^2$ dla $i \leqslant 0$.

Jeśli model został wyestymowany przy użyciu próby liczącej n obserwacji, a prognozy wariancji warunkowej h kroków naprzód dotyczą momentów $t = n + h, \ldots n + h + m - 1$, to średniokwadratowy błąd prognozy $MSPE$ jest określony formułą:

$$MSPE = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} (\hat{\sigma}_{n+h+j|n+j}^2 - \sigma_{n+h+j}^2)^2 \tag{4}$$

a średni bezwzględny błąd prognozy $MAPE$ wyraża się wzorem:

$$MSPE = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} |\hat{\sigma}_{n+h+j|n+j}^2 - \sigma_{n+h+j}^2| \tag{5}$$

Niektórzy autorzy (np. Pagan, Schwert 1990) oceniają jakość prognozy za pomocą regresji:

$$\sigma_{n+h+j}^2 = a + b\hat{\sigma}_{n+h+j|n+j}^2 + e_{n+h+j}, \quad j = 0, \ldots, m-1 \tag{6}$$

Oczywiście wzory (1)–(6) nie mogą być bezpośrednio stosowane w praktyce, gdyż prawdziwa zmienność σ_{n+1+j}^2 nie jest obserwowalna. Zazwyczaj zatem zastępuje się σ_t^2 przez x_t^2. Uzasadnia się to tym, że $x_t^2 = \sigma_t^2 z_t^2$, a ponieważ $E(z_t^2) = 1$, więc x_t^2 jest nieobciążonym estymatorem wariancji warunkowej. Czynnik z_t^2 powoduje jednak znaczne zanieczyszczenie szumem, co, jak się wydaje, jest główną przyczyną słabej możliwości prognostycznej tego podejścia. Spektakularnie objawia się to w przypadku próby stosowania współczynnika determinacji R^2 opisanej wyżej regresji jako oceny jakości prognozy. Jak wykazali Andersen i Bollerslev (1998), przy założeniu istnienia skończonego bezwarunkowego momentu czwartego rzędu dla x_t, zastępując w równaniu regresji σ^2_{n+1+j} przez x^2_{n+1+j}, otrzymamy $R^2 = \frac{\alpha_1^2}{1-\beta_1^2-2\alpha_1\beta_1}$. Ponieważ, jak zaznaczyliśmy wyżej, warunek istnienia skończonego bezwarunkowego momentu czwartego rzędu ma postać $(\alpha_1+\beta_1)^2+2\alpha_1^2<1$, więc otrzymujemy, w naszej sytuacji, ograniczenie z góry dla współczynnika determinacji: $R^2<\frac{1}{3}$. Oznacza to, że jeśli nie ustalimy jakiegoś wzorca odniesienia, to współczynnik determinacji jest bardzo problematycznym wskaźnikiem dokładności prognozy zmienności.

3. ALTERNATYWNE PODEJŚCIE DO SZACOWANIA DZIENNEJ ZMIENNOŚCI CENY INSTRUMENTU FINANSOWEGO

W przypadku stosowania do dziennych zwrotów popularnego modelu GARCH (1, 1), wariancja warunkowa jest funkcją wariancji warunkowej i kwadratu zwrotu (z odjętą średnią warunkową) z poprzedniego dnia handlowego. Jeśli w tym poprzednim dniu zwrot ceny był zerowy, ale w ciągu dnia fluktuacja ceny była bardzo duża, to informacja na temat zmienności niesiona przez kwadrat tego opóźnionego zwrotu jest oczywiście wysoce myląca. Według Andersena i Bollersleva (1998), w większości zastosowań w finansach można zakładać, że proces p_t logarytmów cen instrumentu finansowego jest ciągłym procesem dyfuzji danym przez stochastyczne równanie różniczkowe

$$dp_t = \sigma_t dW_t \tag{7}$$

gdzie $t \geqslant 0$, W_t oznacza standardowy ruch Browna, a σ_t jest procesem ściśle stacjonarnym. Przy takich założeniach poprawna miara dziennej zmienności ceny w dniu $t+1$ wyraża się formułą:

