Społeczeństwo i Edukacja
Society and Education

Wydawca / Publisher:
Instytut Studiów
Międzynarodowych
i Edukacji HUMANUM
www.humanum.org.pl

14 (2) 2014
ISSN: 1898-0171

Ramiro Délio Borges de Meneses
Faculdade de Teologia
Centro Regional do Porto, Portugal
E-mail: ramiro.meneses@ipsn.cespu.pt

A Matemática como linguagem analítica em R. Carnap

Abstract

Logical empirism, which the metaphysical and seeks to discover the truth about the world exclusively through the natural sciences, owes its name two of its basic tenets, namely: the view that the solution of a philosophical problem requires a logical analysis of the languages in which the problem is stated, and that therefore logic plays a central role in philosophy, and the empiricist principle that any significant theory which is not of a purely logical or mathematical character must be testable by reference to empirical evidence. Carnap's work provides, among other thing, a precise elaboration of, and a broad theoretical basis for these tenets and it develops the technical tools for the pursuit of philosophy as logical analysis. R. Carnap shall see that he furnished instruments for deduction, that is, for the transformation of formulations of factual and contingent knowledge. However, logic and mathematics not only supply rules for transformation of factual sentences but they themselves contain sentences of a different non-factual kind. On this article I explain the linguistic sense to Mathematics, and the philosophical foundations. However the logic language plays a very important role to the logical foundations of mathematics and Mathematics is to analytic language according to R. Carnap.

Key words: Carnap, analytic language, logic language

INTRODUÇÃO

R. Carnap, filósofo e lógico alemão, nascido na Alemanha (1891) e falecido na Califórnia, em 1970, estudou Matemática, Filosofia e Física em Jena e Friburgo. Foi influenciado, no seu pensamento, por Frege e Russell, e, também, por Wittgenstein e foi um dos mentores do Circulo de Viena, tendo adoptado a tese logística, segundo a qual o conhecimento, na matemática, é analítico, no sentido de que tem essencialmente a mesma natureza que o conhecimento lógico.

Ainda em Viena, defendera que uma proposição não analítica só tem sentido se verificável, sendo o seu sentido o processo de verificação. Uns anos mais tarde suavizou a exigência, substituindo a "verificabilidade" pela "conformabilidade". De Frege, R. Carnap aprendeu que todos os conceitos matemáticos podem definir-se, baseando-os nos conceitos lógicos, e que os teoremas podem deduzir-se dos princípios lógicos. Assim, as verdades matemáticas são analíticas no sentido geral da verdade ser baseada exclusivamente na lógica.

O matemático H. Halm, um dos membros do Circulo de Viena, aceitou a mesma concepção sob a influência dos *Principia Mathematica* de Whitehead e Russell. M. Schlick, na obra *Allgemeine Erkenntnislehre* (1918), clarificou a opinião de que a dedução lógica não pode conduzir a qualquer conhecimento, somente a uma explicação ou conhecimento contido nas premissas.[1]

R. Carnap salienta a construção da Matemática sobre as bases da Lógica. Não encontramos qualquer dificuldade relativamente às definições dos conceitos matemáticos sob a base dos conceitos lógicos, parecendo problemático o carácter puramente lógico de alguns dos axiomas usados nos – *Principia Mathematica* –, isto é, o axioma da redutibilidade, o da infinitude e o da eleição. R. Carnap inclinava-se para as interpretações analíticas. Mesmo quando esteve em Viena, logrou meditar sobre estas questões com clareza. Chegou à convicção de que o axioma da eleição é analítico, se aceitarmos o conceito de classe, utilizado na Matemática clássica, em contraposição ao conceito construtivista, que era mais restrito.

No século XX, desenvolveram-se três orientações fundamentais no domínio dos fundamentos das matemáticas: a doutrina do logicismo (Frege e Russell), o formalismo (Hilbert e Ackermann) e o intuicionismo (Brouwer e Weyl).

No Circulo de Viena, a maioria dos pensadores aceitava a concepção logicista, no sentido de determinar a validade e a amplitude das orientações formais. Por parte de R. Carnap, havia uma simpatia, pelo método formalista de Hilbert, porque coincidia com o ênfase no método hipotético-dedutivo e muito se aprendeu acerca da constituição e análise dos sistemas formais.

Já Frege tinha ressaltado que os problemas dos fundamentos da Matemática só podem resolver-se se nos detemos, não só na Matemática pura, como também no uso dos conceitos em enunciados fácticos. O mesmo Frege tinha chegado a uma explicação sobre números cardinais, perguntando-se: que significa cinco em contextos como: tenho cinco dedos na minha mão direita?

Schlick e Carnap chegaram à filosofia, a partir da Física, admirando os matemáticos a partir do ponto de vista da sua aplicação na ciência empírica. Ocorre a ideia de que, a partir desta aplicação, pareceria haver uma possibilidade de reconciliar o conflito entre logicismo e formalismo. Suponhamos que as matemáticas foram construídas, num primeiro momento, como sistema puramente formal, à maneira de Hilbert e que, na continuação, se acrescentam regras para a aplicação de símbolos e enunciados matemáticos em Física, assim como para utilizar teoremas para deduções na linguagem da Física. Estas regras devem dar implicitamente uma interpretação das matemáticas.

Por volta de 1930, Carnap fez algumas observações sobre a maneira de chegar a um acordo entre logicismo e formalismo.

R. Carnap sentia forte inclinação pela concepção "construtivista", na qual se indica uma linguagem, denunciada "linguagem I", que cumpria os requisitos essenciais

1 Cf. R. CARNAP – Autobiografia intelectual, tradução do inglês, Barcelona, Ediciones Paidós, 1992, 90-91.

do construtivismo e que tem algumas vantagens em comparação com a linguagem de Brouwer.[2]

Segundo o princípio da tolerância lógica de R. Carnap, será importante distinguir entre definições e provas construtivas e não-construtivas, parecendo recomendável não vetar determinadas formas de proceder e de investigar formas de utilidade prática. Certo é que determinados procedimentos, como aqueles que são admitidos pelo construtivismo e pelo intuicionismo, são mais seguros que outros e será recomendável aplicá-los na medida do possível. A aceitação do termo – matemáticas – compreende a teoria dos números de diferentes tipos e suas funções, tal como a "álgebra abstracta", a teoria dos grupos e anéis, etc.

Relativamente à Geometria, o Circulo de Viena estabeleceu a distinção entre Geometria matemática e Geometria física. A primeira deve considerar-se como parte das matemáticas ou da lógica das relações, a segunda será parte da Física.

Se se trata de uma estrutura euclidiana e de diversas estruturas não-euclidianas, então será a do espaço da natureza, tal como o descreve a Física, que se converteu num problema empírico, uma vez fixadas as necessárias definições ou regras para a determinação da congruência.[3]

Desenvolvendo a ideia de uma sintaxe lógica da linguagem, como uma teoria puramente analítica da estrutura de suas expressões, surgirá a Matemática como forma linguística, em R. Carnap, tal como desenvolveremos e criticaremos ao longo deste estudo de filosofia da matemática.

UMA FORMA ANALÍTICA DE LINGUAGEM

É oportuno facilitar a compreensão e a verificação, formando a exposição de um sistema de constituição, paralelamente em muitos modos de expressão ou linguagens. Segundo R. Carnap, usamos quatro linguagens na exposição do projecto do nosso sistema de constituição, as quais se diferenciam entre as suas partes formalmente.

Com esta diversidade de sentido, entende-se a diversidade de representações que podem ser unidas às fórmulas de constituição de um objecto, que é formada e, relativamente ao sentido, neutral. Trata-se, pois, de uma diversidade de sentidos com o mesmo valor lógico.A linguagem fundamental do sistema de constituição é a linguagem simbólica. Esta apresenta-se como a autêntica e exacta expressão da constituição do mundo. As outras linguagens servem como linguagens auxiliares.

