DZIEDZICTWO LEO HURWICZA – METODOLOGIA PROJEKTOWANIA MECHANIZMÓW

Jan Werner*
Uniwersytet Minnesoty

Przekład: Kamila Grabowska

„(...) moje zainteresowanie projektowaniem mechanizmów ekonomicznych było, w pewnym stopniu, pobudzone tymi pracami [Lernera, Langego, Misesa, Hayka]. Z jednej strony uznałem podjęte w nich kwestie i zadawane pytania, jednak nie satysfakcjonowały mnie odpowiedzi. W szczególności nie wydawało mi się, by właściwym podejściem było ograniczanie się do analizy rynków jako mechanizmów służących rozwiązywaniu wszystkich problemów ekonomicznych. Myślałem raczej, i nadal tak uważam, że należy zacząć od sformułowania bardzo ogólnego pojęcia mechanizmu ekonomicznego, a następnie wyróżnić podkategorie zdecentralizowanych (ze względu na informację) mechanizmów w różnych środowiskach ekonomicznych (...)”

Leonid Hurwicz (1994)

Wprowadzenie

Jak wielu ekonomistów w latach trzydziestych i czterdziestych, Leonid „Leo” Hurwicz (1917-2008) zafascynowany był „debatą nad socjalizmem rynkowym” między Oskarem Langem i Abbą Lernerem z jednej strony a Ludwigiem von Misesem i Friedrichem Haykiem z drugiej. Został rzucony w centrum tej debaty przez niezwykłe okoliczności swego życia. Urodził się w Moskwie w 1917 roku, na miesiąc przed przejęciem władzy przez bolszewików. W 1919 rodzina przeniosła się z powrotem do Warszawy, gdzie Leo dorastał, a później studiował prawo na Uniwersytecie Warszawskim. W obliczu nadciągającej wojny, idąc za radą ojca, opuścił Warszawę i w 1938 roku przeprowadził się do Londynu, gdzie studiował na LSE pod kierunkiem Hayka i gdzie poznał Langego. W 1939 r. przeniósł się do Genewy, gdzie uczęszczał na seminarium prowadzone przez von Misesa. Kiedy wybuchła wojna, los rodziny w Polsce stał się je-

* Kwiecień 2010. Tekst powstał, gdy autor był stypendystą programu Fernand Braudel Senior Fellowship na EUI we Florencji.

go głównym zmartwieniem. Przeniósł się do Stanów Zjednoczonych i próbował pomóc swojej rodzinie także się tam dostać. Na uniwersytecie w Chicago ponownie spotkał Misesa i Langego. Pracował jako asystent Langego, a także, przez jeden semestr, jako asystent Paula Samuelsona na MIT. Wkrótce po zakończeniu wojny Leo zdołał sprowadzić swą rodzinę ze zniszczonej Polski do Stanów.

Oskar Lange i Abba Lerner dowodzili, że centralnie planowana gospodarka mogłaby doprowadzić do efektywnego rozmieszczenia zasobów i przewyższyć konkurencyjne rynki pod względem sprawiedliwości społecznej. Von Mises i Hayek z kolei uważali, że przeciwnie, jest to niewykonalne, gdyż planowanie centralne zniszczyłoby przepływ informacji i wiedzy poprzez konkurencyjne ceny. Leo uznawał tę debatę za powierzchowną, jako że brakowało jej formalnych podstaw do analizy i porównania alternatywnych systemów rozmieszczenia zasobów. Stworzenie takich podstaw stało się jego życiowym wyzwaniem, które spowodowało, że stał się jednym z najwybitniejszych ekonomistów XX wieku i w 2007 roku otrzymał Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii. Choć wobec przytłaczających dowodów porażki centralnie planowanych systemów gospodarczych to von Mises i Hayek zostali ogłoszeni zwycięzcami „debaty nad socjalizmem”, oczywistym zwycięzcą z naukowego punktu widzenia jest Leo Hurwicz. Jego podejście do badania systemów gospodarczych i instytucji jako formalnych mechanizmów, które mogą być rozróżniane ze względu na takie cechy, jak efektywność alokacji zasobów, skuteczność przepływu informacji i zgodność bodźców, zrewolucjonizowało wiele dziedzin ekonomii w stopniu znacznie większym niż Leo kiedykolwiek by przypuszczał.

Analityczna struktura projektowania mechanizmów

Analityczna podstawa dla projektowania mechanizmów ekonomicznych, którą Leo zaproponował w latach pięćdziesiątych, składała się z trzech głównych części: środowiska ekonomicznego, rezultatów i mechanizmów. Jest N podmiotów („agentów”) ekonomicznych, takich jak konsumenci i producenci. Środowisko (otoczenie) to abstrakcyjna reprezentacja ich parametrów lub cech charakterystycznych, takich jak zasoby, technologie, indywidualne upodobania, etc. Rezultatem może być na przykład alokacja zasobów pomiędzy tymi „agentami”.

Oznaczmy zbiór możliwych środowisk przez θ, a wyników przez Z. Zbiór θ ma strukturę iloczynu $\theta = \theta_1 \times \ldots \times \theta_n$, tak, że typowe środowisko $\vartheta \in \theta$ jest wektorem indywidualnych parametrów, tj. $\vartheta = (\vartheta_1, \ldots, \vartheta_n)$. Z każdym środowiskiem $\vartheta \in \theta$ związany jest pewien pożądany rezultat, który oznaczamy $F(\vartheta)$. Zdefiniowana w ten sposób funkcja F, przypisująca środowiskom rezultaty, jest *funkcją celu* dla projektowania mechanizmu.