$$\sigma^2_{t+1,1} = \int_0^1 \sigma^2_{t+\tau} d\tau \tag{8}$$

Określona wzorem 8 zmienność scałkowana $\sigma^2_{t+1,1}$ oczywiście nie jest obserwowalna. Okazuje się jednak, że można ją przybliżać z dowolną dokładnością przez wielkości obserwowalne. W tym celu oznaczmy przez $r_{(m),t} \equiv p_t - p_{t-1/m}$, gdzie $t = 1/m, 2/m, \ldots$, zwroty odpowiadające m obserwacjom ceny w ciągu dnia. Wówczas przy pewnych dodatkowych założeniach o procesie σ_t (Karatzas, Shreve 2000) można udowodnić, że:

$$\text{plim}_{m\to\infty} \sum_{j=1}^{m} r^2_{(m),t+j/m} = \sigma^2_{t+1,1} \tag{9}$$

gdzie *plim* oznacza granicę w sensie zbieżności stochastycznej. W związku z powyższymi faktami Andersen i Bollerslev zaproponowali mierzenie zmienności cen na rynku finansowym w danym okresie za pomocą nowej wielkości nazwanej przez nich zmiennością realizowaną (*realized volatility*), równej sumie kwadratów zwrotów opartych na obserwacjach dokonywanych z większą częstotliwością. Naturalność tego podejścia jest oczywista. Bezdyskusyjnie, w sytuacji opisanej na początku tego paragrafu, suma kwadratów zwrotów śróddziennych niesie bardziej adekwatną informację o zmienności ceny, niż kwadrat pojedynczego zwrotu dziennego. Dodatkowym argumentem skłaniającym do posługiwania się zmiennością realizowaną jest to, że zmienności dzienne prognozowane za pomocą standardowego modelu GARCH, które słabo przybliżały zwroty dzienne, o wiele lepiej prognozują zmienność obliczoną na podstawie kwotowań o wyższej częstotliwości.

4. DANE

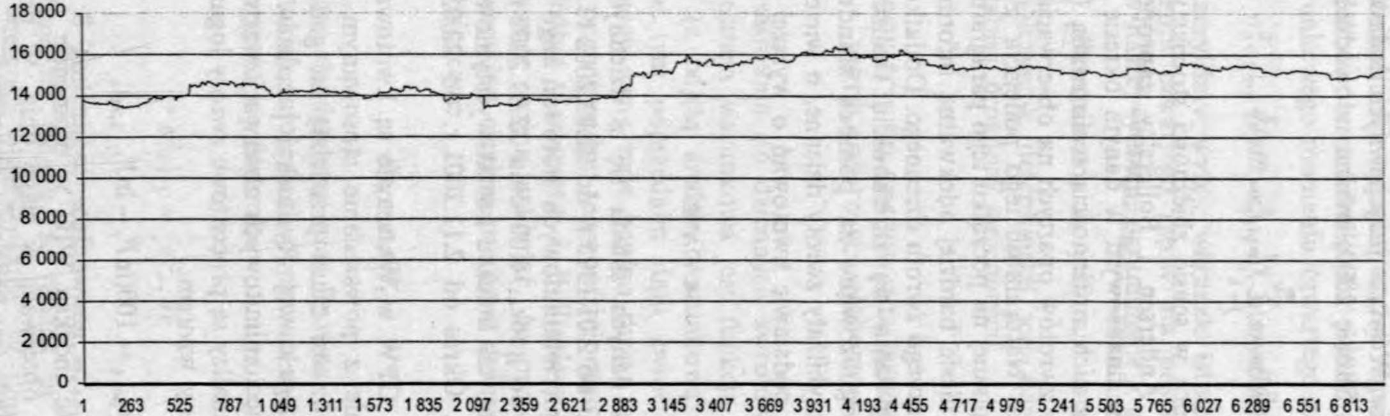
Zbiór analizowanych danych składa się z dziennych notowań (kurs zamknięcia) indeksu WIG od 2.01.1995 r. do 22.03.2002 r. oraz z godzinnych, piętnastominutowych i pięciominutowych notowań tego indeksu od godz. 10.05 dnia 31.10.2001 r. do godz. 16.00 dnia 22.03.2002 r. Model GARCH (1, 1) dla zwrotów dziennych indeksu został wyestymowany na podstawie danych do 31.10.2001 r. Okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r. (97 sesji) jest okresem prognozy.