Segundo o projecto de R. Carnap, apresentaremos, nesta linguagem, a constituição dos graus inferiores. Será o motivo porque não está nos "factos", que os objectos de espécies superiores apresentam dificuldades para a sua expressibilidade nesta linguagem. Mas o problema da constituição dos objectos superiores não foi ainda resolvido de forma rigorosa.

2 Cf. Ibidem, 94.
3 Cf. M. SCHLICK – Space and Time in Contemporary Physics, Oxford, At the University Press, 1920, 16-34.

As outras três linguagens revelam-se como traduções da linguagem logística (lógica simbólica). Depois de uma definição constitucional, fornece-se uma tradução simples da palavra. Segue-se a tradução na linguagem realística, a qual se usa comummente na ciência da realidade. Isto serve, sobremaneira, para mais fácil reconhecimento da correcção do conteúdo, mediante a definição constitucional, aparecendo efectivamente o objecto conhecido. Finalmente surge a linguagem de uma constituição fictícia, que concebe a constituição como modelo para uma operação constitutiva.Isto serve para intuitivo reconhecimento da correcção formal da constituição ao determinar se qualquer definição constitucional é construtiva.

A autêntica linguagem do sistema de constituição será a linguagem simbólica da logística ou lógica formal moderna (lógica matemática). Vem dada, sob "forma simbólica", a constituição dos objectos singulares, em graus inferiores e algumas asserções (teoremas) como exemplos. Aqui temos dois motivos em favor desta linguagem simbólica.[4]

Uma formação constitutiva deve ser absolutamente diferenciada do correspondente objecto conhecido da vida quotidiana ou da ciência. O uso do simbolismo é ainda muito importante para satisfazer algumas exigências e deve-se demonstrar que todos os objectos são reduzíveis a alguns objectos fundamentais e as proposições em torno dos objectos são transformados em proposições que contenham contra-sinais dos objectos fundamentais e dos sinais lógicos. O valor da representação axiomática de uma teoria depende da pureza da derivação dos teoremas.

Como o uso da linguagem verbal provem de um simbolismo particular, esta pureza será garantida só se fosse, entretanto, um sistema de conceitos da lógica simbólica numa linguagem verbal, em particular dos conceitos da teoria da relação que, em relação ao sistema da constituição do mundo, é o ramo mais importante da lógica formal.

Assim estão as mesmas vantagens em Matemática pelo uso do simbolismo, relativamente a um procedimento, no qual todas as equações e operações seriam expressas em linguagem verbal.

O conhecimento da lógica simbólica não é condição pressuposta para a compreensão da teoria da constituição e não é significativa para a compreensão do projecto num sistema de constituição, dado que todas as fórmulas logísticas serão postas numa transcrição de palavras. Segundo R. Carnap, para quaisquer fórmulas simbólicas da constituição, apresentaremos uma transcrição na palavra. Esta transcrição não deve ver considerada como redacção rigorosa da constituição. Esta tem o fim de indicar o sentido da fórmula de modo mais compreensível. A transcrição da linguagem deverá, utilizando os precedentes modos de indicação, ser indicada pelos k-sinais. A linguagem realística corresponde às expressões indicadas mediante os p-sinais. Em qualquer constituição indicaremos, na linguagem realística, o estado do facto fundamental.[5]

4 Cf. A. G. MANNO – Filosofia della Matemática, Milano, Marzorati Editore, 1972, 166-167.
5 Cf. R. CARNAP – La costruzione lógica del Mundo, tradução do alemão, Milano, Fratelli Fabbri Editori, 1966, 228-229.

A introdução de novo sinal, mediante uma definição constitucional, não tem o valor económico consistente pelo facto que a formação constitutiva poderá ser indicada na outra constituição do mundo. A definição contem, entretanto, uma afirmação e a categoria de certo objecto conhecido pode ser derivado, segundo o conceito racional. Todavia, não é fácil reconhecer que uma formação não constituída corresponde efectivamente a certo objecto conhecido. O reconhecimento desta concordância está facilitado pela tradução da constituição de um objecto na linguagem realística.

As singulares constituições são traduzidas numa quarta linguagem, numa linguagem de características fictícias. A definição constitucional não vem concebida como denominação ou como caracterização de objectos conhecidos, mas como modelo de operação para um procedimento construtivo. Poderemos dizer que as constituições são, de certo modo, processos manipuláveis e a tradução destas responde, no melhor modo, aos requerimentos do expediente clarificador. Esta clarificação não só facilita a compreensão, como também tem "valor eurístico" no processo constitutivo.[6]

Tal como na ciência, a elaboração, a formação do objecto e o reconhecimento aparecem de modo intuitivo e não na forma de inferência lógica. A admissão de novas entidades pressupõe novas formas linguísticas. Daqui se inferem duas ordens de problemas:

- a questão da existência de entidades ditas com forma linguística relativa;
- as questões concernentes à existência da realidade do sistema das novas entidades como um todo a que chamamos "questões externas".

As "questões internas" e a eventual resposta serão formuladas com ajuda de novas formas de expressão. A resposta deve ser dada, ora com base em métodos puramente lógicos, ora com base em métodos empíricos, no seguimento da natureza das entidades que se pesquisam, se se trata de formas lógicas ou de factuais.

A "questão externa" é de carácter problemático e requer exame aprofundado. Se alguém deseja falar na sua linguagem, acerca de um novo tipo de entidade, então deve introduzir um sistema de novas maneiras de falar. Denominamos procedimento de construção ao "sistema de referência linguístico", para novas entidades em questão.

Agora, segundo R. Carnap, devemos distinguir dois tipos de questões de existência. Em primeiro lugar, as questões da existência de certas entidades, de novo tipo no interior do sistema representado pelo linguístico, serão as "questões internas". Em segundo lugar, as questões concernentes à existência ou à realidade do sistema de entidades, como um todo, são designadas "questões externas".[7]

Segundo R. Carnap, formulam-se as questões internas e suas possíveis respostas com a ajuda das novas formas de expressão.

6 Cf. Ibidem, 230.
7 Cf. Ibidem, 231.

Podem-se encontrar as respostas, ou através de métodos puramente lógicos ou através de métodos empíricos, dependendo do sistema de referência ser lógico ou factual. Na verdade, uma questão externa possui carácter problemático e tem necessidade de um exame mais íntimo.

A linguagem das coisas (*thing language*), falando genericamente, será aquela que guarda os objectos espacio-temporais, experimentados sensivelmente. Esta linguagem, ao prescindir dos problemas epistemológicos (psicológicos, gnoseológicos, etc.), tem os seus critérios para decidir se uma realidade existe ou não. Poderemos dizer, deixando sem prejuízo a questão teórica ou metafísica acerca da realidade do mundo externo, onde o facto se enquadra num sistema de outros factos reconhecidos e ocupa posição particular nas relações espacio-temporais de um campo que o circunscreve e, do ponto de vista empírico, é objectivo. São estas questões internas que guardam os factos empíricos.[8]

As questões internas, de ordem factual, necessitam ser distinguidas das questões externas. A linguagem das coisas, sustenta R. Carnap, não indica a fé na existência objectiva do mundo externo, mas somente a aceitação de algumas regras para a formulação das afirmações que a guardam ou a refutem.[9]

A aceitação de uma linguagem das coisas conduz, com base nas observações efectuadas, à aceitação, crença e asserção de certos enunciados.

Todavia, a tese da realidade do "mundo das coisas" não pode estar entre esses enunciados, porque não se pode formular na linguagem das coisas ou em qualquer linguagem teórica.[10] A decisão de aceitar a linguagem das coisas, segundo R. Carnap, embora não seja *per se* uma decisão de natureza cognitiva, será, no entanto, comummente influenciada pelo conhecimento formal, assim como é qualquer outra decisão deliberada concernente à aceitação das regras linguísticas. Os propósitos, para os quais se pretende usar a linguagem, por exemplo, ao comunicar o conhecimento factual, determinarão quais são os factores relevantes para a decisão. A eficiência, a produtividade e a simplicidade, no uso da linguagem das coisas, podem encontrar-se entre os "factores decisivos". As questões concernentes a essas qualidades são questões de natureza teórica. Com efeito, não se podem identificar estas questões com as do realismo.

