

Zermelo i Skolemici*

Zermelo and the Skolemites

Jerzy Pogonowski[†]

Institute of Linguistics, Adam Mickiewicz University

ul. Międzychodzka 5, 60-371 Poznań, POLAND

pogon@amu.edu.pl

Omawiamy jedną z kontrowersji dotyczących podstaw teorii mnogości, a mianowicie spór toczony między Thoralfem Skolemem a Ernstem Zermelo. Rzec wiąże się także z początkowym niepowodzeniem programu (osadzenia podstaw matematyki na bazie *dobrze ufundowanych* inferencji, reprezentowanych teoriomnogościowo, z dopuszczeniem dowodów infinitystycznych) głoszonego przez Zermela w latach trzydziestych XX wieku, który to program, w odpowiednio zmodyfikowanej postaci, dwie dekady później zaczął być z sukcesem realizowany.

Jak wiadomo, wśród wielu przysług, które wyrządził teorii mnogości Thoralf Skolem (przy jednoczesnym, jawnie artykułowanym, sceptycyzmie wobec teorii mnogości jako możliwej podstawie matematyki), była też propozycja takiego formułowania aksjomatu wyróżniania, aby własności zbiorów wyrażane były w języku pierwszego rzędu. Ernst Zermelo nie chciał na tę propozycję przystać — jego rozumienie pojęcia *Definitheit* wykraczało poza logikę pierwszego rzędu. W związku ze swoimi poglądami na filozofię matematyki, Zermelo nie mógł się również zgodzić na to, co sam nazywał *przesądami finitystycznymi* oraz *Skolemizmem*, a co polegało, m.in. na uznawaniu dowodów jedynie finitystycznych oraz teoriomodelowym ujmowaniu teorii mnogości tak samo, jak innych teorii matematycznych (w szczególności, uznaniu, iż świat teoriomnogościowy zredukować można do modelu przeliczalnego). Z ostatnich publikacji Zermela, z jego korespondencji oraz notatek zachowanych w *Nachlaß* widoczne są różnice między nim a innymi ówczesnymi luminarzami logiki w rozumieniu takich pojęć, jak np.: *dowód*, *rozstrzygalność*, *definiowalność*. Ostatnia opublikowana wizja Zermela świata teorii mnogości to jego słynne *Über Grenzzahlen und Mengenbereiche* z 1930 roku.¹ Odniesienie przedmiotowe teorii mnogości jest w tym ujęciu (pozaskończoną) *hierarchią* dziedzin braną w całości, a nie jakimś wybranym modelem aksjomatyki. Założenia metodologiczne tej pracy są też istotnie wykorzystywane w ostatniej w ogóle publikacji Zermela (*Grundlagen einer allgemeinen Theorie der mathematischen Satzsysteme*, 1935), w której Autor szkicuje propozycje logiki infinitarnej,

*Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN 2H01A 00725 *Metody nieskończonościowe w teorii definicji*, kierowanego przez Profesora Janusza Czelakowskiego w Instytucie Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Opolskiego.

[†]Instytut Językoznawstwa UAM nie sponsorował mojego udziału w tej konferencji. Zatem reprezentowanie podczas KHL L przez obywatela piszącego te słowa Instytutu, który go zatrudnia przeniosło się w sferę niemożliwości. *Sir, we are impossible*, jak pisze Ambrose Bierce w *The Devil's Dictionary*. Ufam, że będę mógł wygłosić odczyt jako osoba prywatna. Dziękuję *Alexander von Humboldt Stiftung* oraz *Fachbereich Philosophie der Universität Konstanz* za stworzenie mi idealnych warunków do pracy badawczej wiosną 2003 roku w Konstanz — niniejszy abstrakt jest jednym z efektów tej pracy.

¹Ebbinghaus analizuje notatki Zermeli pozostawione w *Nachlaß*, które mogą stanowić kontynuację tej pracy w — o ile wiemy, dotąd niepublikowanym — artykule: *Zermelo: On boundary numbers and domains of sets, Part II?*, Preliminary version 31 October 2003.

mającej adekwatnie odzwierciedlać inferencje matematyków.

Jednak to właśnie stanowisko propagowane przez Skolema oraz Gödla zdominowało badania logiczne; Zermelo nie doczekał rozwinięcia swoich pomysłów. Sądzymy, że adekwatną matematyczną reprezentację uzyskał program Zermela w teorii zbiorów dopuszczalnych rozwijanej z inspiracji i pod przemożnym, wspartym znakomitymi wynikami, wpływem Barwise'a.

* * *

W odczycie przedstawiamy też propozycję polskiego przekładu tekstu Ernsta Zermela *Der Relativismus in der Mengenlehre und der sogenannte Skolem'sche Satz* znajdującego się w archiwum spuścizny Zermela w bibliotece Universität Freiburg który (wraz z tłumaczeniem angielskim) został opublikowany w: Dirk van Dalen, Heinz-Dieter Ebbinghaus ZERMELO AND THE SKOLEM PARADOX, *The Bulletin of Symbolic Logic*, Volume 6, Number 2, 2000, 145–161. Dzielimy się także komentarzami cytowanych autorów dotyczącymi tekstu Zermela.