Wartości indeksu na GPW w Warszawie są kwotowane od godz.10.05 do godz. 16.00. Zgodnie z powszechnie stosowanym w takiej sytuacji podejściem wyłączyliśmy z osi czasu przedziały od godz. 16.00 do godz. 10.00 dnia następnej sesji giełdowej. Rysunek 1 przedstawia uzyskany w ten sposób szereg czasowy pięciominutowych obserwacji wartości indeksu WIG.

Przedmiotem naszej analizy są procentowe zwroty logarytmiczne indeksu, czyli szereg $r_{(m),t}$ określony wzorem:

$$r_{(m),t} = 100(\ln P_t - \ln P_{t-1/m}), \tag{10}$$

gdzie P_t oznacza wartość indeksu WIG w momencie t, $t = 1/m, 2/m, ...,$ przy czym m jest liczbą obserwacji w ciągu dnia. W przypadku zwrotów dziennych ($m = 1$) wskaźnik (m) będziemy opuszczać.



Rys. 1. Notowania pięciominutowe indeksu WIG w okresie od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.

Naszym celem jest zbadanie jakości prognoz zmienności dziennej indeksu WIG, dostarczanych przez model GARCH (1, 1), dopasowany do zwrotów dziennych, obejmujących okres od 2.01.1995 r. do 31.10.2001 r. Ocena zostanie dokonana zgodnie z przedstawioną metodologią Andersena i Bollersleva, dla prognoz na okres poza próbą, tj. od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r. Do modelowania wariancji warunkowej użyliśmy, uwzględniając kryteria informacyjne i biorąc pod uwagę istotność parametrów, modelu postaci

$$\begin{aligned} r_t &= ar_{t-1} + x_t \\ x_t &= \sigma_t z_t, \quad z_t \sim N(0,\ 1) \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \tag{11}$$

Oszacowania parametrów modelu, otrzymane za pomocą metody największej wiarygodności są przedstawione w tabeli 1. W nawiasach są podane błędy standardowe.

Tabela 1. Parametry modelu procentowych logarytmicznych zwrotów dziennych notowań indeksu WIG w okresie 2.01.1995–31.10.2001

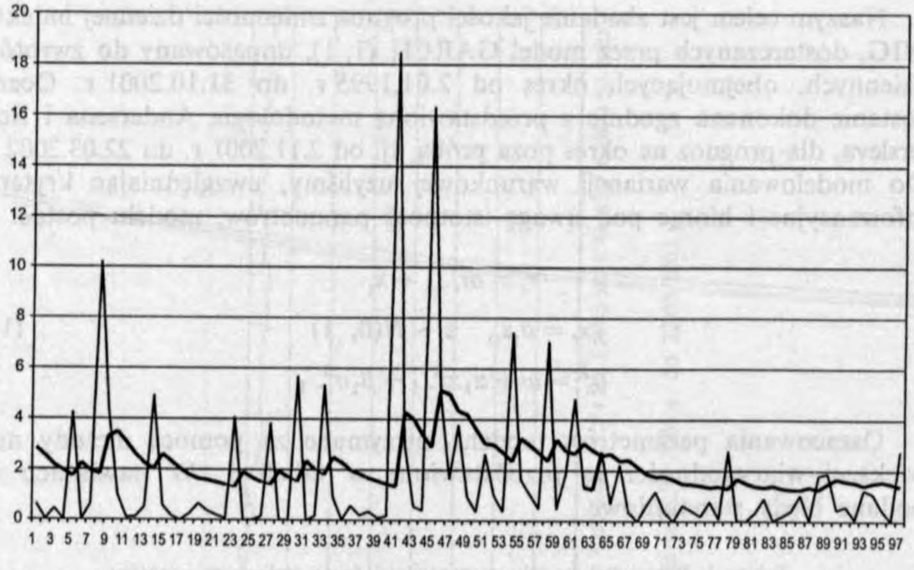
a	ω	α_1	β_1
0,1911	0,2178	0,1637	0,7715
(0,0249)	(0,0358)	(0,0172)	(0,0226)

Model jest kowariancyjnie stacjonarny z wariancją bezwarunkową $\hat{\sigma}^2 = 3,36$.