Não se trata de questões simplistas, mas de questões de grau. A "linguagem das coisas" opera *de facto* com alto grau de eficiência para muitos fins na vida quotidiana. Esta é uma questão, de facto, baseada no conteúdo das nossas experiências.[11]

Carnap não apresenta as razões desta "qualidade". Estas não se encontram em regras fantásticas ou arbitrárias. A linguagem das coisas reenvia a realidade objectiva, existindo independentemente da sensação. Parece que Carnap revela um raciocínio ambíguo e apresenta uma posição pré-crítica e antirealista.

8 Cf. Ibidem, 233-234.
9 Cf. R. CARNAP – Meaning and Necessity, a Study in Semantics and Modal Logic, Chicago, The University Press, 1958, 205-207.
10 Cf. Ibidem, 229-231.
11 Cf. Ibidem, 217-218.

A SINTAXE LÓGICA DA LINGUAGEM

Na perspectiva de R. Carnap, por "sintaxe lógica" de uma linguagem definida deve entender-se a teoria formal dessa linguagem. Chama-se de "formal" às considerações ou asserções que implicam referência à expressão linguística sem qualquer referência ao sentido ou à significação que ela poderá possuir. Uma investigação formal de uma oração determinada não se refere ao seu sentido ou ao significado de cada palavra, mas antes ao género das palavras e à ordem mediante a qual se sucedem umas às outras.[12]

Para R. Carnap, pelo menos em relação à Matemática, já existe uma teoria formal da linguagem, conhecida através dos trabalhos de D. Hilbert (Circulo de Berlin). O *mathematicorum princeps* propõe uma teoria a que deu o nome de "meta-matemática" ou teoria da prova, ao aplicar o método formal e dedutivo.

Segundo a teoria de Hilbert, a Matemática é definida como sistema de símbolos determinados, aqueles mesmos que serão tratados de acordo com regras definidas, sem que se mencione o significado dos mesmos em qualquer lado.[13]

As matemáticas não correspondem senão a um sector específico dentro da totalidade da linguagem, que inclui muitos outros ramos. O mesmo método formal proposto por D. Hilbert ao sistema da Matemática, será aplicado por R. Carnap ao domínio da sintaxe lógica, bem como à totalidade da ciência e a qualquer outro sistema de linguagem. Aqui temos uma generalização a toda a linguagem quer factual, quer não-factual. A posição do Circulo de Viena (Carnap) apresenta-se mais extensiva do que a referida pelo Circulo de Berlin (Hilbert).

REGRAS DE FORMAÇÃO

Sempre que se diz que os objectos da sintaxe lógica são as linguagens, a palavra linguagem deverá entender-se como "sistemas de regras" do falar, diferentemente das suas acções. Um sistema de linguagem consiste em dois géneros de regras a que chamamos regras de formação e regras de transformação. As regras de formação de um sistema O de linguagem determinam como podem ser construídas as proposições do sistema O a partir de diferentes espécies de símbolos.[14] Uma das regras de formação da língua portuguesa estabeleceu que uma série de quatro palavras (um artigo, um substantivo, um verbo na sua flexão, e um quarto elemento), formam uma "oração". Esta regra de formação é similar às regras gramaticais, especialmente quanto ás da sintaxe. As regras usadas pela sintaxe gramatical não são sempre *in stricto sensu*. Diferentemente da sintaxe gramatical, na sintaxe lógica todas as referências ao significado das palavras é excluído.

A totalidade das regras de formação de um sistema – O – de linguagem é equivalente à definição da expressão "oração de O". Uma série de palavras constituem

12 Cf. R. CARNAP – Filosofia y Sintaxis Lógica, tradução do inglês, México, Centro de Estudos Filosóficos, 1963, 25.
13 Cf. D. HILBERT; P. BERNAYS - Die Grundlagen der Mathematik, Band I, Berlin, Springer-Verlag, 1934, 10-49.
14 Cf. L. A. CERQUEIRA; A. OLIVA – Introdução à Lógica, Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1980, 25-26.

uma oração no sistema O se e só se têm esta ou aquela forma. Os lógicos fizeram sistemas de linguagens, que resultam como simples e, também, mais exactos do que as linguagens naturais. Em vez de palavras, usamos símbolos semelhantes aos dos matemáticos. Poderemos usar a "simbologia" de Hilbert e Ackermann, que se poderá resumir a duas regras fundamentais de formação dessa linguagem formal:

- Uma expressão consiste num predicado $(\neq F; F)$, sendo uma ou mais variáveis individuais como proposição;
- Uma expressão, que consista em duas proposições e um sinal conectivo $(V; \to; \cdot; \leftrightarrow)$ entre elas, também é uma proposição.

Daqui, pela dedução, poderão surgir proposições como:

$$p \vee -p; \quad (p \to q)\cdot(q \to r) \to (p \to r)$$ [15]

2.2 – REGRAS DE TRANSFORMAÇÃO

Mais importante do que as regras de formação são as regras de transformação. Elas determinam como, dadas as proposições, podem ser transformadas noutras ou, por outras palavras, de umas poderemos inferir outras.

Assim, poderemos enunciar numa forma silogística:

todos os a são b;
todos os b são c;
todos os a são c.

Na busca de elaborar proposições, poderemos substituir as letras a, b e c por três nomes. Assim, para ilustrar, teremos:

todas as **águias** são pássaros;
todos os **pássaros** são **animais**;
logo, todas as **águias** são **animais**.

Na linguagem simbólica, de Hilbert e Ackermann, teremos a regra seguinte: $p \to q$, onde o functor $\to$ será o sinal da implicação.

A totalidade das regras de transformação de um sistema O de linguagem pode ser formulada como definição da expressão directa em O.

Será de notar que um axioma ou proposição primitiva de uma linguagem pode estabelecer-se também na forma de regra de inferência e na parte da definição de "consequência directa". A diferença determina somente que, neste caso, a classe das premissas é uma classe nula. Em vez da regra $p \to p \vee q$, terá de ser uma proposição primitiva da linguagem O, daqui que $p \to p \vee q$, sendo consequência directa de premissas de classe nula. Se se liga uma classe P de premissas com determinada proposição C, mediante uma cadeia de proposições, de tal maneira que cada proposição da cadeia será consequência directa de algumas precedentes

15 Cf. L. HEGENBERG – Lógica Simbólica, tradução do inglês, S. Paulo, Herder, 1966, 10-46.

no encadeamento. Chamaremos à proposição C uma consequência da classe P de premissas. O termo "consequência" será um dos termos mais importantes da "sintaxe lógica".

Para R. Carnap, um sistema de linguagem será um conjunto de regras de formação e de transformação. Logo, a sintaxe lógica de um sistema – O – de linguagem consta de duas partes: a investigação e a análise das regras de formação e das regras de transformação de O. A primeira parte é semelhante à gramática, enquanto que a segunda pertence à lógica, de modo especial à inferência.[16]

O desenvolvimento da lógica moderna mostrou, com grande clarividência, como as regras da inferência podem expressar-se de maneira formal, isto sem qualquer referência ao "significado", ficando o símbolo enquanto tal. Igualmente, surge uma axiomatização da linguagem simbólica. Aqui temos um dos objectivos da Lógica Matemática, que trata de enunciados formais e dos métodos por meio dos quais se podem concluir enunciados a partir de outros enunciados.[17] A nossa tarefa será obter a consequência deste desenvolvimento e determinar a totalidade do sistema da lógica de uma maneira formal.