Mechanizm jest opisany przez zbiór sygnałów, których „operator" mechanizmu i uczestniczący w nim „agenci" używają do porozumiewania się między sobą. Obowiązują również dwie reguły: jedna, na podstawie której agenci wybierają (lub akceptują) sygnały zgodnie ze swoją wiedzą na temat środowiska, i druga, na podstawie której rezultaty są przypisane do zbiorów sygnałów wytworzonych przez mechanizm. Formalnie zbiorem wiadomości jest M, odwzorowaniem sygnałów $\mu\colon \theta \to M$, a funkcją wyniku $h\colon M \to Z$. Mechanizm *realizuje* funkcję celu F, jeśli dla każdego wektora parametrów wyniki przypisane przez funkcję wyniku sygnałom wysłanym przy tych parametrach są rezultatami pożądanymi ze względu na funkcję celu. Formalny zapis tego warunku wygląda następująco:

$$h(\mu(\vartheta)) = F(\vartheta) \text{ dla każdego } \vartheta \in \theta.$$

Ten opis mechanizmów podkreśla ważność komunikacji pomiędzy jednostkami gospodarczymi, która jest potrzebna do osiągnięcia pożądanego społecznie rezultatu. Komunikacja może przybierać różne formy (poprzez ceny, wielkości zamówień, głosy itp.), lecz bez niej pożądany rezultat nie mógłby zostać osiągnięty.

Jeden prosty mechanizm od razu przychodzi na myśl. Jest to mechanizm bezpośredniego ujawniania, w którym agenci przekazują swoje parametry operatorowi, a ten następnie „robi to, co trzeba", mianowicie wykonuje to, co zaleca funkcja celu. Formalnie przestrzenią wiadomości mechanizmu bezpośredniego ujawniania jest przestrzeń środowisk θ, funkcją rezultatu – funkcja celu F, a odwzorowanie sygnału jest określone jako $\mu(\vartheta) = \vartheta$ dla każdego $\vartheta \in \theta$. Ta zasada komunikacji μ poleca agentom ujawnianie ich prawdziwych parametrów. Takie szczere postępowanie jest traktowane jako reguła.

W ważnej pracy „Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation", opublikowanej w 1960 r., Leo wprowadził pojęcie mechanizmu chroniącego prywatność (lub zdecentralizowanego) jako takiego, w którym żadna jednostka gospodarcza nie polega w wyborze swojego sygnału na prywatnej wiedzy innych jednostek na temat środowiska. Formalnie {opisuje} to warunek

$$\mu(\vartheta) = \bigcap_i \mu_i(\vartheta_i),$$

gdzie: μ_i to indywidualne odwzorowanie sygnału agenta i, które zależy wyłącznie od jego parametru ϑ_i – zbiór sygnałów wybranych lub zaakceptowanych przez agenta i, jeśli jego parametrem jest ϑ_i.

Ważną kwestią, którą należy teraz podjąć, jest wiedza agentów na temat otoczenia, lub ściślej, ich wiedza {o parametrach} innych agentów. Najbardziej naturalnym wydawałoby się założenie, że agent i (który, co oczywiste, zna swoje własne parametry) nie wie, jakie są prawdziwe parametry innych agentów. Zazwyczaj mówi się o tej sytuacji jako o scenariuszu *niekompletnej informacji*. Niesie ona jednak ze sobą sporo komplikacji. W obliczu niekompletnej informacji agenci formułowaliby probabilistyczne przekonania na temat parametrów innych agentów i te przekonania musiałyby być brane pod uwagę przy projektowaniu mechanizmów. Alternatywnie można przyjąć, że informacja jest *kompletna*, tzn. każdy agent zna prawdziwe parametry innych agentów, czyli zna wektor parametrów $\vartheta = (\vartheta_1, ..., \vartheta_n)$. W naszej dyskusji skupimy się przede wszystkim na przypadku kompletnej informacji. Praca „Leo Hurwicza" na temat projektowania mechanizmów zajmuje się głównie tym przypadkiem.

Przykładem pokazującym, że w pewnych okolicznościach kompletna informacja jest całkiem naturalna, jest biblijna opowieść o królu Salomonie. Król miał rozsądzić, która z dwóch kobiet jest prawdziwą matką dziecka. Każda z nich stanęła przed obliczem monarchy, twierdząc, że to ona jest matką. Celem króla było oddanie dziecka prawdziwej matce. Jak mówi Biblia, król rozwiązał problem, grożąc przecięciem dziecka na pół. Salomon zmierzył się tu z problemem projektowania mechanizmów. Jest to przypadek kompletnej informacji, gdyż każda z kobiet wie nie tylko, czy jest matką, czy nie, ale też wie wszystko, co istotne na temat drugiej kobiety. Jednak problem projektowania mechanizmów nie jest trywialny, ponieważ projektant – w tym przypadku król Salomon – jest niedoinformowany.