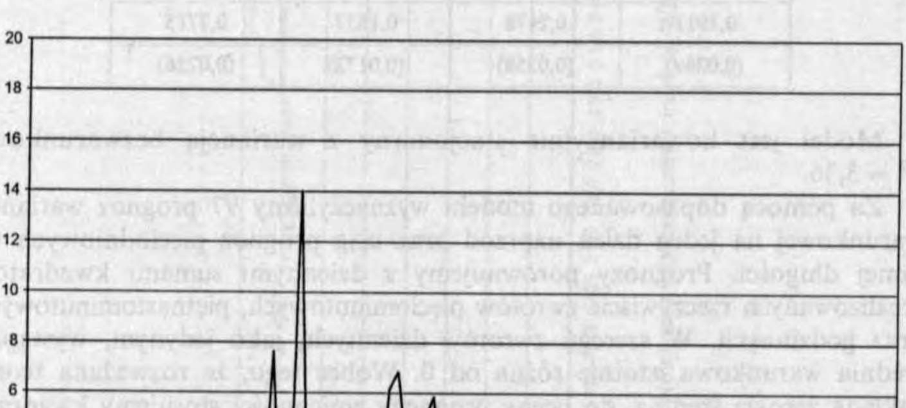
Za pomocą dopasowanego modelu wyznaczyliśmy 97 prognoz wariancji warunkowej na jeden dzień naprzód oraz ciąg prognoz pięciodniowych tej samej długości. Prognozy porównujemy z dziennymi sumami kwadratów zrealizowanych rzeczywiście zwrotów pięciominutowych, piętnastominutowych oraz godzinnych. W szeregu zwrotów dziennych, jako jedynym, wystąpiła średnia warunkowa istotnie różna od 0. Wobec tego, że rozważana teoria zakłada zerową średnią, do oceny prognozy zmienności stosujemy kwadraty zwrotów z odjętą uprzednio średnią warunkową. Wszystkie obliczenia zostały przeprowadzone przy użyciu programu UCSD–GARCH *toolbox*.

5. OMÓWIENIE OTRZYMANYCH WYNIKÓW

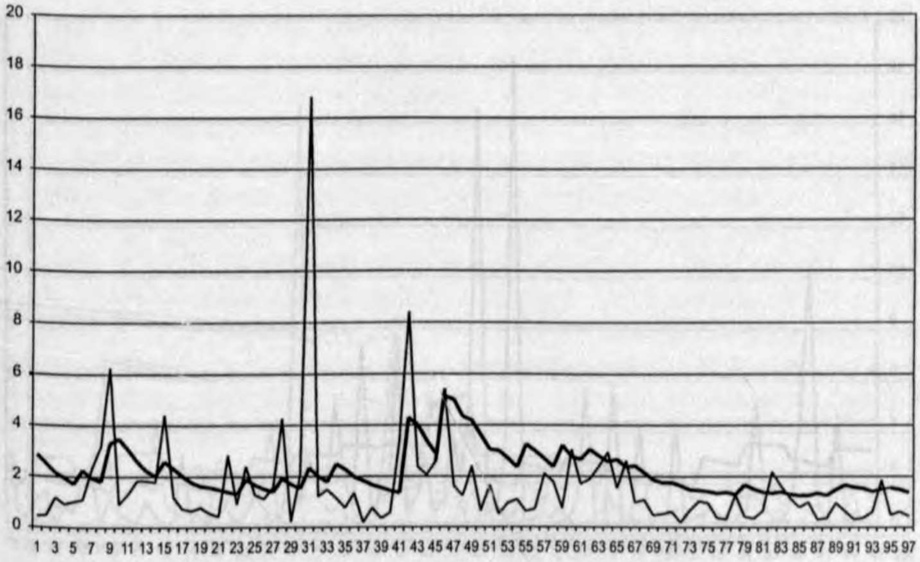
Zgodnie z teorią przedstawioną w § 3, prognozowana przez modele GARCH dzienna zmienność warunkowa stanowi ocenę realizowanej zmienności, która może być aproksymowana przez dzienną sumę kwadratów