Segundo R. Carnap, entre a lógica e a gramática, por outras palavras, entre as regras da transformação e as da formação não existe diferença fundamental. A transformação e a inferência dependem do carácter formal das proposições ou dependem da sua forma sintáctica. Esta é a razão pela qual aplicamos o nome de "sintaxe", não como se usa na linguística.

TERMOS SINTÁCTICOS

Os termos de proposição e consequência directa são termos primitivos da "sintaxe lógica". Cada um dos outros termos da sintaxe pode ser definido no fundamento destes dois termos. Um sistema de linguagem ou conjunto de regras de transformação terão, entre as proposições desta linguagem, sentenças verdadeiras e falsas. Parece-nos impossibilitado para definir, mediante a sintaxe, os termos verdadeiros e falsos, porque uma sentença será verdadeira ou falsa, dependendo geralmente não só da forma sintáctica, como também da experiência, como elemento extra-linguístico. Uma sentença apresenta-se verdadeira ou falsa em razão das regras da linguagem, denominando-se, assim, de válidas ou contraválidas.

Chama-se "contraválida" a uma proposição A', de determinado sistema de linguagem, se qualquer proposição do sistema é consequência de A. Qualquer proposição da linguagem dos *Principia Mathematica*, $(p \cdot -p)$, prova ser reprovada neste sistema e como contraválida.[17] Pelo pensamento de R. Carnap, chamaremos "determinada" a uma sentença se esta é ora válida ora contraválida. Chamaremos a uma sentença indeterminada, se esta não é nem válida, nem contraválida. Assim, as sentenças determinadas são aquelas cujo valor de verdade está definido pelas regras da linguagem. No sistema lógico de Russell, podem-se construir sentenças indeterminadas mediante a introdução de constantes "não-lógicas". Supomos, por

16 Cf. R. CARNAP – Filosofia y Sintaxis Lógica, 29.
17 Cf. Idem – The Logical Syntax of Language, London, Routledge and Kegan Paul Ltd., 1971, 19-45.

exemplo, que a e b sejam nomes de pessoas e H designa a relação filial. Então $a\ H\ b$ será uma proposição indeterminada, porque a sua verdade obviamente não pode ser determinada pelas regras do sistema de Russell.

Nas linguagens simbólicas da lógica moderna, às regras de transformação pertencem, também, as sentenças primitivas. Foram eleitas usualmente de tal maneira que parecem ser adequadas por razões lógicas. Seria igualmente possível estabelecer um sistema de linguagem no qual, além de tais regras lógicas, se determinam outras extralógicas. Na sua forma actual, contém somente proposições primitivas e regras de inferência que possuem carácter lógico. Chamar-se-ão regras L às regras de transformação com este carácter lógico ou matemático. As leis da física, com carácter de proposições primitivas, surgem, segundo R. Carnap, como regras de transformação (princípios da mecânica de Newton, equações electromagnéticas de Maxwell, os princípios da termodinâmica, etc.). Com efeito há um nome compreensível para estas regras extralógicas de transformação, as chamadas regras físicas ou "regras F". Desta forma, uma regra de transformação da linguagem é uma regra L ou regra F. A distinção entre estes dois géneros de regras é muito importante.[18]

Chama-se C uma consequência de classe P de sentenças – as premissas – e se existe uma cadeia de proposições construídas de acordo com regras de transformação, que ligue a classe P com a proposição C. Suponhamos agora que num determinado caso somente são aplicadas as regras L. Logo, denominaremos C consequência L de P. Se, por outra parte, C pode ser deduzida de P, então somente mediante a aplicação das regras P. Por outras palavras, se C é uma consequência, mas não uma consequência L de P, chamaremos a C consequência P de P. Para a dedução de C, necessitamos exclusivamente de regras L, isto é, de regras da lógica e da aritmética. Enquanto, para a dedução C_2, necessitamos da regra F, sendo denominadas leis da mecânica. Assim, C_2 será uma consequência L, enquanto que C_2 será uma consequência F da classe P de premissas. Assim em correspondência ao "termo – consequência", temos delimitado um termo L e um termo F e poderíamos delimitar também, de modo análogo, para os outros termos já previamente definidos (os termos L e os F).

Deste modo, uma oração é verdadeira exclusivamente por razões L e chamá-la-emos válida ou *analítica*. A definição exacta deste termo é perfeitamente "análoga" à definição de "válida de". Denomina-se de "analítica" a uma proposição, se esta é consequência L de premissas da classe nula. Similarmente, chamamos de contra-válida L ou "contraditória" àquela oração que é falsa em razão das regras L.

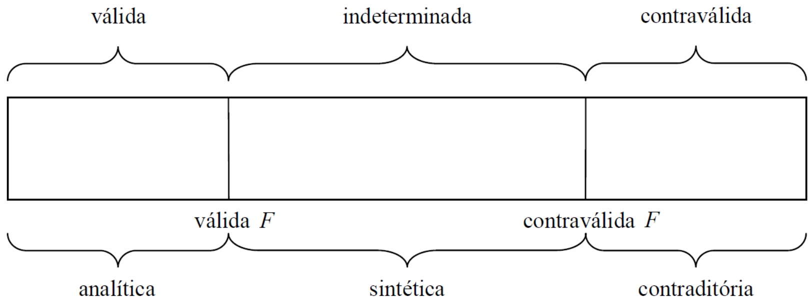
Em R. Carnap, chama-se contraditória de uma proposição a qualquer oração da linguagem se surge como consequência L da oração. Denomina-se – determinada – a uma oração, se esta é analítica ou contraditória. Se as regras L não são suficientes para a determinação da verdade ou de falsidade de uma dada oração, por outras palavras, se a proposição não é determinada, será indeterminada ou

18 Cf. R. CARNAP – Filosofia y Sintaxis Lógica, 32.

"sintética". As orações sintéticas são aquelas que declaram uma situação factual.[19]

Os termos analíticos e sintéticos já foram usados na filosofia tradicional, particularmente no idealismo transcendental (Kant), como formas *a priori* da *Verstand* e expressões do valor cognoscitivo da Matemática (geometria) e da Física (mecânica de Newton). Mas, em R. Carnap, não tinham sido definidos com exactidão e careciam de fundamentação seja pela filosofia da linguagem, seja pela lógica simbólica.

Num sistema de linguagem que contenha, exclusivamente, regras L, por exemplo, nos sistemas dos – *Principia Mathematica* –, cada um dos termos definidos concorda perfeitamente com os termos correspondentes. Cada proposição válida $(p \vee -p)$ será analítica, a qual na axiomática das proposições surge como teorema. Mas, cada proposição contraválida $(p \cdot -p)$ é contraditória. Com efeito, as proposições indeterminadas, e somente estas, são "sintéticas". Na verdade, se uma sentença é válida, mas não analítica, então chamam-se válidas em F. Se uma proposição é contraválida, então será não contraditória e denominada como contraválida.Os termos, que foram definidos, emprestam uma classificação das proposições que poderão ser representadas mediante o seguinte esquema:



Neste esquema compreendeu-se a totalidade das proposições da linguagem. De acordo com as regras de transformação, algumas das proposições são ora válidas, ora contraválidas. As restantes são indeterminadas. Entre as proposições válidas, algumas são analíticas, isto é, aquelas que são válidas exclusivamente com base nas regras L, sendo as outras válidas em F. Do mesmo modo, algumas das orações contraválidas são contraditórias, as demais são contraválidas em F. Toda aquela proposição que não é analítica, nem contraditória, será "sintética". Os três termos, denominados analíticos, sintéticos e contraditórios, são usados na análise lógica de qualquer teoria científica.[20]

O método, que estamos usando aqui e a que denominamos "sintaxe lógica", caracteriza-se por se limitar a si mesmo, em termos definidos, de maneira estritamente formal. O conteúdo de uma proposição representa o seu sentido, no grau em que a palavra "sentido" será utilizada para designar algo com carácter puramente lógico. Em algumas ocasiões, por "sentido" significa-se o género de pensamentos e imagens que estão em conexão com a sentença dada. Neste caso, o problema

19 Cf. F. S. BARKER – Filosofia da Matemática, tradução do inglês, Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1969, 46-100.
20 Cf. R. CARNAP – Filosofia y Sintaxis Lógica, 34-35.

seria psicológico e deveria ser examinado mediante métodos experimentais. Estes problemas não cabem dentro da "análise lógica". Todo e qualquer problema de sentido, que tenha presente um carácter lógico, poderá ser tratado mediante o método formal da sintaxe.