Równowaga konkurencyjna jest efektywna informacyjnie

Problem rozmieszczenia zasobów w gospodarce z prywatnymi dobrami można sformułować w języku projektowania mechanizmów. Ograniczymy się do gospodarki czystej wymiany, gdzie agentami są konsumenci. Konsument i wybiera pomiędzy koszykami (wiązkami) L dóbr i dysponuje wektorem zasobów początkowych $e_i \in R_+^L$. Wektorem całkowitych zasobów jest $\bar{e} = \sum_i e_i$. Przyjmijmy, że zbiór θ_i parametrów konsumenta i zawiera parametryzację jego możliwych preferencji reprezentowanych przez funkcje użyteczności $u_i(x_i;\ \vartheta_i)$ dla każdego $x_i \in R_+^L$. Zakładamy, że zasoby początkowe $e_i \in R_+^L$ są stałe i znane wszystkim agentom. Rezultatem dla tego problemu projektowania jest możliwa fizycznie alokacja zasobów. Zbiorem rezultatów jest

$$\{(x_1, x_2, ..., x_n) \in R_+^L \,/\, x_i \in R_+^L, \sum_{j=1}^{n} x_j = \bar{e}\}.$$

W tym sensie rynki konkurencyjne mogą być postrzegane jako mechanizm. Sygnałami są ceny i proponowane alokacje. Typowy sygnał to $m = (p, y_1, ..., y_n)$, gdzie p to wektor cen, a $(y_1, ..., y_n)$ to dopuszczalna alokacja. Odwzorowanie sygnałów konsumenta i, $\mu_i(\vartheta_i)$, składa się z tych wektorów cen p oraz alokacji $(y_1, ..., y_n)$, dla których y_i jest koszykiem pożądanym przy funkcji użyteczności u_i przy cenach p. Jest jasne, że sygnał składający się z cen i dopuszczalnej alokacji, w którym koszyk zgłaszany przez każdego konsumenta jest jego pożądanym koszykiem przy tych cenach, to równowaga konkurencyjna Walrasa. Pokazuje to również, czy raczej potwierdza, że rynek konkurencyjny stanowi mechanizm alokacji chroniący prywatność. Dalej, fakt, że ceny i alokacje stanowią środek komunikacji, to dokładnie teza Hayka z jego słynnego tekstu z 1945 roku „The Use of Knowledge in Society".

Funkcja celu realizowana przez mechanizm konkurencyjny, często nazywana funkcją celu Walrasa F_W, przypisuje alokacje równowagi (zakłada się, że jedyną) każdemu profilowi funkcji użyteczności zależnych od parametrów. Zgodnie z pierwszym twierdzeniem ekonomii dobrobytu, każda alokacja równowagi jest Pareto-optymalna, stąd funkcja celu jest Pareto-optymalna.

Istotę debaty na temat socjalizmu można teraz przedstawić jako porównanie mechanizmu konkurencyjnego realizującego funkcję celu Walrasa i mechanizmu centralnego planowania, realizującego inną funkcję celu F, która również jest Pareto-optymalna i, być może, ma lepsze właściwości z punktu widzenia sprawiedliwości społecznej. Nie będziemy podejmować próby formalizowania mechanizmu centralnego planowania – co skomentujemy później – gdyż, jak się okazuje, nie jest to niezbędne dla wyników. Ważnym pytaniem jest, jak porównywać alternatywne mechanizmy. Kryterium efektywności informacyjnej, wprowadzone przez Leo Hurwicza w 1975 roku w pracy „On the Dimensional Requirements of Informationally Decentralised Pareto Satisfactory Processes", opiera się na porównaniu wymiarów przestrzeni sygnałów tych mechanizmów. Mechanizm o najniższym wymiarze przestrzeni sygnałów jest informacyjnie efektywny.

Niezwykłe twierdzenie odkryte przez Hurwicza (1975), a później udoskonalone przez Mounta i Reitera (1972) oraz Jordana (1981) mówi:

> Każdy mechanizm alokacji dóbr, który chroni prywatność, realizuje Pareto-optymalną funkcję celu i spełnia pewne warunki regularności, musi mieć przestrzeń sygnałów, której wymiar jest wyższy niż wymiar przestrzeni sygnałów mechanizmu konkurencji.

Nie będziemy tu podawać ścisłej matematycznej definicji wymiaru zbioru czy przestrzeni, jednak objaśnienie wymiaru przestrzeni sygnałów mechanizmu konkurencyjnego może się okazać pomocne.

Typowy sygnał $m = (p, y_1, ..., y_n)$ jest wektorem $L \times (N + 1)$ – wymiarowym. Jednakże ceny równowagi konkurencyjnej są wyznaczone z dokładnością do czynnika skalującego (tj. są cenami względnymi), a więc jeden wymiar można pominąć. Dalej, plany konsumpcyjne muszą być realne, tj. sumować się do całkowitych zasobów, a dla każdego z N agentów musi być spełnione równanie budżetowe $py_i = pe_i$. Każde (nieredundantne) równanie obniża wymiar przestrzeni o jeden, i w ten sposób otrzymujemy liczbę $L \times (N - 1)$ jako wymiar przestrzeni sygnałów na konkurencyjnym rynku. Jest to minimalna liczba otrzymana w twierdzeniu.

Z tego twierdzenia wynika, że jakikolwiek byłby mechanizm centralnego planowania, nie może on przewyższyć mechanizmu konkurencji pod względem efektywności informacyjnej. Formalny opis scentralizowanych mechanizmów Langego-Lernera jest poza dziedziną tej pracy (patrz: Kowalik, 1987). Można jednak w tym kontekście rozważyć mechanizm bezpośredniego ujawniania. Planista tworzy funkcję celu, która określa pożądane optimum Pareto, a agenci zgłaszają mu swoje prawdziwe parametry. Przy tym scenariuszu pojawiają się dwa problemy. Po pierwsze, ujawnianie wszystkich indywidualnych parametrów byłoby niewspółmiernie kłopotliwe i kosztowne. Twierdzenie mówi, że komunikowanie indywidualnych parametrów do centrali wymaga sygnałów większego wymiaru niż mechanizm konkurencji. Po drugie, zasada szczerej komunikacji w mechanizmie bezpośredniego ujawniania jest bardzo podejrzana. Dlaczego agenci mieliby chcieć podawać swoje parametry zgodnie z prawdą?