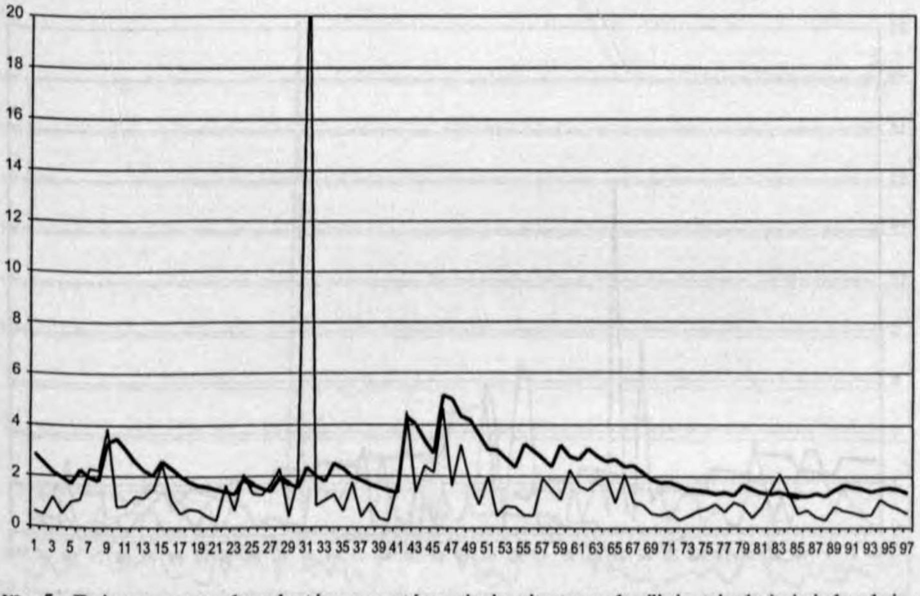
Rys. 2. Kwadraty zwrotów dziennych (linia cienka) i jednodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



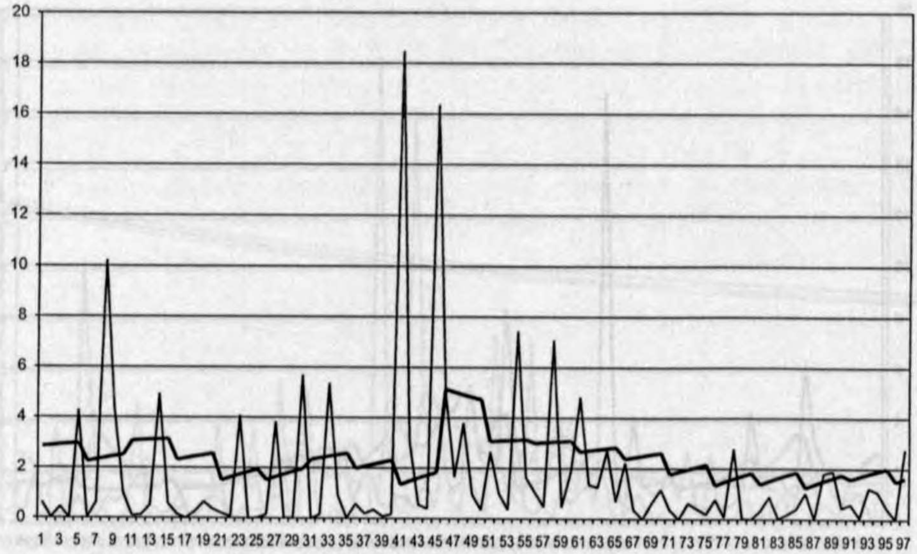
Rys. 3. Dzienne sumy kwadratów zwrotów godzinnych (linia cienka) i jednodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