De modo semelhante, duas expressões, que *per se* mesmas não são sentenças, mas que aparecem na proposição, podem ter o mesmo sentido e o mesmo significado apesar de ter uma diferente formulação verbal. Esta relação, que designamos mediante o termo "sinónimo", pode ser definida de uma maneira formal. Assim, chamam-se mutuamente "sinónimas" às duas expressões, se o conteúdo de qualquer sentença, que inclua uma delas, não se modifica se substituirmos essa expressão por outra. As expressões aritméticas:

$$5 + 2 = 7 \text{ ou } 4 + 3 = 7$$

são "sinónimas", porque o conteúdo de uma sentença não resulta mudado, se à dita proposição substituirmos: $5 + 2 = 7$ por $4 + 3 = 7$ ou *vice versa*.[21]

As anteriores proposições constituem exemplos, de termos baseados, na "consequência" ($\rightarrow$), que é o termo mais importante da "sintaxe". A tarefa da sintaxe será estabelecer definições como as dos exemplos apresentados e analisar orações dadas, provas, teorias e elementos similares, mediante a ajuda dos termos sintácticos. Os resultados de tal análise encontram-se formulados como "sentenças sintácticas". Se estabelecermos sentenças, de forma simples, que contenham termos sintácticos, bem definidos, é fácil constatar que são sentenças sintácticas. Mas, existem outras proposições que parecem ser de uma espécie completamente diferente e que são na realidade sintácticas. Este aspecto é fundamental, sobretudo, se estamos tratando de discursos filosóficas. Estas sentenças parecem referir-se não só à forma das experiências linguísticas como também, e principalmente, a outros objectos distintos como a estrutura do espaço e do tempo, a relação entre causa e efeito, a relação entre coisas e suas qualidades, etc. Para Carnap, em contraste com as proposições sintácticas, existem aquelas que não se referem a expressões linguísticas, mas antes a objectos extralinguísticos, que poderão denominar-se de "sentenças de objectos-autênticos". Existe uma terceira classe de sentenças intermédias entre ambas. As proposições desta classe são anfíbias, atendendo à sua forma e são "orações de objecto". Atendendo ao seu conteúdo, serão sintácticas e denominam-se sentenças pseudo-objectos.

Em filosofia, as orações de pseudo-objectos revelam o modo material de falar e poderá ser exemplificado pelas proposições atómicas ou moleculares. Todas as proposições da ciência empírica e todas as sentenças, que asseveram factos, seja gerais ou seja singulares, são proposições de objectos autênticos. Assim, todas as orações da "análise lógica" e da filosofia pertencem à segunda ou à terceira espécies. Pela maneira de falar, utilizada nas sentenças de pseudo-objectos, temos palavras que se referem a objectos ou ao tema, enquanto que as palavras usadas nas orações sintácticas obviamente referem-se à forma. Por esta razão, às proposi-

21 Cf. M. CROSS – Modelos Matemáticos em Linguística, Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1976, 12-64; 65-69; 70-76.

ções de pseudo-objectos também se chamam orações no modo material de falar, enquanto que as orações sintácticas se consideram como modo formal de falar.[22]

No pensamento de R. Carnap, encontramos novamente o carácter enganoso do modo material referido ao tema das suas sentenças. Muitas das proposições da filosofa enganam-nos desta maneira, porque a maior parte delas são formuladas pelo modo material de falar. Verificamos como podem ser traduzidas para o modo formal de falar, isto é, as proposições que manifestamente pertencem à sintaxe. Estas considerações consideram-se importantes para as ditas proposições, como resultado da Análise Lógica. O uso deste modo material conduz com frequência a confusões e a controvérsias filosóficas, que podem resolver-se mediante a mudança da tese para o modo formal.

O NÚMERO COMO LINGUAGEM FORMAL

O sistema de números naturais é colocado decididamente na ordem lógica, antes de ser na ordem factual. Constrói-se um sistema de referência, introduzindo-se na linguagem novas expressões com regras apropriadas: numerais tais como 5 e formas de sentenças como aquelas que existem; cinco livros sobre a mesa. O termo geral "número", para as novas entidades e formas de sentenças, tais como "cinco", refere-se aos números naturais e expressões para as propriedades dos números (impar, primo, etc.), para as relações formais ($a > b; b > c$, logo $a > c$) e para as funções ($y = f(x)$) e formas das sentenças, tais como: 2 + 3 = 5; "varáveis númericas" (m, n, x, y, z, etc.) e quantificadores ($\rightarrow, V, \cdot, \leftrightarrow$), para as sentenças universais ($\forall n$) e para as existências (E , $etc.$) pelas regras dedutivas.

Entretanto, não só se encontram as respostas através de observações empíricas, mas também na "análise lógica" regras fundamentadas para novas expressões. Portanto, as respostas são aqui analíticas, isto é, logicamente "verdadeiras".[23] Qual é a natureza da questão filosófica concernente à existência ou realidade dos números?

Existe a questão interna que, juntamente com a resposta afirmativa, pode ser formulada em novos termos, digamos porque "existem números" ou mais explicitamente "existe um n tal que n é número. Este enunciado decorre do elemento analítico: cinco é um número e é, portanto, *per se* um enunciado analítico. Ele é muito "trivial", porque nada diz além de afirmar que o novo sistema não é vazio, mas infere-se imediatamente a partir da regra que enuncia que palavras tais como "cinco" são substituíveis por outras "variáveis" ($p, q, r, s,$ etc.). Isto torna plausível que aqueles filósofos que tratam da existência dos números como um problema filosófico, oferecem amplos argumentos, para qualquer um dos lados, e não têm em mente a questão interna.

E, de facto, se lhes perguntássemos, "vocês acham que a questão em relação ao sistema de referência dos números, se a aceitássemos, seria vazia ou não? Provavelmente responderiam: de algum modo referimo-nos a uma questão anterior à aceitação do novo sistema.[24] Eles poderiam tentar explicar a que se referem, di-

22 Cf. R. CARNAP – The Logical Syntax of Language, 19-36.
23 Cf. Idem – Meaning and Necessity, a Study in Semantics and Modal Logic, 210.
24 Cf. Idem – The Logical Syntax of Language, 16-49; 50-68; 71-86.

zendo que se trata de uma questão de *status* ontológico dos números. A questão está em saber se os números possuem ou não uma característica metafísica, uma espécie de realidade ideal, diferente da realidade material do mundo das coisas, como subsistência ou *status* de entidades independentes.

Muitos filósofos não apresentaram uma formulação da questão em termos da linguagem científica. A crítica de R. Carnap deve ser de que não tiveram sucesso em atribuir à questão externa e às respostas possíveis algum conteúdo cognitivo. A menos que superem uma interpretação cognitiva, estamos justificados na nossa suspeita de que a questão é uma pseudo-questão, isto é, uma questão disfarçada sob uma forma não-teórica. No presente caso é um problema prático saber se incorporamos ou não, na linguagem, as novas formas linguísticas que constituem o sistema de referência dos números.[24] Considerando as "questões externas", na procura da natureza das proposições matemáticas, surge o poder de reduzir o problema da Matemática a uma questão interna da linguagem.