Ostatnie pytanie jest pytaniem o *zgodność bodźców* mechanizmu bezpośredniego ujawniania z funkcją celu Walrasa. Sformalizujmy to ważne pytanie. Jeśli agent i ujawnia swój prawdziwy parametr ϑ_i w sytuacji, gdy wszyscy pozostali agenci także ujawniają wektor swoich prawdziwych parametrów ϑ_{-i} (co oznacza wektor ϑ z pominiętą składową ϑ_i), to otrzymaną alokacją będzie $F_W(\vartheta)$ dla $\vartheta = (\vartheta_i, \vartheta_{-i})$. Gdyby zaś i fałszywie ujawnił inny parametr η_i, mechanizm wygenerowałby alokację $F_W(\eta_i, \vartheta_{-i})$. Dla zgodności bodźców agent i nie może zyskiwać na zgłaszaniu nieprawdy, czyli musi zachodzić

$$u_i(F_W(\vartheta); \vartheta_i) \geq u_i(F_W(\eta_i, \vartheta_{-i}); \vartheta_i) \tag{1}$$

dla każdego $\eta_i \in \theta_i$. Zwróćmy uwagę, że funkcja użyteczności po obu stronach (1) jest związana z prawdziwym parametrem ϑ_i. W pracy „On Informationally Decentralized Systems" opublikowanej w 1972 Leo Hurwicz wprowadził takie pojęcie kompatybilności bodźców i wykazał na przykładzie, że funkcja celu Walrasa może nie być kompatybilna z bodźcami w gospodarce czystej wymiany z małą liczbą konsumentów.

W przykładzie Hurwicza występowali dwaj konsumenci i dwa towary. Wiadomo, że warunkiem koniecznym doskonałej konkurencji jest duża liczba konsumentów i producentów, tak by żaden pojedynczy agent nie mógł wpływać na ceny. Przykład z dwoma konsumentami jawnie łamie ten warunek. Modelem gospodarki rynkowej, w którym warunki doskonałej konkurencji są spełnione, jest model z kontinuum konsumentów, z których każdy jest pomijalny. Nie dziwi być może fakt, że w takim środowisku mechanizm równowagi konkurencyjnej jest kompatybilny z bodźcami (patrz: Hammond, 1979). To prowadzi do stwierdzenia, że {w warunkach doskonałej konkurencji} funkcja celu Walrasa jest zgodna z bodźcami, czyli żaden pojedynczy agent nie może zyskać na fałszywym podaniu swych parametrów w równowadze konkurencyjnej.

Aspekt motywowania w projektowaniu mechanizmów

Tekst „On Informationally Decentralised Systems" z 1972 roku jest uważany za kamień milowy w rozwoju teorii projektowania mechanizmów. Datuje on początek badań nad projektowaniem mechanizmów od strony bodźców. Leo wprowadził ważną klasę mechanizmów dobrze przystosowanych do badania motywacji. Ogólny model mechanizmu nie dopuszczał pytania o to, czy agenci będą przestrzegać ustalonych reguł, czy też nie, nawet jeśli zachowana była prywatność informacji, a rezultaty były efektywne społecznie. Leo wniósł do dziedziny projektowania mechanizmów pojęcia z teorii gier niekooperacyjnych. Wprowadził mechanizmy opisywane przez gry strategiczne, gdzie każdy agent wybiera strategię we własnym interesie, a nie zgodnie z narzuconymi regułami. {Reguła mechanizmu wyznacza wynik, gdy zostaje osiągnięta} równowaga gry strategicznej.

Mechanizmy w postaci gier strategicznych nazywa się zazwyczaj mechanizmami gier bądź formami gier. Formalnie są one definiowane przez zbiory strategii S_i dla każdego agenta i oraz funkcje wyniku $h: S \to Z$, gdzie S jest zbiorem profili strategii $s = (s_1, ..., s_n)$ i $s_i \in S_i$ dla wszystkich i. Wypłatą profilu strategii s dla agenta i, którego parametrem jest ϑ_i, jest użyteczność wyniku przypisanego profilowi s przez funkcję wyniku, tj. $u_i(h(s); \vartheta_i)$. To definiuje grę w sensie teorii gier niekooperacyjnych i można analizować równowagi tej gry, używając jakiegoś pojęcia równowagi. Ważne jest zauważenie, że mechanizm gry jest mechanizmem w sensie ogólnej definicji. Profile strategii to sygnały, a agenci komunikują się między sobą, wybierając strategie.

Najbardziej standardowym pojęciem równowagi gry jest równowaga Nasha. Jest to taki profil strategii $s^*(\vartheta)$ dla każdego wektora parametrów, że strategia $s_i^*(\vartheta)$ agenta i maksymalizuje jego wypłatę, jeśli strategiami innych agentów są $s^*_{-i}(\vartheta)$ (przez s_{-i} oznaczamy profil strategii wszystkich graczy poza graczem i). Równowaga Nasha definiuje odwzorowanie sygnałów dla mechanizmu gry, tzn. $m(\vartheta) = \{s^*(\vartheta)\}$. Jeżeli jest wiele równowag Nasha, wszystkie one powinny zawierać się w μ. Mechanizm gry realizuje w równowadze Nasha funkcję celu F, jeśli wynik wyznaczony przez profil strategii równowagi jest pożądanym rezultatem, tj. $h(s^*(\vartheta)) = F(\vartheta)$. Tradycją w literaturze dotyczącej projektowania mechanizmów jest używanie terminu „implementować" zamiast „realizować" w kontekście mechanizmów gry.