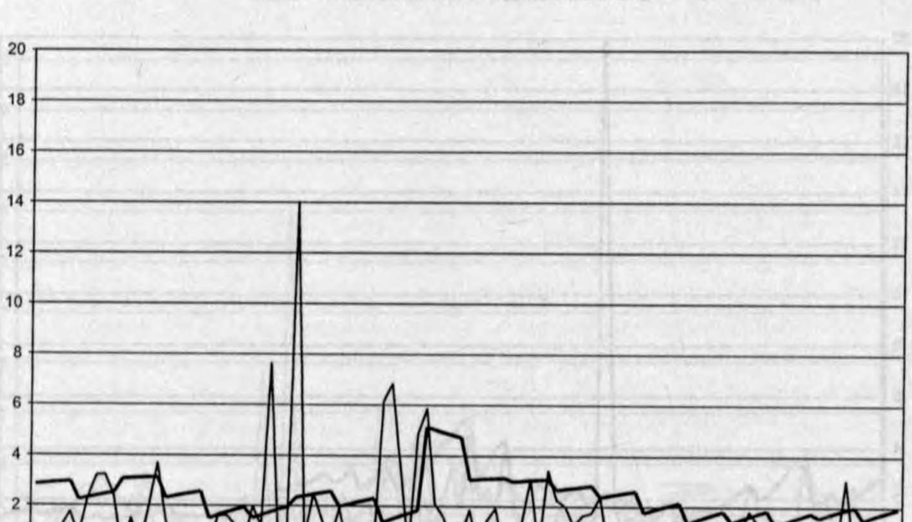
Rys. 4. Dzienne sumy kwadratów zwrotów piętnastominutowych (linia cienka) i jednodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



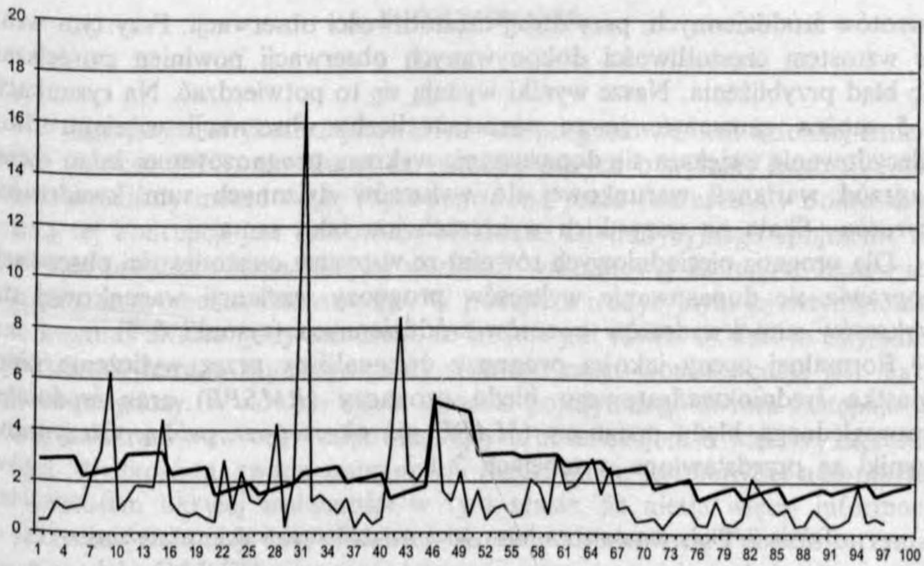
Rys. 5. Dzienne sumy kwadratów zwrotów pięciominutowych (linia cienka) i jednodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