Atendendo a estes pressupostos, R. Carnap analisa o carácter das várias ordens de entidades matemáticas:

- Distingue o sistema dos números internos e racionais, o sistema dos números reais e as coordenadas espacio-temporais em Física.
- O sistema dos números inteiros abraça os inteiros positivos e os negativos como relação entre números naturais. Os números racionais estabelecem a relação entre os inteiros.

Isto determina a introdução de novas variáveis na sintaxe com expressões substitutivas da mesma e na introdução dos termos "inteiro" e "número racional". Com base nos números racionais, pode-se introduzir os números reais como classes de um tipo especial de números (segundo Frege). Surgem como novo tipo de variáveis e de expressões que as substituem e pelo termo geral de "número real". A escolha de algumas características, embora não seja em si mesma "teórica", é sugerida pelo conhecimento teórico, seja lógico seja factual.[25]

A escolha dos números reais, ao contrário dos números racionais ou inteiros, como coordenadas, não é tão influenciada pela experiência, mas é devida a considerações de simplicidade matemática. A restrição nas coordenadas racionais, não entraria em conflito com nenhum conhecimento experimental que temos porque o resultado de toda a medição é um número racional. Contudo, evitaria o uso da Geometria comum (diagonal de um quadrado de lado igual a 1 tem um valor irracional igual a $\sqrt{2}$) e isto leva a grandes complicações.Segundo R. Carnap, a decisão de usar três ao invés de duas ou quatro coordenadas espaciais é sugerida, mas ainda assim não nos é imposta pelos resultados das observações comuns.

As questões internas são, em geral, empíricas e devem ser respondidas através de investigações empíricas. Com efeito, as questões externas da realidade do espaço e do tempo são pseudo-problemas. Poderá fazer-se referência a elas como questão interna.

25 Cf. Idem – Foundations of Logic and Mathematics, in: International Encyclopedia of Unified Science, Volume I, Number 3, Chicago, University of Chicago Press, 1950, 3-5.

Logo, a resposta afirmativa será analítica ou trivial. Mas, poderemos introduzir estas ou aquelas formas na nossa linguagem. Neste caso não se trata de uma questão teórica, mas de ordem prática. Em matemática isto sucede, porque vai da pura à aplicada, como se poderá ver exemplificativamente:

$$ax^2+bx+c=0$$

A equação do 2º grau origina, pelo método da inferência, uma fórmula resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

Assim, as equações algébricas tornam-se aplicáveis, desde a física até à química, como "linguagens externas".[26] Uma questão de decisão ao invés seria uma questão de afirmação. Logo, a formulação proposta seria um mal-entendido.

Finalmente poderá fazer-se referência a ela no seguinte sentido: as nossas experiências são tais que o uso das fórmulas linguísticas em questão serão expedientes. Esta é, naturalmente, uma questão teórica de natureza empírica ou factual. Todavia, ela diz respeito a uma questão de grau. Portanto, tem uma formulação na expressão "real ou não"? A entidade matemática, refere R. Carnap, possui valor linguístico. A aceitação de novo tipo de entidades é representada na linguagem pela introdução de um sistema de referência a ser usado segundo um novo conjunto de regras. Poderão existir novos nomes para as entidades particulares do tipo em questão.

Mas, alguns desses nomes poderão ocorrer na linguagem, antes da introdução de novo sistema de referência. Este último facto mostra que a ocorrência de constantes não é sinal certo da aceitação do novo tipo de entidades. A introdução de um termo geral, de um predicado de nível superior, para o novo tipo de entidades, permite-nos dizer que qualquer entidade particular, pertence a este grau (cinco é um número). As novas entidades são valores dessas variáveis. As constantes são substituíveis por variáveis. Com o auxílio das variáveis, formulamos sentenças gerais concernentes a novas entidades.[27]

Poderemos falar da aceitação de novas entidades, uma vez que esta forma de discurso é costumeira, mas deve-se ter em mente que esta expressão não significa para nós nada mais do que a aceitação de novo sistema de referência, isto é, das novas formas linguísticas. O carácter não-cognoscitivo das questões, que chamamos "questões externas", já foi reconhecido e determinado pelo Círculo de Viena.

A "entidade matemática", salienta R. Carnap, tem um "valor linguístico" ao referir uma existência autónoma. Será necessário reconhecer, todavia, a existência das fórmulas matemáticas na "linguagem das coisas", numa expressão como esta: eu tenho dez dedos. Mas, a aceitação deste tipo de linguagem não significa a aceitação de novas entidades realísticas devido à abstracção:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

26 Cf. Idem – Meaning and Necessity, a Study in Semantics and Modal Logic, 211-213.
27 Cf. Idem – Ibidem, 219-220.

R. Carnap, referindo-se às posições de fundo, reclama as teses do empirismo lógico do Círculo de Viena. Influenciado pelas ideias de L. Wittgenstein, o Circulo de Viena rejeitou duas teses, quer a da realidade do mundo externo, quer a da sua irrealidade. Por sua iniciativa, R. Carnap rejeitou a acusação de platonismo e de nominalismo e afirma que a solução do problema consiste no valor linguístico das formas matemáticas.[28] Enquanto é pacífico, que as proposições factuais têm "valor semântico", encontram-se em discussão os valores semânticos das entidades abstractas. Os termos são designados pela "entidade abstracta", como por exemplo cinco designa um número:

$$5 \to \text{"}\textit{número}\text{"}$$

$$2+3=5;\ 4+1=5.$$

Esta proposição, afirma R. Carnap, é de "natureza lógica" e pertence à "linguagem lógica", da qual fazem parte as fórmulas matemáticas, e, em particular, as variáveis numéricas bem como os graus de "número". Se a linguagem lógica é constitutiva, então qualquer que seja o número real a, existe um número natural n, tal que $n > a$, isto é:

$$(\forall a \in \Re)(\exists n \in \aleph) : n > a\ .$$

A proposição anterior é um número puramente "analítico" e poderá traduzir-se pelo seu correspondente, que é um princípio da Análise Matemática. Se se aceitam, na linguagem formal, as entidades matemáticas, então aceitar-se-ão, de preferência, as proposições que as designam. As "entidades abstractas" são entes lógicos. A questão da admissibilidade das entidades abstractas, como as designadas, reduzem-se às questões da aceitabilidade das estruturas linguísticas desta "entidade".[29] A crítica nominalística refuta as características dos nomes para expressões como o teorema de Bolzano-Cauchy: se a função f é contínua sobre o segmento $|a, b|$ e $f(a) = A$ $f(b) = B$, então, para qualquer C, incluindo em A e B, existe um ponto $\xi \in |\, a, b \,|$, tal que $f(\xi) = C$. O teorema dos valores intermédios das "funções contínuas" tem a sua existência formal: dada numa função contínua sobre um segmento, tomando dois valores quaisquer,[30] levando-nos a concluir, com R. Carnap, pelo tratamento da existência formal como "questão teórica". Evidentemente, considera R. Carnap, a validade das fórmulas linguísticas pelas entidades concretas não têm presente a distinção entre "questões internas e externas". R. Carnap insiste na distinção entre entidades lógicas e entidades físicas, apresentando diversos tipos de demonstração para as duas ordens. A questão está em que a Matemática não se faz só com a ordem lógica, mas também com a real. R. Carnap refere que a justificação teórica, no caso de asserções internas, é erroneamente aplicada à aceitação de um sistema de entidades, sendo própria da dupla natureza da Matemática. Entretanto, R. Carnap exclui seja o nominalismo matemático seja o realismo, sustentando a natureza "lógica" do número. Assim tenta superar o empirismo que, afirmado por Berkeley e Hume, nega o valor dos conceitos e dos princípios generais e refere-se à entidade concreta, à volta da qual somente a forma linguística terá significado. Alguns seguidores do pensamento de

28 Cf. Idem – Autobiografia intelectual, 90-91.
29 Cf. Ibidem, 105.
30 Cf. L. D. KUDRIAVTSEV – Curso de Análisis Matemático, 1, Moscú, Editorial Mir, 1983, 141.