Niezwykle istotne jest tu założenie o kompletnej informacji. Kompletna informacja implikuje, że każdy agent zna wypłaty innych agentów w grze, lub, używając żargonu teorii gier, że struktura gry jest wspólną wiedzą. Mechanizm gry z równowagą Nasha jako koncepcją rozwiązania jest mechanizmem chroniącym prywatność, gdyż odwzorowanie sygnałów równowagi Nasha ì stanowi przeciecie odwzorowań najlepszych odpowiedzi agentów, które są wybierane w sposób niewymagający znajomości parametrów innych agentów.

Mechanizm bezpośredniego ujawniania zasługuje tu znowu na szczególną uwagę. Mechanizm ten w formie gry ma zbiory parametrów jako zbiory strategii. Wyborem strategii jest zgłoszenie własnego parametru; podany parametr może być prawdziwy lub fałszywy. Jeśli ujawnianie zgodne z prawdą jest równowagą Nasha, to mechanizm bezpośredniego ujawniania implementuje funkcję celu: ujawnienie zgodne z prawdą oznacza $s_i^*(\vartheta) = \vartheta_i$, co implikuje $h(s^*(\vartheta)) = F(\vartheta)$, ponieważ w mechanizmie bezpośredniego ujawniania jako funkcja celu F brana jest funkcja wyniku h. Jeśli więc mówienie prawdy jest równowagą Nasha, mechanizm bezpośredniego ujawniania jest *kompatybilny z bodźcami*. Zwróćmy uwagę, że to właśnie stwierdza warunek (1) dla mechanizmu bezpośredniego ujawnienia dla walrasowskiej funkcji celu F_W. W przypadku kompatybilności bodźców indywidualne bodźce są idealnie wpasowane w mechanizm. Agenci ujawniają swoje prawdziwe parametry, działając we własnym interesie i pożądany wspólny cel zostaje osiągnięty. Nie znaczy to jednak, że bodźce nie są wpasowane w jakikolwiek inny mechanizm gry, który implementuje daną funkcję celu. Nadal cel jest osiągnięty, gdy agenci działają we własnym interesie, a jedyną różnicą jest to, że nie można już mówić o „szczerych" i „nieszczerych" działaniach.

Jeżeli informacja jest niekompletna, mechanizmami gier są gry z niekompletną informacją. To dyktuje zastosowanie innych pojęć równowagi niż równowaga Nasha. Jednym z takich pojęć jest równowaga w strategiach dominujących. W takiej równowadze każdy agent znajduje strategię najlepszą bez względu na strategie wybrane przez innych agentów i na ich parametry. Znajomość parametrów innych agentów jest więc dla danego agenta nieistotna. Inna koncepcja to bayesowska równowaga Nasha, explicite uwzględniająca przekonania agenta na temat parametrów innych agentów. Współczesna teoria projektowania mechanizmów dogłębnie zbadała mechanizmy dla przypadku niekompletnej informacji.

Projektowanie mechanizmów dla alokacji dobra publicznego

Rynki konkurencyjne zapewniają Pareto-optymalną alokację zasobów tylko przy dość rygorystycznych założeniach: zakłada się, że nie ma dóbr publicznych, efektów zewnętrznych ani rosnących korzyści ze skali w produkcji. Niestety, w rzeczywistych sytuacjach gospodarczych regułą jest niespełnianie tych warunków. W kolejnictwie czy w produkcji elektryczności typowe są rosnące efekty skali; zanieczyszczenia przemysłowe są efektem zewnętrznym, istnieje także wiele różnorakich dóbr publicznych. Prowadzi to do ważnego pytania: czy można zaprojektować mechanizmy chroniące prywatność w taki sposób, by zapewnić efektywną alokację w sytuacji, gdy któryś z tych trzech warunków nie jest spełniony. Leo Hurwicz poświęcił temu zagadnieniu dużą część swej pracy badawczej.

Zilustrujemy niektóre wyniki teorii projektowania mechanizmów na prostym przykładzie społeczności składającej się z trzech agentów usiłujących znaleźć sposób zapewnienia Pareto-optymalnego poziomu podzielnego dobra publicznego. Dostępne jest jedno dobro prywatne, zarówno do konsumpcji, jak i jako środek do produkcji dobra publicznego. Dobro publiczne jest produkowane z dobra prywatnego przy użyciu technologii o stałych korzyściach skali, która (dla ułatwienia) zamienia jedną jednostkę dobra prywatnego w jedną jednostkę dobra publicznego. Oznaczymy przez x_i konsumpcję prywatnego dobra przez konsumenta i, a przez z konsumpcję dobra publicznego. Zależne od parametrów funkcje użyteczności konsumentów mają postać quasi-liniową

$$u_i(x_i, z; \vartheta_i) = x_i + \vartheta_i \ln z.$$

Parametr ϑ_i mierzy ważność konsumpcji dobra publicznego dla agenta i. Przyjmijmy, że zbiory możliwych parametrów są takie same dla wszystkich agentów i równe przedziałowi $(0, A]$, z wyłączeniem zera. Konsumenci posiadają zasoby dobra prywatnego w ilości e_i; przyjmujemy, że $e_i > A$. Zasoby te są ustalone i znane wszystkim.