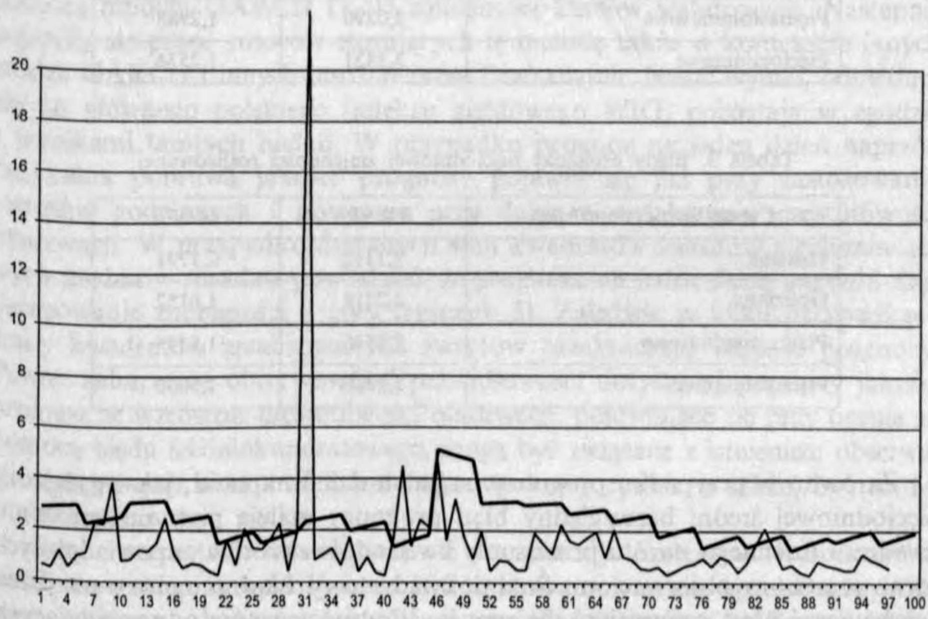
Rys. 6. Kwadraty zwrotów dziennych (linia cienka) i pięciodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



Rys. 7. Dzienne sumy kwadratów zwrotów godzinnych (linia cienka) i pięciodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



Rys. 8. Dzienne sumy kwadratów zwrotów piętnastominutowych (linia cienka) i pięciodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.



Rys. 9. Dzienne sumy kwadratów zwrotów pięciominutowych (linia cienka) i pięciodniowe prognozy σ_t^2 otrzymane za pomocą modelu GARCH (1, 1) dla zmienności dziennej (linia pogrubiona). Prognoza obejmuje okres od 2.11.2001 r. do 22.03.2002 r.

zwrotów śróddziennych, przy dużej częstotliwości obserwacji. Przy tym wraz ze wzrostem częstotliwości dokonywanych obserwacji powinien zmniejszać się błąd przybliżenia. Nasze wyniki wydają się to potwierdzać. Na rysunkach 2–5 można zauważyć, że ze wzrostem liczby obserwacji w ciągu dnia zdecydowanie zwiększa się dopasowanie wykresu prognozowanej jeden dzień naprzód wariancji warunkowej do wykresów dziennych sum kwadratów zwrotów. Skala na wszystkich wykresach jest taka sama.

Dla prognoz pięciodniowych również ze wzrostem częstotliwości obserwacji poprawia się dopasowanie wykresów prognozy wariancji warunkowej do wykresów sum kwadratów zwrotów śróddziennych (rysunki 6–9).

Formalnej oceny jakości prognozy dokonaliśmy przez wyliczenie pierwiastka średniokwadratowego błędu prognozy (*RMSPE*) oraz średniego bezwzględnego błędu prognozy (*MAPE*) na okres poza próbą. Otrzymane wyniki są przedstawione w tabelach 2 i 3.

Tabela 2. Błędy prognozy na jeden dzień naprzód zmienności realizowanej

Częstotliwość obserwacji	*RMSPE*	*MAPE*
Dzienne	3,0571	2,0676
Godzinne	2,0044	1,3743
Piętnastominutowe	2,0290	1,2985
Pięciominutowe	2,3821	1,2534

Tabela 3. Błędy prognozy pięciodniowej zmienności realizowanej

Częstotliwość obserwacji	*RMSPE*	*MAPE*
Dzienne	3,1312	2,1791
Godzinne	2,2215	1,6152
Piętnastominutowe	2,2536	1,5335
Pięciominutowe	2,5318	1,5006

Zarówno w przypadku prognozy na jeden dzień naprzód, jak i prognozy pięciodniowej średni bezwzględny błąd prognozy maleje przy zastępowaniu kwadratu dziennego zwrotu przez sumy kwadratów zwrotów odpowiadających coraz częstszym obserwacjom. Średniokwadratowy błąd prognozy na jeden dzień naprzód jest najmniejszy dla sum kwadratów zwrotów odpowiadających notowaniom piętnastominutowym, a dla prognoz pięciodniowych – godzinnym. Jest to spowodowane większą wrażliwością błędu średniokwadratowego na występujące obserwacje nietypowe.

6. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule zajmowaliśmy się prognozowaniem dziennej zmienności indeksu WIG, określonej za pomocą danych o wyższej częstotliwości. Zastosowaliśmy metodologię zaproponowaną przez Andersena i Bollersleva. Istotą tej koncepcji jest całkowicie odmienne od tradycyjnego spojrzenie na problem prognozowania ukrytej wariancji warunkowej szeregów czasowych zwrotów instrumentu finansowego. W podejściu tradycyjnym jej estymatorem jest kwadrat zwrotu (przy założeniu, że średnia jest równa 0). Jest to estymator zgodny, ale bardzo zanieczyszczony szumem, czego konsekwencją jest niska jakość prognozy. W nowym ujęciu kwadrat pojedynczego zwrotu zastępuje się sumą kwadratów zwrotów odpowiadających obserwacjom o większej częstotliwości. Wielkość ta, zwana zmiennością realizowaną, jest bardziej naturalnym estymatorem ukrytej zmienności w tym sensie, że niesie więcej informacji o faktycznej fluktuacji ceny w danym okresie podstawowym. Ponadto otrzymana z modelu GARCH prognoza wariancji warunkowej jest obciążona mniejszym błędem w stosunku do tak określonej zmienności realizowanej niż do obserwowanych kwadratów zwrotów w okresach podstawowych. Andersen i Bollerslev zastosowali swoją metodę do oceny jakości prognozowania za pomocą modelu GARCH (1, 1) zmienności kursów walutowych. Następnie pojawiły się prace autorów stosujących tę metodę także w kontekście innych modeli GARCH i innych instrumentów finansowych. Nasze wyniki, odnoszące się do głównego polskiego indeksu giełdowego WIG, pozostają w zgodzie z wynikami tamtych badań. W przypadku prognoz na jeden dzień naprzód radykalna poprawa jakości prognozy pojawia się już przy zastosowaniu zwrotów godzinnych i postępuje przy dalszym zwiększaniu częstotliwości obserwacji. W przypadku dziennych sum kwadratów zwrotów pięciominutowych można w zasadzie powiedzieć, że prognoza na jeden dzień naprzód daje oszacowanie zmienności z góry (rysunek 5). Zaledwie w kilku przypadkach sumy kwadratów zrealizowanych zwrotów przekraczają wartość prognozy. Pewne zaburzenia obserwowanej prawidłowości dotyczącej poprawy jakości prognoz ze wzrostem częstotliwości obserwacji, pojawiające się przy ocenie za pomocą błędu średniokwadratowego, mogą być związane z istnieniem obserwacji nietypowych oraz z efektami mikrostruktury rynku, a także, być może, z niską płynnością rynku.

Przy interpretacji odwołującej się do metody Andersena i Bollersleva, nieobserwowalna zmienność może być traktowana w sensie aproksymacyjnym jako zmienna obserwowalna. W szczególności można próbować badać charakterystyki jej rozkładu. Stwarza to całkiem nowe możliwości zastosowań przy wycenie instrumentów finansowych, w teorii portfelowej czy w zarządzaniu ryzykiem.

LITERATURA

Andersen T. G., Bollerslev T. (1998), *Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts*, „International Economic Review", 39.

Bollerslev T., (1986), *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*, „Journal of Econometrics", 31.

Engle R. F., (1982), *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*, „Econometrica" 50.

Karatzas I., Shreve S. E., (2000), *Brownian motion and stochastic calculus*, Springer, New York.

Pagan A. R., Schwert G. W., (1990), *Alternative models for conditional stock volatility*, „Journal of Econometrics" 45.

Małgorzata Doman, Ryszard Doman

FORECASTING THE DAILY VOLATILITY DEFINED WITH HIGH-FREQUENCY DATA FOR THE STOCK INDEX WIG

Summary

It is generally acknowledged that squared daily returns on a financial instrument provide a poor approximation of its daily volatility. It was first pointed out by Andersen and Bollerslev that more accurate estimates are obtained with the realized volatility calculated as the sum of squared intraday returns corresponding to high-frequency data. In this paper we show how the volatility forecasts for the stock index WIG provided by the popular GARCH(1,1) improve when instead of daily squared returns they are evaluated against the realized volatility.