Russell, distinguindo entre dados imediatos da consciência (*sense data*) e a construção baseada nesta, conferem valor somente aos dados.

R. Carnap não deixa de criticar a posição geral do empirismo, rejeitando a tese de que todas as entidades abstractas se reduzem aos dados imediatos da consciência ou aos dados imediatos do conhecimento.[31] Os pontos espacio-temporais, o campo electromagnético segundo Maxwell, os electrões em física, os números reais e complexos em Matemática, as componentes psicológicas inconscientes e outras entidades analógicas não são dados imediatos. O mesmo deverá ser dito relativamente às "entidades abstractas", como se designam pela Semântica. O problema das entidades abstractas não se coloca em termos de existência, mas de utilidade e de oportunidade. O uso das formas linguísticas abstractas é prático e útil para fins onde a análise semântica é directa, através da interpretação, da clarificação e da construção de uma linguagem comunicativa, tal como é apresentada pela ciência.[32] Entre os filósofos, que conduziram as análises semânticas, relativamente aos instrumentos adequados pela comunicação científica, iniciada por Aristóteles, na semântica da *Analítica Prior* e, com uma base mais científica, pela lógica simbólica, estão Peirce e Frege que aceitaram as "entidades abstractas". Todavia, esta, como reconhece R. Carnap, não é uma prova da sua verdade.

A Semântica, em sentido técnico, é referida na fase inicial do seu desenvolvimento e devemos estar preparados para mudanças nos seus métodos. Mesmo que a crítica nominalística possa ser exacta, deve apresentar melhores argumentos do que os até agora salientados. A crítica deve demonstrar que é possível construir um "método semântico" que evite algumas referências às "entidades abstractas" e elabore métodos, mais simples, essencialmente com os mesmos resultados do que os outros apresentam. A aceitação e a refutação das formas "linguísticas abstractas", em qualquer ramo da ciência, deverão ser decisivas na sua eficiência, como instrumento dos resultados apresentados.

O INTERPRETACIONISMO LÓGICO

Sejamos cautos ao fazer afirmações e críticos, mas tolerantes no uso de formas linguísticas, assim conclui R. Carnap, num interessante estudo, sobre as "entidades abstractas". Entre as quais se colocam as fórmulas matemáticas, como, por exemplo, o que se passa com o teorema de Newton-Leibniz:

$$\int_a^b f(x)\cdot dx = \phi(b)-\phi(a),$$

que constitui expressão fundamental do Cálculo Integral.

Sem dúvida, a sentença carnapiana traduz a expressão de uma reflexão aberta, além de metodológica, com respeito às posições antigas do rígido neopositivismo, documentado especialmente pela *Der Logische Aufbau der Welt* (1928) e pela *Logische Sintax der Sprache* (1932), que coloca como condição, do valor semântico das proposições, o princípio da verificabilidade.

31 Cf. R. CARNAP – Logical Foundations of Probability, Chicago, At the University Press, 1950, 1-12.
32 Cf. R. CARNAP – Meaning and Necessity, 220-221.

Na *sintaxe* lógica da linguagem, surgem esporádicas referências à Matemática, estando esta disciplina *in stricto sensu* ligada ao operar, como um "fazer formal", que é a constituição das "sintaxes da ciência", traduzível em termos formais e analíticos. A análise sintáctica de um dado sistema é, na realidade, uma realização puramente matemática. R. Carnap move-se em posições antitéticas. Por um lado, a Matemática está ligada à Lógica, que se apresenta não só numa "estrutura analítica", como também "convencional" e, por outro, como instrumento insubstituível das ciências experimentais e, obviamente, condicionada à objectividade e à natureza sintética.

A construção lógica do mundo, que transmite o sistema de constituição dos conceitos, ter-lhe-á permitido a dedução e a redução dos factos espirituais e dos psíquicos à ordem física, procurando ser uma interpretação lógica. Na sintaxe lógica, dá-se um passo à frente, ao transmitir a redução da lógica modal às relações sintácticas, indo da intencionalidade à extensionalidade dos predicados, o que levou R. Carnap à consideração lógico-matemática do real. Aqui surge a procura especulativa para constituir uma "sintaxe geral" que servirá de base à especial.

A redução da intencionalidade à extensionalidade, enquanto amadurece o processo dedutivo ou argumentativo, identifica o método formal *a priori* com o *a posteriori* ou o analítico com o sintético.[33] Esta concepção coloca as premissas para uma *mathesis universalis*, caindo no erro do matematicismo ou do logicismo, tal como iniciara Leibniz, no século XVII, em Hanover. A cognoscibilidade do mundo *a priori*, com a consequente negação da natureza sintética, hipotética e estatística da ciência, determina a resolução das formas do conhecimento na ordem lógico-matemático.[34] R. Carnap tenta conciliar o logicismo com o formalismo, tendo criticado o intuicionismo de Brouwer, muito embora se encaminhe para os fundamentos lógicos da Matemática.

Assim, a fundamentação lógica da Matemática tem por objectivo, além de elaborar um cálculo formal, dar razão ao significado dos símbolos e das proposições analíticas. O logicismo de Frege, aperfeiçoado por Russell e Whitehead, reduzindo os símbolos fundamentais da Matemática aos símbolos da Lógica, prova as proposições primitivas e transmite as proposições da Lógica e das regras da inferência lógica. A fundamentação lógica da Matemática e a significação lógico-conceptual dos símbolos matemáticos são os caracteres elementares do logicismo.[35]

O formalismo, sustentado pelos opositores de Frege, e aperfeiçoado por Hilbert e Ackermann, refere que a fundamentação lógica da matemática será efectuada mediante a construção de um sistema formal, de um cálculo e de um sistema de axiomas, pelos quais será possível provar as fórmulas da Matemática clássica., abstraindo do significado dos símbolos, definidos de forma implícita, mediante proposições primitivas do cálculo. As características do logicismo poderão reduzir-se aos seguintes elementos: a Lógica e a Matemática participam de um cálculo comum. O critério

33 Cf. Idem – Der Logische Aufbau der Welt, Hamburg, Felix Meiner-Verlag, 1961, 7-12.
34 Cf. Idem – Introduction to Semantics, Chicago, At the University Press, 1950, 10-19; 21-28; 40-56.
35 Cf. G. FREGE – Lógica e Filosofia da Linguagem, tradução do alemão, S. Paulo, EDUSP, 1978, 16-39; 40-65.

da construção matemática deve ser a liberdade da contradição; o método formal e a determinação matemática que será aplicada de forma rigorosa.[36]

De acordo com os formalistas, ao separar-se a Matemática da Lógica, na formulação autónoma das regras da inferência e de transformação matemática, dá-se a formalização do cálculo e a exclusão dos problemas externos da matemática. R. Carnap observa que o objectivo pré-estabelecido não é absoluto, mediante a construção de um cálculo lógico-matemático, enquanto este não compreende todas as proposições que contenham símbolos matemáticos e são relevantes para a ciência, como as proposições conexas com a aplicação da Matemática.

O sistema deverá ser interpretado e deverá conter regras gerais de formação, relativamente ao uso de símbolos matemáticos, antes das proposições sintéticas descritivas, e regras de consequência, relativas a tais proposições. Este será o único modo, afirma Carnap, de tornar possível, a aplicabilidade da Matemática como resultado numérico de objectos empíricos e como cálculo de medida das grandezas. Uma estrutura do género satisfaz simultaneamente os requisitos, quer do formalismo, quer do logicismo. Por uma parte, o procedimento permanece puramente formal, por outra, o significado dos símbolos encontra-se estabilizado, de tal forma que torna possível a aplicação da Matemática à ciência real, enquanto o cálculo matemático fica incluído na linguagem total.[37]

A contradição, entre as duas perspectivas de fundamentação lógica da Matemática, segundo o parecer de R. Carnap, é aparente. As duas posições são recíprocas e conduzem ao interpretacionismo lógico. O requisito central do logicismo resulta como complexo da fundamentação lógica da Matemática e não resulta somente de uma "metamatemática" (sintaxe da linguagem matemática). Mas antes de uma sintaxe da linguagem total, compreendem-se as proposições analíticas, mais do que as sintéticas.