Alokacją w takim przypadku jest czwórka (z, x_1, x_2, x_3) taka, że $z \geq 0$ i $x_i \geq 0$. Dopuszczalna jest taka alokacja, dla której całkowita konsumpcja $x_1 + x_2 + x_3$ jest równa sumie początkowych zasobów $e_1 + e_2 + e_3$ pomniejszonej o ilość użytą do produkcji dobra publicznego, równą z. Pareto-optymalnymi alokacjami są, jak zawsze, dopuszczalne alokacje takie, że nie ma żadnej innej realnej alokacji, której żaden agent nie uważałby za gorszą, a któryś uważał za lepszą. Warunki Pareto-optymalności z dobrem publicznym, wprowadzone przez Paula Samuelsona, mówią, że społeczna krańcowa stopa substytucji dobra publicznego w stosunku do prywatnego winna być równa krańcowej stopie transformacji w produkcji. Ta ostatnia w naszym przykładzie jest równa 1. Łatwo się domyślić, że wszystkie Pareto-optymalne alokacje mają ten sam poziom dobra publicznego $z^* = \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3$. Dalej, optymalne alokacje prywatnego dobra to dowolne x_1, x_2, x_3, których suma jest równa $\bar{e} - z^*$.

Jakie mechanizmy realizują, czy implementują, Pareto-optymalne funkcje celu w tym otoczeniu? Mechanizm rynku konkurencyjnego w standardowej formie odpada, gdyż dobro publiczne jako konsumowane przez wszystkich nie może być sprzedawane na rynku jak dobro prywatne. Odpowiedni jest jednak wariant równowagi konkurencyjnej zwany równowagą Lindahla. Jego idea polega na wprowadzeniu spersonalizowanych cen dobra publicznego w taki sposób, że każdy konsument zakupi pewną ilość dobra publicznego do powszechnej konsumpcji po spersonalizowanej cenie i, oczywiście, przy uwzględnieniu swego ograniczenia budżetowego. Firma maksymalizująca zysk sprzedaje wyprodukowane dobro publiczne wszystkim konsumentom, otrzymując sumę indywidualnych cen za każdą sprzedaną jednostkę. Równowaga Lindahla w naszym przykładzie jest prosta. Spersonalizowane ceny to $p_i = \dfrac{\vartheta_i}{\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3}$ dla każdego konsumenta $i = 1, 2, 3$. Cena prywatnego dobra i producencka cena dobra publicznego są równe 1. W równowadze otrzymamy alokację dobra publicznego $z^* = \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3$ i dobra prywatnego $x_i^* = e_1 - \vartheta_i$ dla każdego i. Jest ona Pareto-optymalna.

Z powodów innych niż kryteria, które dotychchczas rozważaliśmy dla projektowania mechanizmów, nie możemy uważać równowagi Lindahla za zadowalający mechanizm. Główny problem polega na tym, że na spersonalizowanych rynkach – na których z natury rzeczy nie mamy do czynienia z doskonałą konkurencją – zakładamy, że konsumenci przyjmują ceny jako dane. O cenach Lindahla można myśleć jako o rezultacie opodatkowania, lecz wtedy pojawia się problem organu władzy podatkowej posiadającego odpowiednie informacje niezbędne do ustalenia odpowiedniego poziomu podatków. Zwyczajowo w literaturze przyjmuje się zatem rozmieszczenie dóbr publicznych i prywatnych według Lindahla jako funkcję celu i rozważa, czy może ona być implementowana w równowadze Nasha poprzez jakiś mechanizm gry. Funkcją celu Lindahla F_L jest

$$F_L(\vartheta) = (\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3, e_1 - \vartheta_1, e_2 - \vartheta_2, e_3 - \vartheta_3). \tag{2}$$

Przyjmujemy nadal założenie kompletnej informacji tak, że każdy konsument (ale nie projektant mechanizmu) zna wektor parametrów ϑ. Odpowiedź na pytanie o możliwość zastosowania funkcji celu Lindahla wynika z ważnego twierdzenia Maskina (1979). Z jego twierdzenia wynika, że jeżeli konsumentów jest trzech, a wszystkie alokacje Lindahla leżą we wnętrzu zbioru dopuszczalnych alokacji, to istnieje mechanizm gry implementujący funkcję celu F_L w równowadze Nasha.

W wielu pracach (Hurwicz, 1978, 1979) Leo opracował specyficzny mechanizm, który implementuje funkcję celu Lindahla. Opiszemy tu wersję takiego mechanizmu według Walkera (1981). Strategie to dowolne liczby rzeczywiste, tj. $S_i = R$. Funkcję wyniku h zapisujemy jako czwórkę $h = (G, C_1, C_2, C_3)$, gdzie G oznacza poziom dobra publicznego, a C_j konsumpcję dobra prywatnego przez konsumenta j. Są one dane wzorami

$$G(s)=\frac{s_1+s_2+s_3}{3}, \qquad C_i(s)=e_i-(1/3+s_1+s_2+s_3-s_i)\times G(s). \tag{3}$$

Wynikiem w (3) jest wielkość dobra publicznego równa średniej strategii agentów. Zaś wkład agenta i w produkcję dobra publicznego wynosi $1/3 + s_1, s_2, s_3 - s_i$ i zależy od strategii innych agentów, ale nie od jego własnej strategii. Niezwykle istotne jest tu założenie, że jest (co najmniej) trzech konsumentów. Równowagą Nasha tej gry jest profil strategii $s^*(\vartheta)$ taki, że $G(s^*(\vartheta)) = \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3$ i $C_i(s^*(\vartheta)) = e_i - \vartheta_i$ dla wszystkich i[1]. Zatem mechanizm implementuje funkcję celu Lindahla.