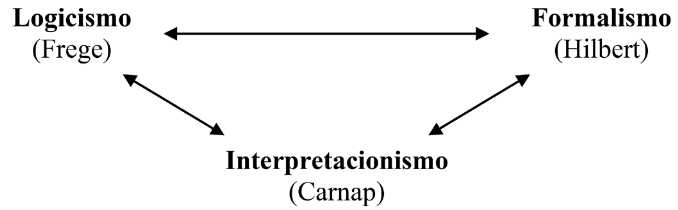
Discurso análogo apresenta R. Carnap para a Geometria. Ele distingue a Geometria matemática da Geometria física. As proposições destas duas disciplinas, que, necessariamente, na linguagem ordinária aparecem formuladas nos mesmos termos verbais, possuem um carácter lógico diverso. A Geometria matemática faz parte da Matemática pura, quer aquela que vem constituída como sistema axiomático, quer aquela que é elaborada sob forma de Geometria analítica.

Os problemas da fundamentação da Geometria matemática reentram nas sintaxes dos sistemas axiomáticos. A Geometria física, naturalmente, faz parte da física e será construída sob a base de um sistema de Geometria clássica, mediante a definição de correspondência.

Com efeito, a dificuldade está em criar *a priori* este sistema de correspondência, que não vai para além das reflexões genéricas. R. Carnap reconhece que os teoremas da Geometria matemática são analíticos, enquanto que os teoremas da Geo-

36 Cf. W. V. QUINE – Mathematical Logic, Cambridge, At University Press, 1974, 19-48.
37 Cf. R. CARNAP – "Meaning and Synonymy in Natural Languages", in: Philosophical Studies, (New York, 1955) 33-46.

metria física são sintéticos.[38] R. Carnap consegui realizar uma original leitura dos fundamentos da Matemática, que estão entre o logicismo e o formalismo, a que se poderá chamar de interpretacionismo. Dialecticamente poderemos dizer:



CONCLUSÃO

A Matemática, segundo R. Carnap, revela-se como linguagem analítica, tendo por base uma sintaxe lógica. A tentativa de R. Carnap, ao elaborar uma "sintaxe geral da linguagem", na base das sintaxes das ciências singulares, tal como aconteceu da Geometria física à Geometria matemática, termina no ponto de saturação das diversas naturezas dos dois tipos de sintaxe: uma analítica e outra sintética. Se R. Carnap, que tem como fundamento do seu pensamento o "fisicalismo" e segundo tal perpectiva define a "unidade da ciência", então os pressupostos lógico-ontológicos pode aproximar-se do sintético ao analítico. É aquilo que o formalismo quer evitar, considerando a Matemática independente dos problemas da ordem metafísica e também da física, considerando-a como um "jogo linguístico". A conciliação é aparente, na medida em que a ciência experimental pode determinar uma síntese *a parte ante*.

Todavia, nesta tentativa, como no desenho gerado pelas duas teorias, a aproximação entre o *a priori* e o *a posteriori* exprime a ideia de unidade do real, que naturalmente nos reenvia a um princípio de ordem metafísica, em prejuízo do neopositivismo lógico.[39] Os empiristas, escreve R. Carnap, são suspeitos sobre qualquer grau de "entidades abstractas", como: propriedades, classes, relações, números e proposições. Estes preferem uma linguagem nominalística, que guardam o singular, o indivíduo, a entidade concreta, etc. Todavia, em certos contextos, é necessário fazer recurso às "entidades abstractas". Surgem não só no caso da Matemática, mas também na Física e perante as outras "ciências". Alguns empiristas obstinam-se a negar a legitimidade do recurso a "entidades abstractas" e acusam os seus defensores de platonismo e de recorrerem à Metafísica. R. Carnap percorreu um caminho linguístico-formal para provar que se pode ser empirista e aceitar a linguagem das "entidades abstractas". A Matemática, pelo pensamento de R. Carnap, aparece como "jogo linguístico" e, com fundamento formal, como conjunto de enunciados analíticos.

R. Carnap propõe uma "solução linguística" para os fundamentos da Matemática, mas, por um lado, segue o logicismo, e, por outro, o pragmatismo. Muitas vezes repete que o problema da Matemática é uma questão de fórmula linguística, ou de questões internas, quando afirma que a linguagem matemática é "funcional", servindo objectivos práticos. É evidente que a ciência adoptou a linguagem ma-

38 Cf. Idem – "Logizismus", in: Erkenntnis, 2 (Berlin, 1931) 16-18.
39 Cf. Idem – "Testability and Meaning", in: Philosophy of Science, 3 (London, 1936) 16-20.

temática na relação com a realidade efectiva, que vem a condicioná-la e a concretizá-la. Esta última perspectiva conduz-nos à solução empírica e nominalística, que nega as "entidades abstractas" ou se admite enquanto exacta correspondência conceptual. Mas, R. Carnap não quer aceitar uma fundamentação empírica da Matemática.[40] Ele fala muito frequentemente da "natureza lógica" da Matemática, sujeitando-se esta às leis da inferência lógica e inscreve as proposições no conhecimento analítico. Assim, atribui um carácter ideal ou formal à Matemática. Por estas razões, é inscrito entre os logicistas sem o ser formalmente.

A contrariedade das suas posições será velada pela cortina das "formas linguísticas", que deverá circunscrever-se ao problema interno da linguagem matemática. Quando se passa do problema sintáctico a um problema semântico, determinamos que a linguagem é sempre de um conteúdo físico ou ideal. R. Carnap avançou com a apresentação do valor e crítica das "entidades abstractas", independentemente dos problemas externos, ou seja, dos problemas do seu modo de ser e procura enfrentá-los falando dos pseudo-problemas.[41]

Mas dizer "pseudo-problemas", como modo de ser das fórmulas matemáticas, significa cair no nominalismo e no "pragmatismo", *in stricto sensu*, renunciando às estruturas lógicas e condicionando a construção matemática. A sua posição complica-se se se relaciona com o pensamento exposto em – *Der logische Aufbau der Welt* –, onde se debate com a logicização de três ordens de entes (espirituais, psíquicos e físicos) e o "psicologismo", segundo o qual a realidade física se reduz às percepções intersubjectivas, abstendo-se quer de afirmar a existência autónoma do mundo, quer de a negar quer ainda retendo esta como um "pseudo-problema".

O problema da Matemática, em R, Carnap, reflecte esta posição acerca do mundo físico *per se* e reflecte o seu positivismo com a exclusão de qualquer realidade de ordem extrassensível. Impossibilitado de conferir um valor ideal ou racional às matemáticas, e decidido a não reduzir a Matemática a uma ciência empírica, fica-se no terreno das "fórmulas linguísticas".[42]

Finalmente, dizer que a Matemática, como "forma linguística", implica, na sua construção formal, um "jogo de linguagem analítica". Quanto à fundamentação lógica, R. Carnap parece cair no logicismo, mas termina pela introdução das "entidades abstractas", num interpretacionismo linguístico, para fundamentar, lógica e gnoseologicamente, a Matemática. Esta disciplina é tão cara no pensamento de R. Carnap além de ser a formalização da quantidade abstracta, como linguística da quantidade abstracta, será uma nova leitura ou hermenêutica da quantidade abstracta. Finalmente, cabe dizer que a Matemática segundo R. Carnap, é um discurso analítico.

40 Cf. Idem – Meaning and Necessity, 248-250.
41 Cf. Idem – Scheinprobleme in der Philosophie, Hamburg, Felix Meiner-Verlag, 1961, 20-25.
42 Cf. A. G. MANNO – Filosofia della Matemática, 177.