Z tym mechanizmem wiążą się dwa problemy. Jeden jest techniczny, ale poważny. Używanie dowolnych liczb jako strategii powoduje, że dopuszczalność proponowanych poziomów konsumpcji może zostać naruszona. Drugim problemem jest realizm użycia takiego mechanizmu. Gra (w szczególności postać wkładu w produkcję dobra publicznego) jest zupełnie nieprzejrzysta. Należy zauważyć, że dzięki założeniu, iż górna granica przedziału możliwych parametrów A jest mniejsza niż zasób e_i, uniknięto poważnego problemu zajmowania się alokacjami równowagi Lindahla leżącymi na brzegu dopuszczalnego zbioru. W szczególności, bez tego założenia, alokacje równowagi Lindahla dla niektórych parametrów ϑ oznaczałyby zerową konsumpcję dobra prywatnego przez co najmniej jednego konsumenta. W takim przypadku warunki twierdzenia Maskina o implementowalności poprzez równowagę Nasha nie byłyby spełniane.

Pouczające jest rozważenie mechanizmu bezpośredniego ujawniania dla funkcji celu Lindahla w tym przypadku. Zbiory strategii agentów są teraz ich zbiorami parametrów $(0, A]$. Dla trójki ujawnionych parametrów (s_1, s_2, s_3) $(s_i \in (0, A])$ wynikiem będzie równowaga Lindahla $F_L(s)$ z równania (2). Okazuje się, że mówienie prawdy $s^*(\vartheta) = \vartheta$ nie jest równowagą Nasha tego mechanizmu bezpośredniego ujawnienia. Aby to zobaczyć, wystarczy sprawdzić, że użyteczność ujawnienia s_1 przez pierwszego konsumenta, gdy inni konsumenci ujawniają swoje prawdziwe parametry, równa

$$u_1(s_1, \vartheta_2, \vartheta_3; \vartheta_1) = e_1 - s_1 + \vartheta_1 \ln(s_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3)$$

– nie jest maksymalizowana poprzez powiedzenie prawdy. Rzeczywiście, warunek pierwszego rzędu dla maksimum użyteczności jako funkcji zmiennej s_1 nie jest spełniony przy $s_1 = \vartheta_1$.

Zatem mechanizm bezpośredniego ujawniania nie jest kompatybilny z bodźcami.

To prowadzi do stwierdzenia, że gdy chcemy implementować alokację równowagi Lindahla poprzez skłanianie agentów do ujawnienia ich parametrów ϑ_i, agenci tego nie zrobią – nie powiedzą prawdy. Nie można uniknąć użycia mechanizmu gry tak

[1] Wzory opisujące strategie $s^*(\vartheta)$ są mocno skomplikowane.

skomplikowanego jak mechanizm Hurwicza – Walkera. W szczególności nie da się uniknąć użycia strategii innych agentów zamiast strategii własnej do wyznaczania wkładu do produkcji dobra publicznego.

Skomentujemy pokrótce ten przykład w wersji, w której założenie o kompletnej informacji zostaje usunięte i przyjmuje się prywatną wiedzę o własnych parametrach. Jak wspomniano wcześniej, równowaga w strategiach dominujących może być jednym z możliwych rozwiązań dla mechanizmów gier. Jeśli chodzi o mechanizm bezpośredniego ujawniania, okazuje się, że mówienie prawdy jest równowagą Nasha w warunkach kompletnej informacji wtedy i tylko wtedy, gdy jest ono równowagą w strategiach dominujących w warunkach niekompletnej informacji. Zatem w naszym przykładzie mechanizm bezpośredniego ujawnienia nie jest też użyteczny przy niekompletnej informacji. Powołując się na ważną Zasadę Ujawniania rozwiniętą w najogólniejszej postaci przez Rogera Myersona, można stwierdzić, iż niemożliwe jest zaimplementowanie alokacji równowagi Lindahla w równowadze w strategiach dominujących przy niekompletnej informacji. Ale takie negatywne spostrzeżenia to jeszcze nie wszystko. Można zapytać, czy daje się zaimplementować w strategiach dominujących jakąś funkcję celu różną od funkcji Lindahla F_L, ale też dającą w wyniku alokacje Pareto – optymalne. Ważne prace Clarka (1973) i Grovesa (1973) dały (częściowo) twierdzącą odpowiedź na to pytanie.

Uwagi końcowe

Teorię projektowania mechanizmów rozwijali dalej między innymi Eric Maskin i Roger Myerson, którzy odbierali razem z Leonidem Hurwiczem Nagrodę Nobla. Wielki postęp osiągnięto szczególnie w projektowaniu mechanizmów w warunkach niekompletnej informacji. Teorię z powodzeniem zastosowano w aukcjach, podatkach i regulacji (patrz: Komitet Nagrody Nobla, 2007). Wkład Leo był niezmiernie ważny. Jego słynne pytanie „Dlaczego mielibyśmy przyjmować istniejące instytucje za oczywiste?" odbija się w wielu dziedzinach ekonomii, w teorii i w praktyce. Jego badania nad projektowaniem mechanizmów dla alokacji dóbr publicznych i radzenia sobie z efektami zewnętrznymi, takimi jak zanieczyszczenia, doprowadziły do innowacyjnych propozycji, które zostały wprowadzone na całym świecie. Przykładem takiego mechanizmu są *tradable pollution permits* – zbywalne pozwolenia na zanieczyszczanie.

Leo Hurwicz pracował w college'u stanu Iowa i na Uniwersytecie w Illinois, zanim osiedlił się w Minneapolis w 1952. Spędził przeszło 50 lat na Uniwersytecie Minnesoty i przyczynił się do przemienienia tamtejszego Wydziału Ekonomii w jeden z najlepszych na świecie. W 1969 został uhonorowany prestiżowym tytułem Regent's Profesor.

Po upadku komunizmu w Polsce w 1989 roku Leo stał się częstym gościem w swoim rodzinnym mieście – Warszawie. Otrzymał tytuł doktora honoris causa SGH w 1994.

W roku 2006 książka autorstwa Leo Hurwicza i jego wieloletniego współpracownika Stanleya Reitera, „Projektowanie Mechanizmów Ekonomicznych", została opublikowana przez Oxford University Press. Książka ta wprowadza nowe matematyczne metody konstruowania mechanizmów. Ścisłe podejście do zagadnień ekonomicznych i ich głęboka analiza, tak jak w teorii projektowania mechanizmów gospodarczych, stały się obowiązującą metodologią współczesnej ekonomii.

Osobiście poznałem Leo w 1987 roku podczas mojej pierwszej wizyty w Minneapolis, tuż po otrzymaniu oferty pracy na Wydziale Ekonomii. Państwo Hurwiczowie, Leo i Evelyn, prowadzili dom otwarty dla wszystkich, o czym przekonałem się podczas przyjęcia zaraz po przyjeździe. Leo był bardzo gościnny i zabawiał wszystkich rozmową na przeróżne tematy. A zakres jego zainteresowań był niezwykły – od literatury polskiej i rosyjskiej, poprzez historię świata i aktualne sprawy polityczne, do ścisłych zagadnień matematyki i fizyki. Ulubionym tematem była zawsze etymologia nazwisk. Miał niezwykłą pamięć. Bez trudności mówił po polsku, choć nie używał polskiego na co dzień. Często wspominał lata młodości spędzone w Polsce – rodzinny dom przy ul. Granicznej w Warszawie (całkowicie zburzony podczas wojny), wakacje w Druskiennikach i Rabce, gimnazjum „Spójnia" na Nowym Mieście. żywo interesował się wydarzeniami w Polsce, zwłaszcza po 1989 roku. Nigdy nie zaniechał wyniesionego z rodzinnego domu zwyczaju całowania kobiety w rękę przy powitaniu.

Praca naukowa była główną pasją Leo, ale dydaktyka nigdy nie pozostawała daleko w tyle. Lubił pracować ze studentami i wykładał nieprzerwanie do 87. roku życia. Angażował się w sprawy uniwersytetu, a w burzliwym okresie lat 60. był także aktywny w życiu politycznym stanu Minnesota. Leo miał ogromny autorytet wśród ekonomistów na Uniwersytecie Minnesoty i w szerokich kręgach akademickich niezależnie od specjalizacji, mimo że był osobą bardzo skromną.

Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii przyznano Leo Hurwiczowi, Ericowi Maskinowi i Rogerowi Myersonowi w 2007 roku „za stworzenie podwalin pod teorię projektowania mechanizmów". Można jedynie żałować, że ta nagroda, na którą Leo z pewnością zasłużył, została mu przyznana tak późno, że nie mógł się nią już w pełni cieszyć. Jego marzeniem było zabranie całej rodziny na uroczystość wręczenia Nagrody Nobla do Sztokholmu.

Bibliografia

Clarke, E.H. 1973. *Multipart pricing of public goods*. „Public Choice" 11: 17-33.

Groves, T. 1973. *Incentives in teams*. „Econometrica" 41: 617-663.

Hayek, F. 1945. *The use of knowledge in society*. „American Economic Review" 35: 519-530.

Hammond, P. 1979. *Straightforward Individual Incentive Compatibility in Large Economies*. „Review of Economic Studies" 46: 263-282.

Hurwicz, L. 1960. *Optimality and informational efficiency in resource allocation processes*. W: Arrow, Karlin and Suppes (wyd.). Mathematical Methods in the Social Sciences. Stanford University Press.

Hurwicz, L. 1972. *On informationally decentralized systems*. W: Radner and McGuire. Decision and Organization. North Holland, Amsterdam.

Hurwicz, L. 1973. *The design of mechanisms for resource allocation*. „American Economic Review, Papers and Proceedings" 63: 1-30.

Hurwicz, L. 1977. *On the Dimensional Requirements of Informationally Decentralized Pareto Satisfactory Processes*. W: Studies in Resource Allocation Processes, Cambridge University Press.

Hurwicz, L., Schmeidler, D. 1978. *Construction of outcome functions guaranteeing existence and Pareto-optimality of Nash equilibria*. „Econometrica" 46: 1447-1474.

Hurwicz, L. 1979. *Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points*. „Review of Economic Studies" 46: 217-225.

Hurwicz, L. 1994. *Decentralization and the Role of Institutions: Externalities and Property Rights*. Wykład z okazji otrzymania doktoratu honoris causa SGH.

Hurwicz, L., Reiter, S. 2006. *Designing Economic Mechanisms*. Cambridge University Press rozdział 1.

Jordan, J. 1982. *The Competitive Allocation Process is Informationally Efficient Uniquely*. „Journal of Economic Theory" 28: 1-18.

Kowalik, T. 1987. *Lange-Lerner Mechanism*. W: The New Palgrave, London: McMillan.

MasColell A., Whinston, M., Green, J. 1995. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.

Moore, J. 1992. *Implementation, contracts, and renegotiation in environments with complete information*. W: Advances in Economic Theory. Cambridge University Press.

Maskin, E. 1999. *Nash equilibrium and welfare optimality*. „Review of Economic Studies" 66: 23-38.

Maskin, E. 2008. *Mechanism Design: How to Implement Social Goals*. „American Economic Review" 63: 1-30.

Mount, K., Reiter, S. 1974. *The Informational Size of Message Spaces*. „Journal of Economic Theory" 8: 161-192.

Komitet Nagrody Nobla. 2007. *Mechanism Design Theory*. „Scientific background on the Nobel Prize in Economics".

Walker, M. 1981. A Simple Incentive Compatible Scheme for Attaining Lindahl Allocations. „Econometrica" 49: 65-71.